

УДК 539.3

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБ С ТРЕЩИНОЙ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

М. Шариати, А. Акбарпур

Университет им. Фирдоуси, Машхад, Иран

E-mails: mshariati44@gmail.com, akbarpour.amin@yahoo.com

Рассматривается неустойчивость тонкостенной трубы из нержавеющей стали с трещиноподобным дефектом, находящейся в сложном напряженном состоянии. Исследовано влияние длины трубы, ориентации и длины трещины на критическую нагрузку выпучивания трубы. С помощью метода конечных элементов и с использованием пакета Abacus выполнено численное моделирование труб, находящихся в условиях сложного нагружения. Установлено, что для труб с трещиной, имеющих одну и ту же толщину, при увеличении их длины, так же как и при увеличении отношения длины трубы к ее диаметру, критическое усилие выпучивания уменьшается. Показано, что критическое усилие уменьшается и при увеличении длины трещины.

**Ключевые слова:** трещина, конечно-элементная модель, неустойчивость, тонкостенные трубы, сложное нагружение.

DOI: 10.15372/PMTF20160316

**Введение.** Известно, что наличие дефектов в нагруженных тонкостенных конструкциях оказывает существенное влияние на их поведение. Концентрация напряжений вблизи дефекта может привести к разрушению как отдельной области, так и конструкции в целом. Наличие дефектов может привести также к локализации деформаций (например, к локальному выпучиванию или к пластической деформации), что обуславливает изменение несущей способности конструкции [1–5].

Таким образом, необходимо исследовать влияние дефектов на поведение и структурные параметры пластин и труб.

В последнее время поведение труб с трещинами изучалось во многих работах. В частности, разработаны теоретические подходы к исследованию распределений напряжений в окрестности дефектов и поведения труб при их наличии [6–11], проведено численное моделирование линейного и нелинейного отклика труб с трещиной при их нагружении [12–18]. Как правило, напряженно-деформированное состояние труб с трещиной моделируется численно, что позволяет изучать это состояние в широком диапазоне геометрических параметров и условий нагружения. Большинство указанных работ посвящено исследованию влияния одного дефекта (например, трещины) на повреждаемость трубы. В данной работе в рамках конечно-элементного анализа изучено влияние одиночных и множественных трещин на критическую нагрузку, при которой происходит потеря устойчивости тонкостенных труб. Исследовался наиболее распространенный тип труб, используемых в трубопроводах, а также в морских и аэрокосмических конструкциях. При использовании метода

конечных элементов для решения задач о цилиндрах с трещинами при разбиении тела на конечные элементы учитывается плоское напряженное состояние в вершине трещины, что позволяет при небольшом количестве конечных элементов достаточно точно определить коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины. В работе [12] с помощью метода конечных элементов решена задача о цилиндре с несколькими трещинами. Метод конечных элементов использовался при изучении собственных форм потери устойчивости пластин с трещиной [13, 14], цилиндров с одной трещиной, подвергнутых растяжению или сжатию [15, 18], чистому кручению [16], а также одновременному действию осевой силы сжатия и внутреннего давления [17].

В работе [19] изучены нелинейное деформирование и устойчивость овальных цилиндрических оболочек при сложном нагружении, определены области устойчивости цилиндрических оболочек с овальным сечением, нагруженных сдвиговыми усилиями совместно с крутильными и изгибающими моментами. В [20] исследованы тонкостенные алюминиевые профили, подвергнутые нагружению под различными углами. Показано, что при нагружении под углом  $5^\circ$  количество поглощаемой энергии резко уменьшается по сравнению со случаем осевого нагружения. Это обусловлено различием форм разрушения. Также в [20] установлено, что выпучивание при осевом сжатии является значительно более энергоемким процессом по сравнению с потерей устойчивости при изгибе. В работе [21] с помощью метода конечных элементов решены задачи об упругопластическом деформировании сферических оболочек из пластика при статическом и динамическом нагружении. В [22] проведен анализ потери устойчивости цилиндрических труб из нержавеющей стали марки 316Ti с эллиптическим вырезом, нагруженных сдвиговыми усилиями. Показано, что увеличение угла действия силы на трубу приводит к уменьшению ее сопротивления потере устойчивости. В работе [23] численно исследовано ударное взаимодействие жесткой стенки с трубой из мягкой стали без учета трения. Проведены расчеты при различных значениях угла действия силы, исследована потеря устойчивости при осевом нагружении, изгибе и совместном действии осевой силы и изгибающего момента. Найдено эмпирическое выражение для критического угла действия силы. Задача нагружения тонкостенной упругой трубы внешним давлением решалась в работе [24], в которой представлены результаты определения критических напряжений криволинейных труб с учетом моментного докритического состояния. В [25] рассмотрена проблема потери устойчивости трубы с трещиной. Показано, что нагрузка, при которой происходит выпучивание такой трубы, равна половине критической нагрузки для цилиндра без трещины. В работе [26] численно и экспериментально исследована потеря устойчивости труб с круглым вырезом, подвергнутых сложному нагружению, изучено влияние длины и диаметра трубы, угла действия силы и диаметра круглого выреза на критические нагрузки и закритическое поведение тонкостенных труб. Анализ закритического поведения пластин и труб с трещиной показал, что деформация при выпучивании может вызвать значительное увеличение коэффициента интенсивности напряжений в окрестности вершины трещины [27]. В работе [27] установлено, что потеря устойчивости пластин и труб при наличии в них дефектов существенно зависит от условий нагружения.

