

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ОБЛАКОМ ЧАСТИЦ

УДК 532.529

В. М. Бойко, В. П. Киселев, С. П. Киселев,
А. Н. Папырин, С. В. Поплавский, В. М. Фомин

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
630090 Новосибирск

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию распространения ударной волны в смеси газа с твердыми частицами при наличии выраженных границ двухфазной области (облако частиц). Экспериментально показан и теоретически обоснован эффект качественной перестройки сверхзвукового потока за ударной волной в облаке частиц в диапазоне объемных концентраций дисперсной фазы 0,1–3 %.

В целом ряде технологических процессов по производству и переработке порошковых материалов следует учитывать опасность возникновения пылевого взрыва, важным фактором которого является ударная волна (УВ) в пылегазовой смеси. Для физического и математического моделирования этого явления необходимы детальные представления о релаксационных процессах за фронтом УВ при температурах и давлениях, характерных для пылегазовых взрывов. В частности, одной из основных проблем является скоростная релаксация фаз в потоке за фронтом УВ [1, 2].

Большая часть экспериментальных работ в этой области относится к дозвуковым потокам. Значительно менее изучено явление скоростной неравновесности в сверхзвуковых потоках, когда число Маха относительного движения газа и частиц M_{12} в ходе скоростной релаксации изменяется в широком диапазоне. Обширные экспериментальные данные по коэффициенту сопротивления C_d для одиночных частиц даны в [3, 4]. Имеется также большое количество корреляционных зависимостей $C_d = C_d(M_{12}, Re)$ [3–8]. Однако в течениях с высокой концентрацией дисперсной фазы наблюдаются отклонения величины C_d от значений, характерных для одиночных частиц. Так, в низкоскоростных двухфазных течениях этот эффект становится заметным в достаточно концентрированных смесях, при объемной концентрации частиц $m_2 \geq 5\%$ [9], а в сверхзвуковом сопле эффекты «стесненности» проявляются уже при $m_2 \geq 1\%$ [10].

Математическое моделирование процесса распространения УВ в газозвезях в одномерном приближении проводилось ранее в [11–13]. Однако сложность проблемы и ограниченность представлений о нестационарных двухфазных течениях (в частности, об особенностях поведения газовой фазы) за УВ в облаке частиц делают необходимыми дальнейшие исследования в этом направлении. Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию распространения ударной волны в смеси газа с твердыми частицами при наличии выраженных границ двухфазной области (облако частиц).

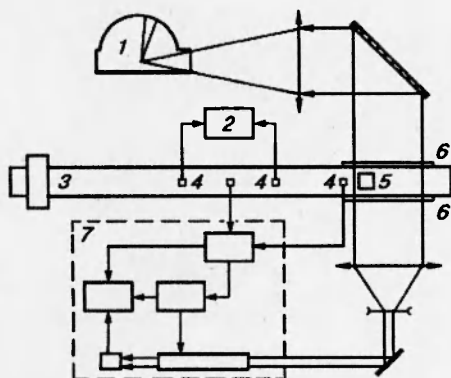


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
1 — ждущий фоторегистратор; 2 — измеритель интервалов времени; 3 — ударная труба; 4 — пьезодатчики давления; 5 — устройство ввода частиц, 6 — окна, 7 — лазерный стробоскоп

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН С ОБЛАКАМИ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ

Методика эксперимента. Эксперименты выполнялись на ударной трубе, оснащенной оборудованием для оптической визуализации ударно-волновых процессов в двухфазных средах и измерения профилей давления и скорости УВ (рис. 1). Камеры высокого и низкого давления имели длину соответственно 1,5 и 5 м, сечение канала 52×52 мм. Толкающий газ — гелий, $p = 2,5 \div 10$ МПа, рабочий газ — воздух, $p = 0,01 \div 0,1$ МПа. Диапазон чисел Маха ударной волны $M_0 = 1,5 \div 4,5$. Параметры газа за УВ определялись по измеренному числу M_0 с учетом температурной зависимости показателя адиабаты [14, 15].

