УДК 536.46+532.517.2

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО ФАКЕЛА С УЧЕТОМ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ В ЗОНЕ ГОРЕНИЯ

Л. Ю. Артюх, С. И. Файнерман

1. Известно [1—6], что горение в газовом потоке возмущает течение в окрестности фронта пламени, при этом нарушается изобарность течения, сопровождающаяся ускорением газа. В работе [1] на примере горения однородной смеси из простых физических соображений проведен качественный анализ структуры турбулентного факела. Показано, что в нем, как и в ламинарном факеле [6], имеет место «всплеск» скорости и спад давления во фронте пламени. Основную роль в расчетах [1, 6] играл приближенный переход к наглядной квазиодномерной (вдоль линий тока) схеме принципиально двумерного потока. Основанием к такому переходу служат экспериментальные линии тока в бунзеновской горелке, которые в свежей смеси подходят к фронту пламени прямолинейно, а во фронте искривляются и расширяются. При этом скорость газа за фронтом возрастает, как показывает приближенный расчет, пропорционально температуре $u_1/u_2 \sim T_2/T_1$, а давление падает $\Delta p = -\gamma M_1^2 (u_2/u_1 - 1)$; здесь индексы 1 и 2 отвечают условиям до и после фронта.

Численный расчет ламинарного прямоструйного факела на основе уравнений пограничного слоя для реагирующего газа в предположении изобарности процесса был проведен в работах [7, 8]. Результаты решения дали качественно верную картину линий тока, полей температуры и концентраций компонентов. Что касается профилей скорости газа, то не было получено ускорения течения во фронте пламени. Кроме того, трубки тока после разогрева расширились пропорционально увеличению температуры, что не соответствует экспериментам [2, 3]. Видимо, эти результаты являются следствием предположения о изобарности течения. Не прибегая в настоящей работе к сложным расчетам, основанным на уравнениях Навье — Стокса, попытаемся решить задачу о ламинарном факеле на основе уравнений пограничного слоя, но в отличие от [7, 8] приближенно учтем изменение давления вдоль линий тока [1]. Используем уравнения пограничного слоя, записанные в переменных Мизеса:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \psi}\left(u \frac{\partial u}{\partial \psi}\right) - \frac{1}{\gamma M_0^2} \cdot \frac{1}{\rho u} \cdot \frac{\partial p}{\partial \xi}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \psi}\left(\frac{u}{\mathrm{Pr}} \cdot \frac{\partial T}{\partial \psi}\right) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\gamma - 1}{\rho} M_0^2 u \left(\frac{\partial u}{\partial \psi}\right)^2 + \frac{Q}{C_p T_0} \cdot \frac{w(C_i, T)}{u}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \psi}\left(\frac{u}{\mathrm{Sc}_i} \cdot \frac{\partial C_i}{\partial \psi}\right) - \sigma_i \frac{w(C_i, T)}{u}, \quad (C_T + C_0 + C_N = 1), \quad (3)$$

$$p = \rho T.$$

Здесь принято приближенное соотношение

$$\mu\rho = \mathrm{const}. \quad (5)$$

Все величины в уравнениях безразмерные (отнесены к соответствующим значениям на выходе из сопла), $\xi = x/L\mathrm{Re}$, $\partial\psi/\partial x = -\rho v$, $\partial\psi/\partial y = \rho u$, $\mathrm{Re} = u_0 L/\nu_0$.

Закон изменения давления в трубке тока необходимо задать. Изменение давления во фронте пламени есть результат резкого увеличения температуры, поэтому логично выразить градиент давления через температуру. В термодинамике сложные состояния газа, когда меняются давление, температура и объем, описываются уравнением политропы

$$p=\rho^n. \tag{6}$$

Поскольку этот процесс зависит от условий эксперимента, то показатель политропы n необходимо подбирать из условия согласования результатов расчета с опытом.

Преобразуем в уравнениях (1) и (2), согласно (4) и (5), члены, связанные с работой расширения

$$(1/\rho)\,(dp/d\xi)=[n/(n-1)]\,(\partial T/\partial\xi)\simeq -n\,(\partial T/\partial\xi). \tag{7}$$

Из (7) следует, что в области теплового скачка с большим градиентом температуры $\partial T/\partial\xi$ градиент давления может быть также отличен от нуля. Для увеличения скорости течения в несколько раз показатель политропы, как видно из (1) и (7), должен быть соизмерим с величиной M_0^2. Обычно скорость потока в ламинарных факелах мала и $M_0\sim 10^{-3}$, тогда $n\sim 10^{-6}$, т. е. процесс близок к изобарическому. В этом случае градиент давления в уравнении энергии, как и диссипативный член, пренебрежимо мал.