Целью данной работы является изучение неустойчивости тонкостенных труб из нержавеющей стали с трещинами при сложном квазистатическом нагружении. С использованием программного конечно-элементного пакета Abaqus проводится численный анализ критических нагрузок и закритического поведения трещины.

**1. Материалы и геометрия образцов.** Исследовано влияние параметра  $L_0/L = 0,25; 0,33; 0,50$ , ориентации трещины, отношения длины трещины к периметру трубы ( $\lambda = c/(2\pi r) = 0,2; 0,3; 0,4$ ) и отношения длины трубы к ее диаметру ( $L/D = 2,38; 3,57; 5,59$ ) на потерю устойчивости и закритическое поведение труб ( $c$  — длина трещины;  $\beta$  —

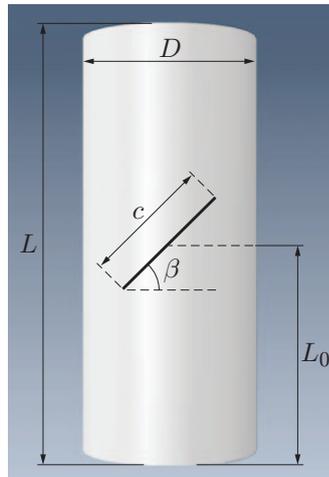


Рис. 1

Рис. 1. Геометрия тонкостенной трубы с трещиной

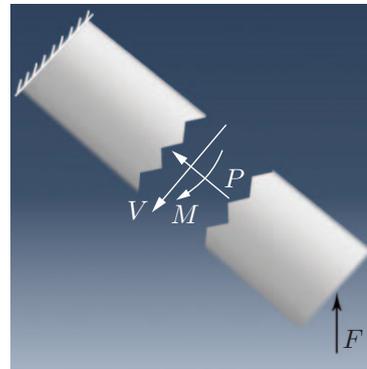


Рис. 2

Рис. 2. Разрушение трубы при сложном нагружении

угол ориентации трещины;  $L_0$  — расстояние между центром трещины и нижним краем трубы) (рис. 1).

Тонкостенные трубы, рассматриваемые в данном исследовании, изготовлены из нержавеющей стали марки 316Ti. Механические свойства материала труб определялись в соответствии со стандартом ASTM E8 на испытательной сервогидравлической машине Instron 8802 [22]. Модуль упругости материала труб равен  $E = 187$  ГПа, предел текучести  $\sigma_y = 334$  МПа, значение коэффициента Пуассона полагалось равным  $\nu = 0,33$ .

В данной работе использовались образцы тонкостенных труб длиной  $L = 100, 150, 250$  мм, диаметр труб составлял 42 мм. На анализируемых образцах создавались трещины различной длины и ориентации. Толщина стенок труб равна  $t = 1$  мм. На рис. 2 показана геометрия разрушенной трубы ( $P$  — осевая нагрузка,  $V$  — сдвиговая нагрузка,  $M$  — изгибающий момент,  $F$  — нагрузка со стороны машины).

При анализе результатов исследования для образцов использовались обозначения типа  $D42-L250-\gamma30^\circ-CP0,5-\lambda0,2-\beta0^\circ$ . Числа, следующие за буквами  $D$  и  $L$ , обозначают диаметр и длину образца соответственно, за  $\gamma$  — угол наклона трубы, отсчитываемый от вертикальной оси, за  $\beta$  — угол ориентации трещины относительно горизонтальной оси, за  $CP$  и  $\lambda$  — отношения  $L/L_0$  и  $c/(2\pi r)$  соответственно, за  $a, b$  — длины главных осей эллиптического выреза.

**2. Конечно-элементные модели труб с трещиной.** В качестве материала тонкостенной трубы использовалась модель упругопластического материала с параметрами  $E = 187$  ГПа,  $\sigma_y = 334$  МПа,  $\nu = 0,33$ . Исследуемая труба разбивалась на нелинейные элементы типа S8R5, которые представляли собой элементы с восьмью узлами и шестью степенями свободы в каждом узле.