Порошки оргстекла ($d = 80 \div 300$ мкм, $\rho_{22} = 1,2$ г/см³) и бронзы ($d = 80 \div 130$ мкм, $\rho_{22} = 8,6$ г/см³) вводились в канал с помощью электромагнитного ударника на нижней стенке измерительной секции, подбрасывающего порошок на заданную высоту, либо вибрирующей сеткой на верхней крышке измерительной секции, создававшей вертикальный поток свободно падающих частиц с однородной концентрацией по сечению. Сменные диафрагмы в сетке, позволяли получать облако с нужной геометрией и концентрацией частиц.

Наблюдение за динамикой взаимодействия УВ с частицами осуществлялось при помощи быстродействующих методов лазерной визуализации в проходящем (метод многокадровой теневой визуализации) и рассеянном (метод лазерного ножа) свете. Длительность экспозиций (30 нс), число кадров и интервалы между ними задавались лазерным стробоскопом [16], а пространственное разделение кадров осуществлялось при помощи ждущего фоторегистратора с вращающейся зеркальной призмой. Точность установки временных интервалов 0,1 мкс. Система синхронизации обеспечивала необходимую последовательность запуска отдельных элементов ударной трубы и диагностической аппаратуры. Генератор, задающий серию импульсов, запускался пьезодатчиком, установленным в области наблюдения. Это обеспечивало точность привязки световых импульсов относительно момента прохождения фронта УВ через исследуемую область не хуже 1 мкс.

Влияние концентрации частиц на динамику их ускорения за ударной волной. Рассмотрим некоторые экспериментальные данные по динамике облака частиц за УВ. На рис. 2 приведены серии фотографий для двух концентраций частиц оргстекла. Уже в начальной стадии движения происходит «размывание» облака как по длине, так и в поперечном направлении, а следовательно, уменьшение его средней концентрации. Одна из очевидных причин роста продольного размера облака — полидисперсность. Мелкие частицы ускоряются быстрее крупных, что помимо уменьшения концентрации приводит