Таким образом, задача о плоском прямоструйном факеле сводится к решению системы:

$$\frac{\partial u}{\partial\xi}=\frac{\partial}{\partial\psi}\left(u\frac{\partial u}{\partial\psi}\right)+\frac{n}{\gamma M_0^2}\frac{1}{u}\frac{\partial T}{\partial\xi}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial T}{\partial\xi}=\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{u}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial\psi}\right)+\frac{Q}{C_pT_0}\cdot\frac{w(C_i,T)}{u}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial\xi}=\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\frac{u}{\mathrm{Sc}_i}\frac{\partial C_i}{\partial\psi}\right)-\upsilon_i\frac{w_i(C_i,T)}{u}, \tag{10}$$

$$C_T+C_0+C_N=1 \tag{11}$$

с граничными условиями:

при $\xi=0$:

$$0\leqslant\psi<1:\ u=1,\ \ T=T_0,\ \ c_i=c_{i0};$$

$$1\leqslant\psi<\infty:\ u=u_\infty,\ T=T_\infty,\ c_i=0,$$

при $\xi>0$:

$$\psi\longrightarrow\infty:\ u\longrightarrow u\infty,\ T\longrightarrow T_\infty,\ C_i\longrightarrow 0. \tag{12}$$

$$\psi\longrightarrow\infty:\ u\longrightarrow u_\infty,\ T\longrightarrow T_\infty,\ C_i\longrightarrow 0.$$

Выражение функции $w(c_i, T)$ — некоторой эффективной скорости реакции, как и в [7, 8], задавалось в виде

$$w=B\,(C_TC_0/T)\exp(-E/RT), \tag{13}$$

где $B=k_0L^2\rho_0/\mu_0$; k_0 — предэкспонент в законе Аррениуса; E — энергия активации; σ — коэффициент, равный весу окислителя, необходимого для сжигания единицы веса топлива. Переход в физическую плоскость координат x, y осуществляется согласно (4)—(6) (так как $n\ll 1$) обычным интегрированием:

$$y=\int_0^\psi\frac{d\psi}{\rho u}=\int_0^\psi T\frac{d\psi}{u}. \tag{14}$$

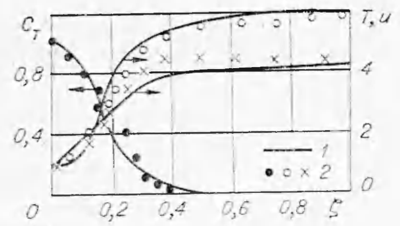

Рис. 1. Безразмерные профили скорости, температуры и концентрации топлива вблизи фронта пламени.

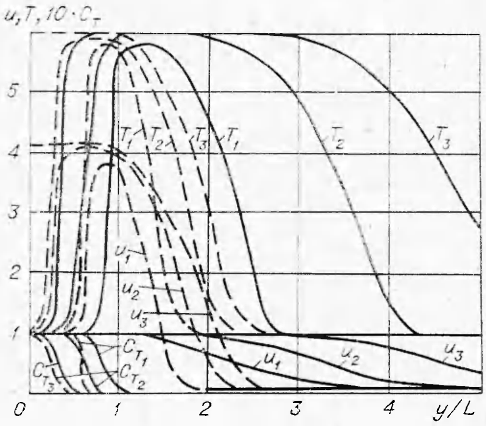

Рис. 2. Безразмерные профили температуры, скорости и концентрации в сечениях $\xi = 0{,}004$ (*1*), 0,008 (*2*), 0,012 (*3*).

—— $p = \mathrm{const}$; — — — $p = \rho^{2\gamma M_0^2}$.

Из уравнений (8) и (14) можно сделать вывод о том, что в факеле, вследствие изменения температуры будет увеличиваться скорость течения, что, в свою очередь, приведет к меньшему расширению факельной струи в сравнении с изобарической нагретой струей [7, 8].

2. Задача (8)—(14) решалась численно на ЭЦВМ по явной конечно-разностной схеме, для которой шаги сетки $\xi_i = i\Delta\xi$, $\psi_k = k\Delta\psi$ выбирались из условия устойчивости

$$\frac{\Delta\xi}{(\Delta\psi)^2} \leqslant \frac{1 - \Delta\xi \cdot [w_{i,k}/(C_{Ti,k} \cdot u_{i,k})]}{u_{i,k+1} + u_{i,k}}. \tag{15}$$

Как видно из условия (15), чем выше скорость реакции, тем меньше должны быть шаги сетки. При расчете рассматриваемого здесь варианта были взяты значения $\Delta\psi = 2 \cdot 10^{-2}$; $\Delta\xi = 8 \cdot 10^{-5}$. Изменение шагов счета в контрольных вариантах не влияло на результаты решения.