Рассматривались тонкостенные трубы, заземленные на торцах. Защемление моделировалось креплением на торцах трубы двух жестких фиксаторов. Верхний торец тонкостенной трубы был неподвижен, нижний торец свободно перемещался только в осевом направлении. Исследовалось поведение труб при сложном нагружении (см. рис. 2). При проведении лабораторных испытаний верхний торец образца зажимался и квазистатическое нагружение осуществлялось через жесткий фиксатор на нижнем торце образца (жесткий фиксатор перемещался на расстояние, равное 20 мм).

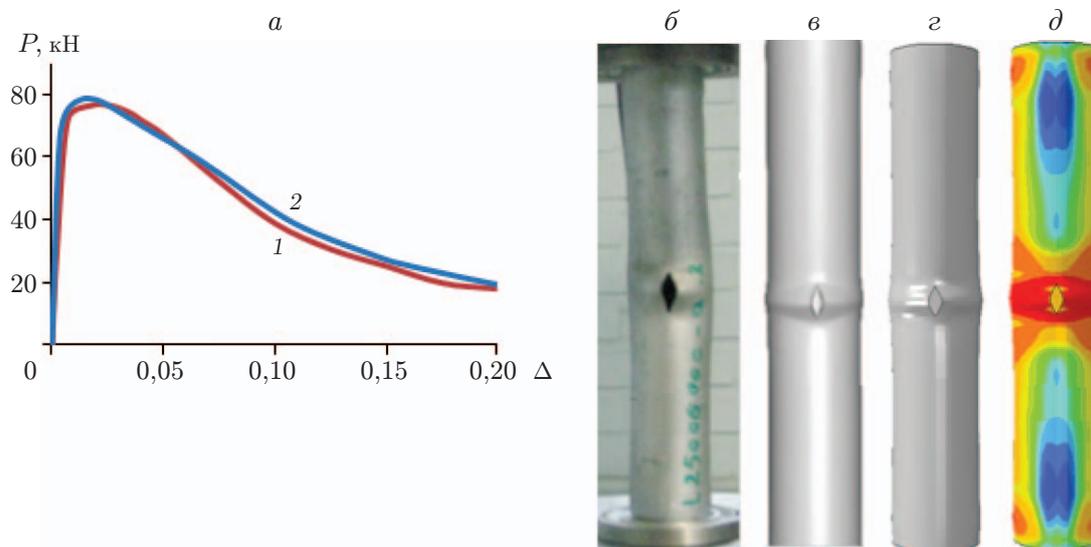


Рис. 3. Зависимость осевой нагрузки  $P$  от укорочения трубы  $\Delta$  (а) и формы потери устойчивости при осевом нагружении (б–д) для образца  $D42-L250-\gamma 0^\circ$ -CP0,5- $\lambda 0,2$ - $\beta 90^\circ$ :

б — эксперимент [28], в — численное моделирование [28], г — численное моделирование в настоящей работе, д — поле напряжений в образце; 1 — данные [28], 2 — данные настоящей работы

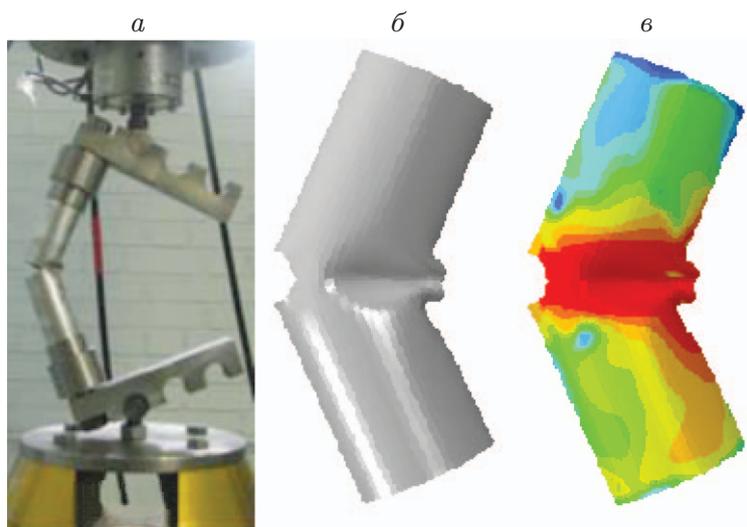


Рис. 4. Деформирование образца  $D42-L250-\gamma 0^\circ$ -CP0,5- $\lambda 0,2$ - $\beta 0^\circ$  при сложном нагружении:

а — эксперимент [28], б — численное моделирование в настоящей работе, в — поле напряжений