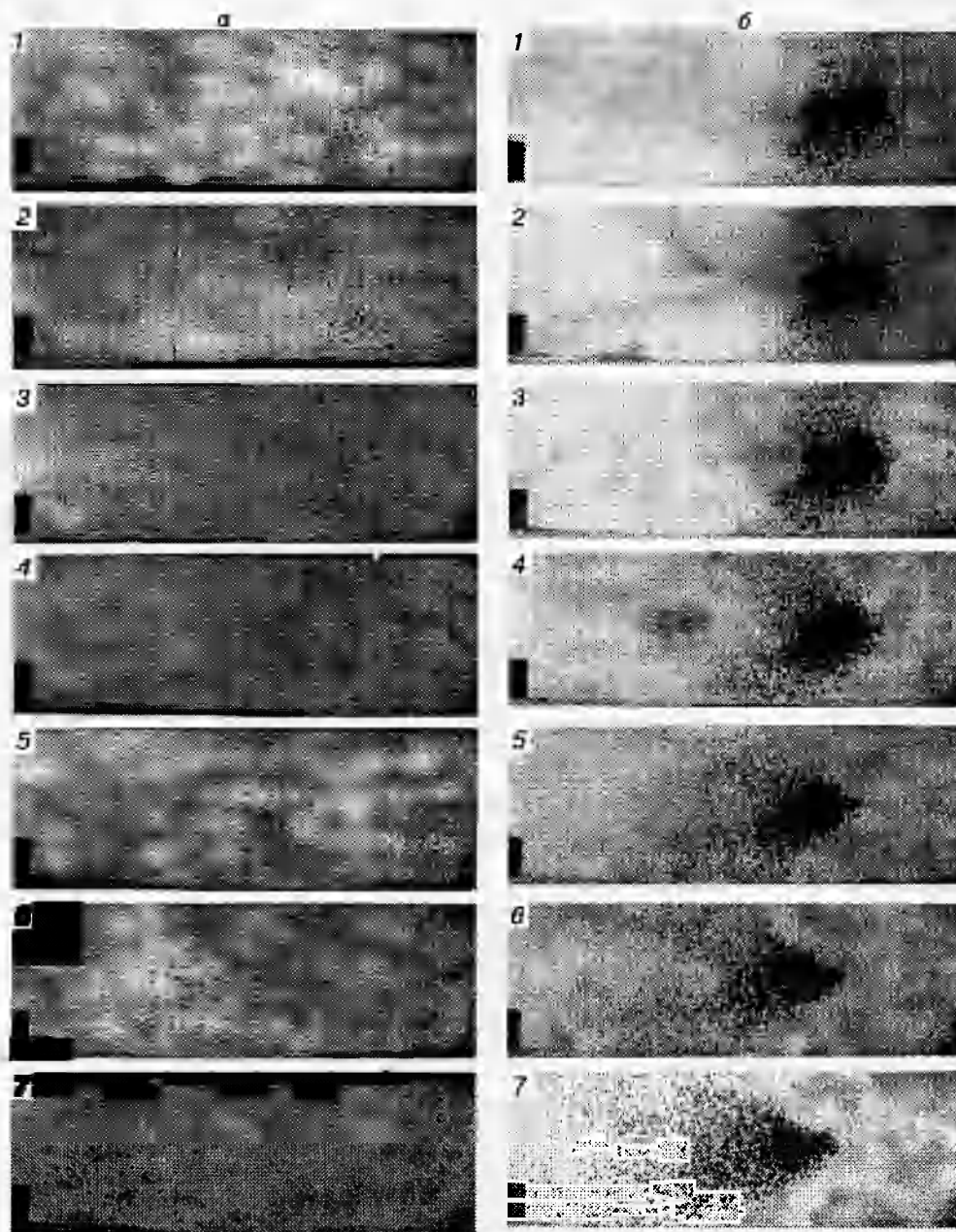


Рис. 2. Взаимодействие УВ с облаками частиц оргстекла при различной концентрации дисперсной фазы:

$m_2 < 0,2$ (а) и 3% (б); $M_0 = 4,5$, $p = 0,01$ МПа, $\Delta t = 20$ мкс

к сепарации частиц по размерам. Поперечное уширение отчасти вызвано столкновением частиц, но, как будет показано, более существенные эффекты связаны с перестройкой газового потока.

На рис. 3 приведены серии фотографий, полученные для двух сортов частиц (бронза, оргстекло) при $m_2 \leq 0,1\%$ и $m_2 > 1\%$. На рис. 4, 5 представлены траектории передней границы облака частиц бронзы и оргстекла. Видно, что ускорение частиц при изменении концентрации от $< 0,1\%$ до $\sim 1\%$ отличается почти в 2 раза.

На наш взгляд, основная причина столь сильного влияния концентрации на динамику ускорения частиц в облаке обусловлена изменением волновой структуры, формирующейся на частицах при сверхзвуковом обтекании. Действительно, в начальной стадии ускорения