Неизвестная пока величина n, как отмечалось выше, может быть найдена из согласия расчета с опытом. Сравним с экспериментом безразмерные профили скорости, температуры и концентрации топлива в зависимости от приведенной координаты $\zeta = (N - N_1)/(N_2 - N_1) \simeq \simeq (\xi - \xi_1)/(\xi_2 - \xi_1)$. Здесь N — нормальная к фронту координата в опытах, а ξ — продольная координата вдоль линий тока в расчетах. Индексы 1 относятся к координатам перед фронтом, когда температура еще равна температуре холодной смеси, 2 — к координатам после фронта, где температура уже равна максимальной температуре продуктов сгорания.

На рис. 1, *1* показано численное решение задачи (8)—(14), полученное при следующих значениях безразмерных параметров: $Q/C_pT_0 = 50$, $E/RT_0 = 30$, $B = 4 \cdot 10^8$, $\sigma_0 = 3{,}64$ для средней линии тока ($\psi = 0{,}4$). (Как известно из [8], влияние изменения ψ невелико на прямом участке факела.) На рис. 1, *2* показаны экспериментальные профили скорости, температуры и концентрации [2]. Согласие численного решения с экспериментом удовлетворительное. Для этого было принято значение параметра $n/\gamma M_0^2 = 2$, что обеспечило увеличение скорости в 4 раза.

На рис. 2 и 3 приведено сравнение расчетов ламинарных факелов без учета и с учетом изменения давления. В первом случае факел длиннее и шире, трубки тока расширяются во столько раз, во сколько нагревается газ. Во втором — энергия горения расходуется не только на расширение трубок тока, но также на увеличение кинетической энергии газа, вследствие чего скорость его возрастает. При этом

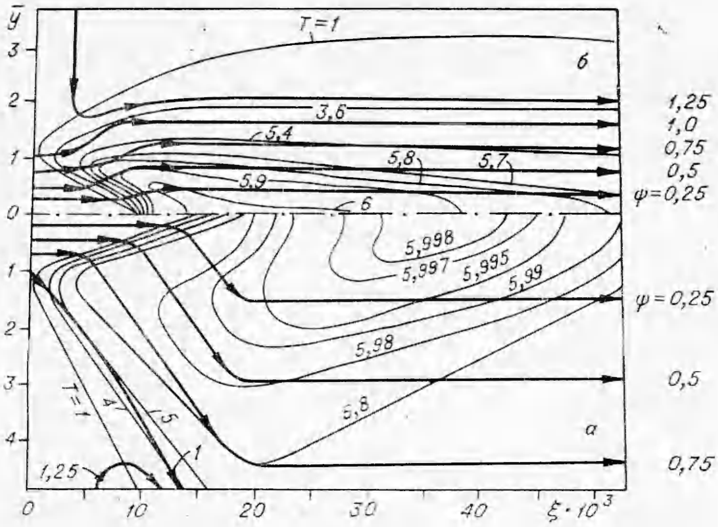

Рис. 3. Линии тока и изотермы в гомогенном факеле.

а) $n=0$; *б)* $n = 2\gamma M_0^2$.

изотермы (тонкие линии рис. 3) также сужаются и максимум температуры приближается к вершине факела, горение становится более напряженным.

Авторы с глубокой благодарностью вспоминают профессора Л. А. Вулиса, проявлявшего большое внимание к нашей работе и предложившего данный приближенный метод теоретического решения задачи об ускорении газа во фронте пламени.

Казахский госуниверситет

Поступила в редакцию 10/X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вулис. ФГВ, 1972, 8, 1, 40.
2. Р. М. Фристром, А. А. Вестенберг. Структура пламени. М., «Металлургия», 1969, с. 284.
3. G. Janisch. Chem. — Ing. — Techn., 1971, **43**, 9.
4. Л. А. Вулис, О. А. Кузнецов, Л. П. Ярин. Третий Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Черноголовка, 1971.
5. Tadao Takeno. Comb. Sci. and Techn., 1972, **5**, 3.
6. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
7. Л. Ю. Артюх, Л. А. Вулис, Э. А. Закарин. Третий Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Черноголовка, 1971.
8. Л. Ю. Артюх, Э. А. Закарин и др. Тепло- и массоперенос. Т. 1, ч. 2. Минск, Уч. издат., 1972.