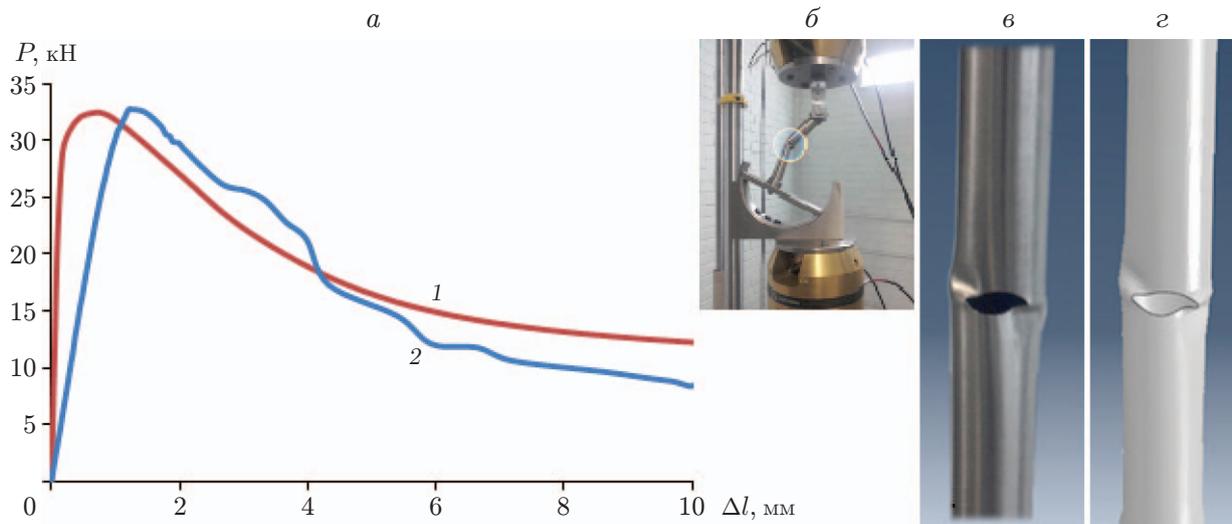


Рис. 5. Результаты численного и экспериментального исследования потери устойчивости трубы с эллиптическим вырезом при сложном нагружении для образца  $D42-L250-\gamma15^\circ-CP0,5-a18-b26$ :

$a$  — зависимость нагрузки  $P$  при сложном нагружении от деформации  $\Delta l$  (1 — расчет с использованием метода конечных элементов, 2 — эксперимент),  $b$  — эксперимент [28],  $в$  — эксперимент,  $г$  — численный расчет

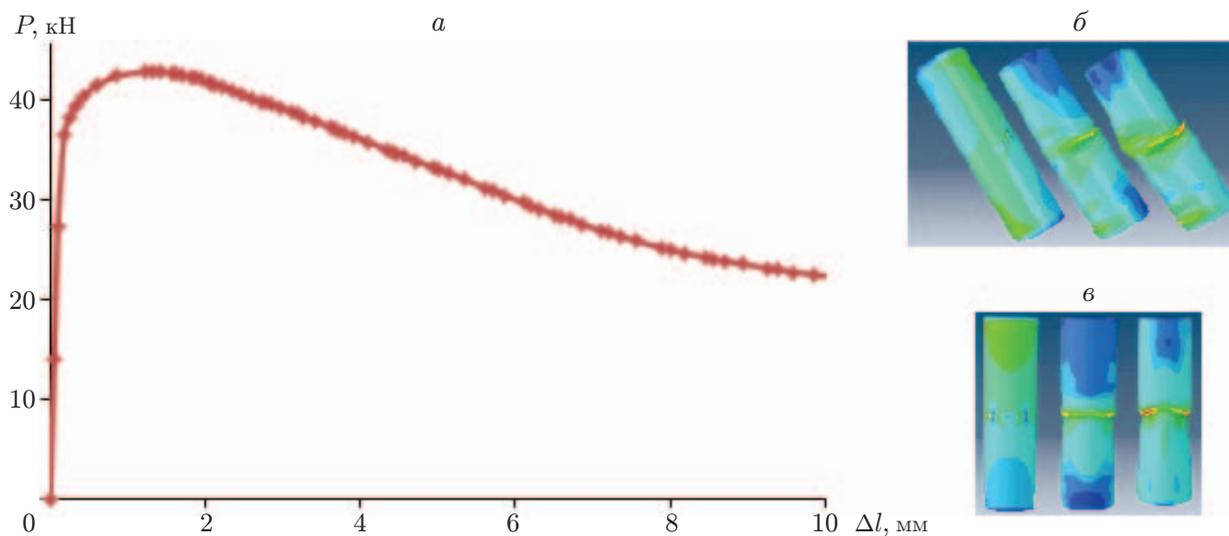
Используемая в данной работе модель трещины апробирована в [28] (рис. 3, 4). В настоящей работе использовался тот же тип сложного нагружения, что и в работах [22, 26] (рис. 5).