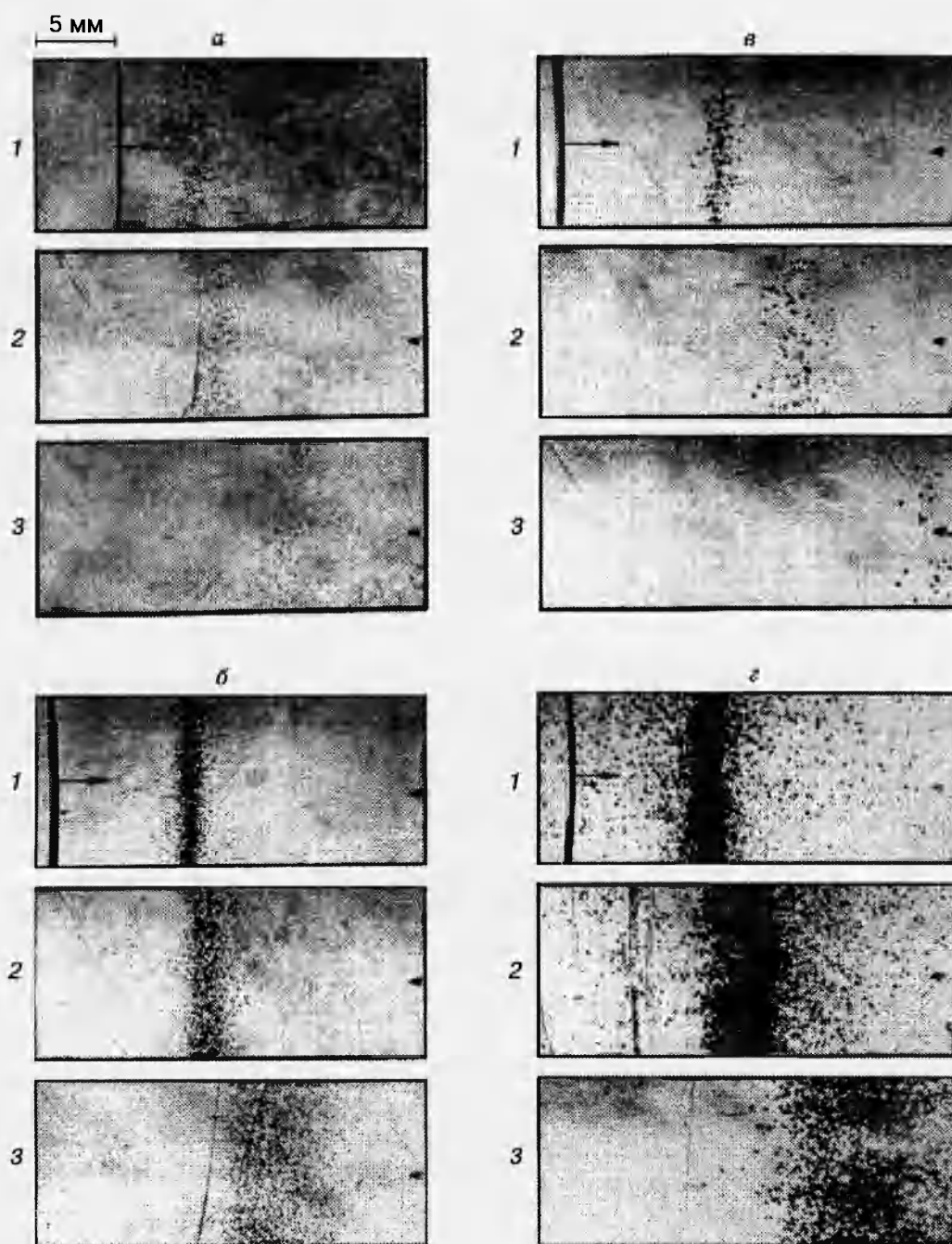


Рис. 3. Ускорение за УВ частиц бронзы (а, б) и оргстекла (в, г):

$m_2 \leq 0,1$ (а, в) и $> 1\%$ (б, г); $M_0 = 2,8$, $p = 0,1$ МПа, $\Delta t = 100$ мкс

частиц за УВ с числом Маха $M_0 > 2$ режим их обтекания сверхзвуковой. Из фотографий, приведенных на рис. 6, следует, что при низкой концентрации частиц головные скачки уплотнения формируются около каждой частицы. С повышением концентрации ударные скачки, взаимодействуя друг с другом, перекрываются и создают общий головной скачок.

Прежде чем перейти к рассмотрению динамики частиц в облаке остановимся более подробно на ускорении одиночной частицы в сверхзвуковом потоке за фронтом УВ. В специально поставленной серии опытов с отобранными под микроскопом сферическими частицами бронзы $d = 180 \pm 10$ мкм были найдены коэффициенты аэродинамического со-

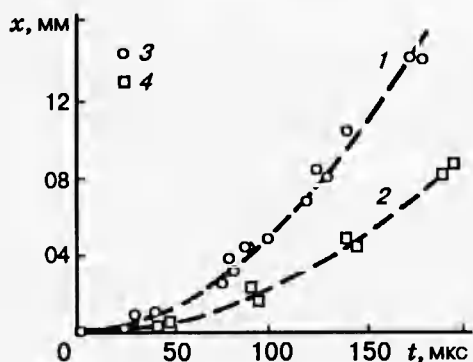


Рис. 4

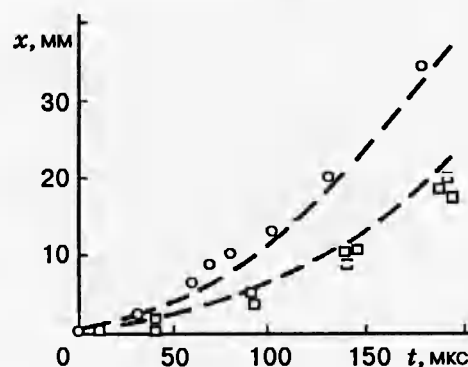


Рис. 5

Рис. 4. Траектории частиц бронзы ($d = 80 \div 130$ мкм, $\rho_{22} = 8,6$ г/см³) при $m_2 \approx 0,1$ (3) и $\approx 1\%$ (4); $M_0 = 2,8$, $p = 0,1$ МПа; 1, 2 — расчет для $d = 130$ мкм