**3. Результаты исследования и их обсуждение.** Ниже представлены результаты конечно-элементного анализа потери устойчивости тонкостенных труб с трещинами различной длины и ориентации ( $\lambda = 0,2; 0,3; 0,4, \theta = 0, 30, 45, 60, 90^\circ$ ). Результаты численного моделирования приведены в таблице. Из таблицы следует, что изменение положения трещины влияет на нагрузку, при которой происходит потеря устойчивости. На рис. 6 показана потеря устойчивости трубы при сложном нагружении ( $L/D = 3,57, L_0/L = 0,5$ ). Видно, что при значениях нагрузки, меньших критического значения, напряжение равномерно распределено по всей трубе, за исключением области в окрестности трещины, причем концентрация напряжений возрастает с увеличением нагрузки. В этом случае при сложном нагружении трубы с трещиной распределение напряжений в среднем поперечном сечении не является симметричным, что может привести к локальной потере устойчивости в эксперименте и последующему изгибу трубы. При изменении положения трещины с середины высоты трубы в направлении  $L_0/L = 0,25$  критическая нагрузка больше, чем в случае расположения трещины в середине трубы.

**3.1. Влияние ориентации трещин на потерю устойчивости тонкостенных труб с трещинами.** Исследовано влияние ориентации трещин ( $\beta = 0, 45, 90^\circ$ ) на выпучивание тонкостенных труб с трещиной при сложном нагружении. Наличие кольцевой трещины ( $\beta = 0^\circ$ ) приводит к незначительному уменьшению критической нагрузки при потере устойчивости, так как после приложения нагрузки к цилиндрической трубе края трещины смыкаются, при этом труба ведет себя так же, как и в случае отсутствия трещины. Увеличение отношения длины трещины к периметру трубы с 0,2 до 0,4 приводит к незначительному уменьшению критической нагрузки. При наличии трещины с углом ориентации  $\beta = 45^\circ$  уменьшение нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости, является

Результаты численного моделирования потери устойчивости тонкостенных труб с трещинами

Образец	$L$ , мм	$\gamma$ , град	$\lambda$ , мм	$L/L_0$	$\beta$ , град	$P$ , кН
$D42-L100-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 0^\circ$	100	30	0,3	0,50	0	43,97
$D42-L100-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 45^\circ$	100	30	0,3	0,50	45	36,48
$D42-L100$ (без дефекта)	100	30	—	—	—	46,31
$D42-L100-\gamma 30^\circ-\lambda 0,4-\beta 90^\circ$	100	30	0,4	0,50	90	40,67
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 45^\circ$	150	30	0,3	0,50	45	35,24
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 90^\circ$	150	30	0,3	0,50	90	40,03
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,4-\beta 90^\circ$	150	30	0,4	0,50	90	39,06
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,4-\beta 60^\circ$	150	30	0,4	0,50	60	37,13
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,2-\beta 60^\circ$	150	30	0,2	0,50	60	39,26
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 90^\circ$	150	30	0,3	0,25	90	41,12
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 90^\circ$	150	30	0,3	0,33	90	40,74
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 0^\circ$	150	30	0,3	0,25	0	44,81
$D42-L150-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 0^\circ$	150	30	0,3	0,33	0	43,93
$D42-L250-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 45^\circ$	250	30	0,3	0,50	45	32,78
$D42-L250-\gamma 30^\circ-\lambda 0,3-\beta 90^\circ$	250	30	0,3	0,50	90	38,03
$D42-L250-\gamma 30^\circ-\lambda 0,4-\beta 60^\circ$	250	30	0,4	0,50	60	34,31
$D42-L250-\gamma 30^\circ-\lambda 0,4-\beta 30^\circ$	250	30	0,4	0,50	30	35,91

Рис. 6. Потеря устойчивости трубы при сложном нагружении для образца  $D42-L150-\gamma 30^\circ-CR0,5-\lambda 0,2-\beta 0^\circ$ :

$a$  — зависимость нагрузки при сложном нагружении от деформации  $\Delta l$ ,  $b$ ,  $v$  — распределения напряжений при условии текучести Мизеса на различных стадиях нагружения ( $b$  — вид спереди,  $v$  — вид сбоку)

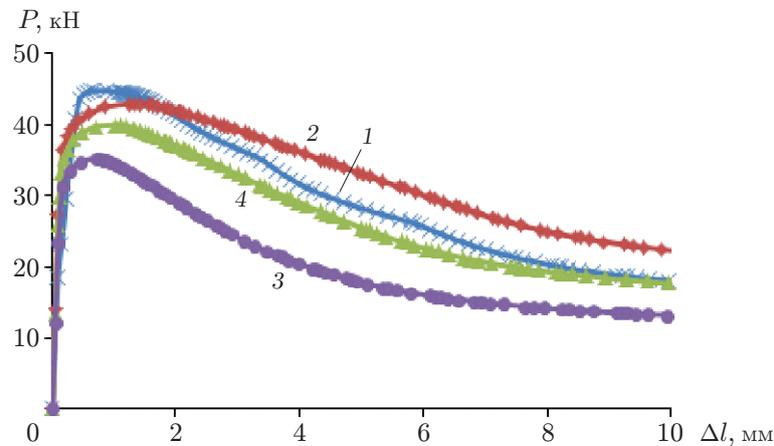


Рис. 7. Зависимость нагрузки от деформации для тонкостенных труб с трещиной при различных углах наклона трещины (образец  $D42-L150-\gamma30^\circ-CP0,5-\lambda0,4$ ):