Рис. 5. Траектории частиц оргстекла ($d = 80 \div 300$ мкм, $\rho_{22} = 1,2$ г/см³) при $m_2 \approx 0,1$ (3) и $\approx 3\%$ (4); $M_0 = 2,8$, $p = 0,1$ МПа, 1, 2 — расчет для $d = 300$ мкм

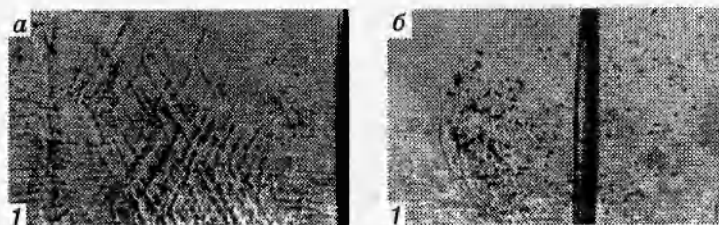


Рис. 6. Волновая структура в сверхзвуковом потоке за УВ при $m_2 \leq 0,1$ (а) и $m_2 > 1\%$ (б)

противления. Диапазон изменения числа Маха относительного движения газа и частиц $0,8 < M_{12} < 1,2$ соответствует смене режима обтекания от сверхзвукового к дозвуковому. Большое количество опытов, проведенных с частицами одинаковых размеров, показали, что разброс абсолютных значений C_d не превышает 10%, а среднее значение C_d и характер зависимости $C_d = f(M_{12})$ соответствуют приведенному на рис. 7. Эти данные для одиночной сферической частицы достаточно хорошо описываются выражением [6]

$$C_d(\text{Re}, M_{12}) = \left(1 + \exp \left(- \frac{0,43}{M_{12}^{4,67}} \right) \right) \left(0,38 + \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}} \right), \quad (1)$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_{11}|v_1 - v_2|d}{\mu}, \quad M_{12} = \frac{|v_1 - v_2|}{c}, \quad c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho_{11}}}.$$

Данная эмпирическая формула будет использована ниже в численных расчетах.

Полученные результаты дают основание утверждать, что наблюдаемый эффект обусловлен формированием «коллективной» УВ перед облаком. Как следствие, происходят смена режима обтекания частиц от сверхзвукового к дозвуковому, уменьшение C_d и скоростного напора газа.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ОБЛАКОМ ЧАСТИЦ

Континуально-дискретная модель течения смеси газ — частицы. Рассмотрим облако твердых сферических частиц, на которые набегает УВ. Требуется найти параметры газа и частиц, возникающие в результате взаимодействия УВ с облаком. Движение частиц моделируется бесстолкновительным кинетическим уравнением, а газ — осредненными уравнениями запыленного газа. Предполагается, что частицы могут обладать дисперсией по скоростям и размерам. Данная модель подробно описана в [17, 18] и применима в случае, когда в области течения не происходит пересечения траекторий частиц либо столкновения частиц являются редкими (число Кнудсена $Kn \approx (d/(6m_2L)) \geq 1$, L — расстояние, проходимое частицей в облаке).