1 — труба без трещины, 2 —  $\beta = 0^\circ$ , 3 —  $\beta = 45^\circ$ , 4 —  $\beta = 90^\circ$

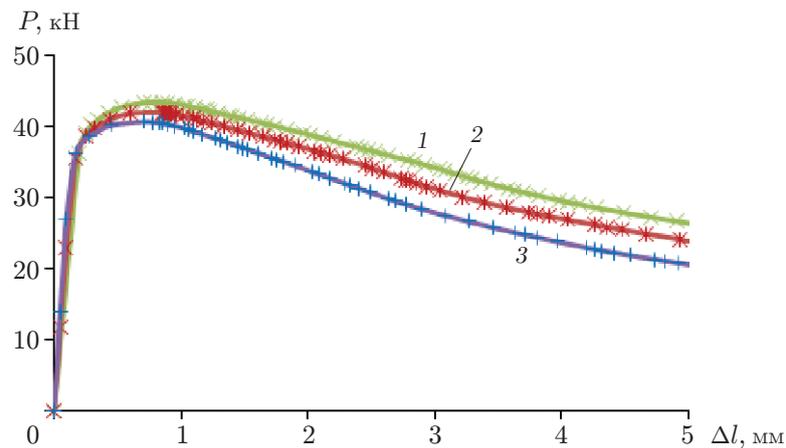


Рис. 8. Зависимость нагрузки от деформации для тонкостенных труб с трещиной при различных значениях  $\lambda$  (образец  $D42-L150-\gamma30^\circ-CP0,5-\beta90^\circ$ ):

1 —  $\lambda = 0,2$ , 2 —  $\lambda = 0,3$ , 3 —  $\lambda = 0,4$

наиболее существенным. При максимальном значении  $\lambda = 0,4$  критическая нагрузка для трубы длиной  $L = 100$  мм составляет 88 % критической нагрузки для идеального цилиндра. При  $L = 150, 250$  мм критическая нагрузка составляет соответственно 82 и 76 % критической нагрузки для трубы без трещин. В случае продольной трещины ( $\beta = 90^\circ$ ) края трещины не взаимодействуют. Влияние длины такой трещины на критическую нагрузку при потере устойчивости является более существенным, чем в случае круговой трещины, и менее существенным, чем в случае наклонной трещины. На рис. 7 показана зависимость нагрузки от деформации при различных углах наклона трещины, полученная в численном расчете.

3.2. *Влияние длины трещины на потерю устойчивости тонкостенных труб с трещиной.* Влияние длины трещины на потерю устойчивости и закритическое поведение трубы с трещиной показано на рис. 8. Видно, что с увеличением длины трубы и трещины при  $\beta = 90^\circ$  критическая нагрузка уменьшается более существенно. При наличии в трубе длиной  $L = 250$  мм продольной трещины с отношением  $\lambda = 0,4$  критическая нагрузка состав-

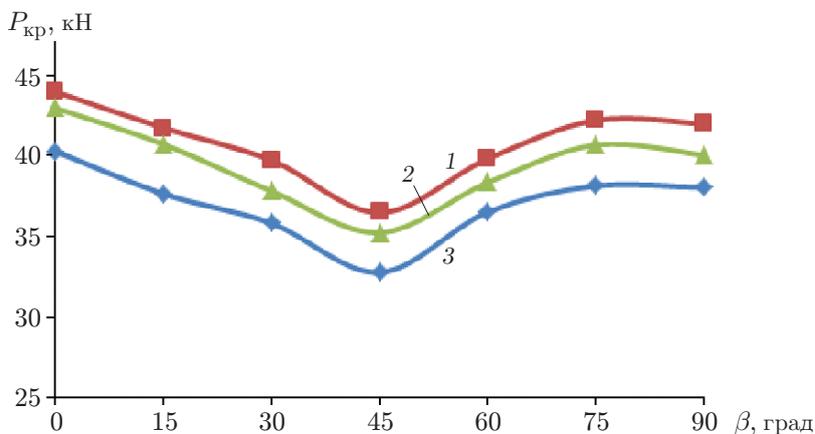


Рис. 9. Зависимость критической нагрузки для труб с трещиной от угла наклона трещины (образец  $D42-\gamma30^{\circ}-CP0,5-\lambda0,3-\beta90^{\circ}$ ):

1 —  $L = 100$  мм, 2 —  $L = 150$  мм, 3 —  $L = 250$  мм

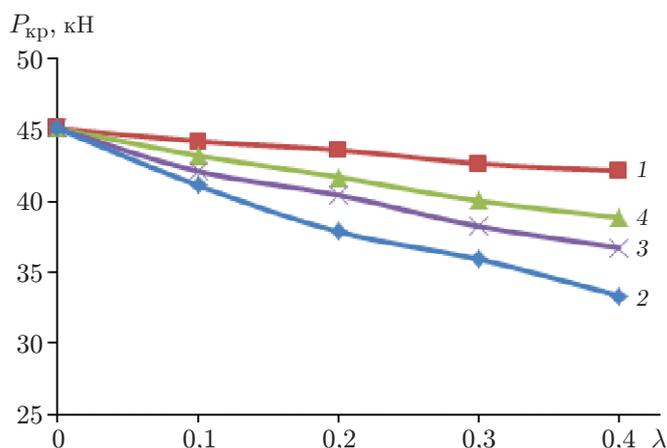


Рис. 10. Зависимость критической нагрузки для труб с трещиной от параметра  $\lambda$  (образец  $D42-L150-\gamma30^{\circ}-CP0,5$ ):

1 —  $\beta = 0^{\circ}$ , 2 —  $\beta = 45^{\circ}$ , 3 —  $\beta = 60^{\circ}$ , 4 —  $\beta = 90^{\circ}$

ляет 85 % критической нагрузки для идеального цилиндра. Изменение длины продольной трещины оказывает незначительное влияние на критическую нагрузку. В отличие от случая горизонтальных и наклонных трещин в случае продольной трещины взаимодействие ее краев отсутствует, поскольку в процессе деформации трубы трещина открывается полностью. Поэтому для труб с продольной трещиной ( $\beta = 90^{\circ}$ ) зависимости нагрузки от деформации при различных значениях  $\lambda$  подобны, но критические значения  $P_{кр}$  различаются.

3.3. *Влияние длины трубы на критическую нагрузку.* При увеличении длины трубы критическая нагрузка уменьшается (рис. 9). При увеличении угла ориентации трещины с  $0$  до  $45^{\circ}$  критическая нагрузка уменьшается равномерно и при  $\beta = 45^{\circ}$  имеет минимальное значение. При увеличении угла  $\beta$  до  $60^{\circ}$  критическая нагрузка увеличивается. В диапазоне  $60^{\circ} < \beta < 90^{\circ}$  критическая нагрузка изменяется незначительно, а ее критическое значение остается практически постоянным. Из рис. 9 следует, что с увеличением длины трубы при угле ориентации трещины  $\beta = 45^{\circ}$  критическая нагрузка уменьшается более существенно. На рис. 10 показано влияние длины трещины на критическую нагрузку.

ку при  $\beta = 0 \div 90^\circ$ . Видно, что при  $\beta = 45^\circ$  с увеличением длины трещины критическая нагрузка уменьшается существенно, в то время как при  $\beta = 0^\circ$  ее уменьшение является незначительным.

**Заключение.** С использованием численных и экспериментальных методов изучена устойчивость стальных тонкостенных труб с трещинами различной длины и ориентации при различных значениях отношения  $L/D$ . Определена критическая нагрузка для таких труб при различных углах ориентации трещин.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. По мере удаления трещины от торцов трубы критическая нагрузка уменьшается. При сложном нагружении с увеличением длины трубы с трещиной критическая нагрузка уменьшается. Увеличение отношения  $L/D$  также приводит к уменьшению критической нагрузки. В случае наличия трещины при потере устойчивости тонкостенных труб, как правило, происходит локальное выпучивание. При наличии трещин, длина которых превышает критическую, может возникать локальное выпучивание, предшествующее глобальной потере устойчивости тонкостенных труб. Критическая длина трещины зависит от ее ориентации и условий нагружения. Наличие продольной трещины оказывает незначительное влияние на величину критической нагрузки. При сложном нагружении критическая нагрузка для труб с трещиной уменьшается с увеличением длины трещины. Минимальное значение критической нагрузки имеет место при  $\beta = 45^\circ$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Javidruzi M., Vafai A., Chen J. F., Chilton J. C.** Vibration, buckling and dynamic stability of cracked thin-walled tubes // *Thin-Walled Structures*. 2004. V. 42. P. 79–99.
2. **Rajani B., Kleiner Y.** Comprehensive review of structural deterioration of water mains: physically based models // *Urban Water*. 2001. V. 3. P. 151–164.
3. **Makar J. M., Desnoyers R., McDonald S. E.** Failure modes and mechanisms in gray cast iron tube // *Proc. of the NRCC “Undeground infrastructure research: municipal, industrial and environmental applications”*, Kitchener (Canada), June 10–13, 2001. S. 1, 2001. P. 1–10.
4. **Rajani B. B., Zhan C., Kuraoka S.** Tube-soil interaction analysis of jointed water mains // *Canad. Geotech. J.* 1996. V. 33. P. 393–404.
5. **Li Y. W., Elishakoff I., Starnes J. H., Bushnell D.** Effect of the thickness variation and initial imperfection on buckling of composite thin-walled tubes: asymptotic analysis and numerical results by BOSOR4 and PANDA2 // *Intern. J. Solids Structures*. 1997. V. 34. P. 3755–3767.
6. **Erdogan F., Ratwani M.** A circumferential crack in a cylindrical tube under torsion // *Intern. J. Fracture*. 1972. V. 8. P. 87–95.
7. **Duncan-Fama M., Sanders J.** A circumferential crack in a cylindrical tube under tension // *Intern. J. Fracture*. 1972. V. 8. P. 15–20.
8. **Budiansky B., Hutchinson J. W.** Buckling of circular thin-walled tubes under axial compression // *Contributions to the theory of aircraft structures*. Delft: Delft Univ. Press, 1972. P. 239–260.
9. **Xie Y. J.** A theory on cracked tube // *Intern. J. Pressure Vessels Piping*. 1998. V. 75. P. 865–869.
10. **Xie Y. J.** An analytical method on circumferential periodic cracked tubes // *Intern. J. Solids Structures*. 2000. V. 37. P. 5189–5201.
11. **Hutchinson J. W.** Buckling and initial post-buckling behavior of oval thin-walled tubes under axial compression // *J. Appl. Mech.* 1968. V. 35. P. 66–72.
12. **Estekanchi H. E., Vafai A.** On the buckling of thin-walled tubes with through cracks under axial load // *Thin-Walled Structures*. 1999. V. 35. P. 255–274.

13. **Vafai A., Estekanchi H. E.** A parametric finite element study of cracked plates and tubes // Thin-Walled Structures. 1999. V. 33. P. 211–229.
14. **Vafai A., Javidruzi M., Estekanchi H. E.** Parametric instability of edge cracked plates // Thin-Walled Structures. 2002. V. 40. P. 29–44.
15. **Vaziri A.** On the buckling of cracked composite thin-walled tubes under axial compression // Composite Structures. 2007. V. 80. P. 152–158.
16. **Estekanchi H. E., Vafai A., Kheradmandnia K.** Finite element buckling analysis of cracked thin-walled tubes under torsion // Asian J. Civil Engng. 2002. V. 3. P. 73–84.
17. **Vaziri A., Estekanchi H. E.** Buckling of cracked cylindrical thin tubes under combined internal pressure and axial compression // Thin-Walled Structures. 2006. V. 44. P. 141–151.
18. **Vaziri A., Nayeb-Hashemi H., Estekanchi H. E.** Buckling of the composite cracked thin-walled tubes subjected to axial load // ASME 2003: Intern. mech. engng congress and exposition, Washington (USA), Nov. 15–21, 2003. S. 1., 2003. P. 87–93.
19. **Zheleznov L. P., Kabanov V. V., Boiko D. V.** Nonlinear deformation and stability of oval cylindrical shells under combined loading // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2008. V. 49, N 1. P. 109–113.
20. **Reyes A., Langseth M., Hopperstad O. S.** Square aluminum tubes subjected to oblique loading // Intern. J. Impact Engng. 2003. V. 28. P. 1077–1106.
21. **Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Shoshin D. V.** Stability and limit states of elastoplastic spherical shells under static and dynamic loading // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2014. V. 55, N 1. P. 8–15.
22. **Shariati M., Fereidoon A. B., Akbarpour A.** Buckling load analysis of oblique loaded stainless steel 316ti cylindrical tubes with elliptical cutout // Res. J. Recent Sci. 2012. V. 8. P. 53–63.
23. **Han D. C., Park S. H.** Collapse behavior of square thin-walled tubes subjected to oblique loads // Thin-Walled Structures. 1999. V. 35. P. 167–184.
24. **Levyakov S. V.** Nonlinear deformation and buckling of curvilinear pipes loaded by external pressure // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1998. V. 39, N 4. P. 624–627.
25. **El Naschie M. S.** Branching solution for local buckling of a circumferentially cracked cylindrical tube // Intern. J. Mech. Sci. 1974. V. 16. P. 689–697.
26. **Shariati M., Fereidoon A. B., Akbarpour A.** Investigation on buckling behavior of tubular tubes with circular cutout subjected to combined loading // Res. J. Recent Sci. 2012. V. 7. P. 68–76.
27. **Riks A., Rankin C. C., Broan F. A.** The buckling of a central crack in a plate under tension // Engng Fracture Mech. 1992. V. 26. P. 1023–1042.
28. **Shariati M., Sedighi M., Saemi M., et al.** Numerical and experimental investigation on ultimate strength of cracked cylindrical tubes subjected to combined loading // *Mechanika*. 2010. V. 84. P. 12–19.

*Поступила в редакцию 19/V 2014 г.*

---