Направляя ось x вдоль скорости центра масс облака частиц D , согласно [17–19] получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_2 \frac{\partial f}{\partial x} + w_2 \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial v_2} (a_x f) + \frac{\partial}{\partial w_2} (a_y f) + \frac{\partial}{\partial T_2} (q f) &= 0, \\ v_2 = v_2^\pi - D, \quad a_x = a_x^\pi - \dot{D}, \quad w_2 = w_2^\pi, \quad a_y = a_y^\pi, \quad \dot{D} = \frac{dD}{dt}, \quad D = \frac{\int \rho_{22} v_2^\pi f dV_0}{\int \rho_{22} f dV_0}, \\ f = f(t, x, y, v_2, w_2, r, T_2), \quad n = \int f dV_0, \quad m_2 = \frac{4}{3} \pi \int r^3 f dV_0, \quad dV_0 = dv_2 dw_2 dr dT_2, \\ m_1 + m_2 = 1, \quad q = 2\pi \lambda r Nu \frac{T_1 - T_2}{c_s m_p}, \quad a_x^\pi = \frac{v_1 - v_2}{\tau} - \frac{1}{\rho_{22}} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad a_y^\pi = \frac{w_1 - w_2}{\tau} - \frac{1}{\rho_{22}} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{1}{\tau} = \frac{3}{4} \left(\frac{Re \mu}{\rho_{22} d^2} \right) C_d(Re, M_{12}), \quad m_p = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{22}, \quad Nu = 2 + 0,6 Re^{0,5} Pr^{0,33}, \quad Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}, \\ \varepsilon_1 = c_v T_1, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \Phi = 0, \quad \rho_1 = \rho_{11} m_1, \quad p = (\gamma - 1) \rho_{11} \varepsilon_1, \quad (2) \\ \varphi = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_1 v_1 \\ \rho_1 w_1 \\ \rho_1 (\varepsilon_1 + (v_1^2 + w_1^2)/2) \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho_1 v_1 \\ \rho_1 v_1^2 + p m_1 \\ \rho_1 v_1 w_1 \\ \rho_1 v_1 A_1 \end{pmatrix}, \\ G = \begin{pmatrix} \rho_1 w_1 \\ \rho_1 v_1 w_1 \\ \rho_1 w_1^2 + p m_1 \\ \rho_1 w_1 A_1 \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ A_2 \end{pmatrix}, \\ v_1 = v_1^\pi - D, \quad w_1 = w_1^\pi, \quad A_1 = \varepsilon_1 + \frac{p m_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2 + w_1^2}{2}, \quad \rho_{22} = \text{const}, \\ A_2 = v_1 \Phi_1 + w_1 \Phi_2 + p \left(\frac{\partial m_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial m_1}{\partial x} + w_1 \frac{\partial m_1}{\partial y} \right) - \rho_1 \Phi_3, \\ \Phi_1 = -p \frac{\partial m_1}{\partial x} + \int m_p \frac{v_1 - v_2}{\tau} f dV, \quad \Phi_2 = -p \frac{\partial m_1}{\partial y} + \int m_p \frac{w_1 - w_2}{\tau} f dV, \\ \Phi_3 = \frac{1}{\rho_1} \int m_p \left(\frac{(v_1 - v_2)^2}{\tau} + \frac{(w_1 - w_2)^2}{\tau} - c_s q \right) f dV. \end{aligned}$$

Индексом л отмечены параметры газа и частиц в лабораторной системе координат; ρ_{11} , ρ_{22} — истинные плотности газа и частиц; c_v , c_s — теплоемкости газа и частиц; μ , λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности газа; v , w — скорости по x и y ; индексы 1, 2 соответствуют параметрам газа и частиц.

Система уравнений (1), (2) используется ниже для расчета дозвуковых и сверхзвуковых течений газа с частицами. Данная модель не позволяет рассчитать головной скачок на каждой частице, однако наличие маховской УВ учитывается в зависимости $C_d(M_{12})$. Это дает возможность корректно описать осредненное сверхзвуковое движение облака частиц в газе.

Алгоритм расчета. Система уравнений (1), (2) решается численно с помощью алгоритма, суть которого состоит в следующем. На плоскости x, y строится эйлерова прямоугольная сетка с шагами по x и y , равными соответственно $2h_x$, $2h_y$. На сетке расписываются уравнения для газа по явной конечно-разностной схеме 3-го порядка точности [20, 21].

Бесстолкновительное кинетическое уравнение решается в лагранжевых переменных. Область, занятая частицами, разбивается в момент $t = 0$ на прямоугольные лагранжевы ячейки частиц размером $2h_x$, $2h_y$, так что внутри каждой i -й ячейки все частицы имеют одинаковые скорости v_{2i}^0 , w_{2i}^0 , температуру T_{2i}^0 и радиус r_i , поэтому функция распределения в i -й ячейке при $t = 0$ равна

$$f_i^0 = \frac{N_i}{V_i^0} \delta(v_2 - v_{2i}^0) \delta(w_2 - w_{2i}^0) \delta(r_s - r_i) \delta(T_2 - T_{2i}^0), \quad V_i^0 = 4h_x h_y,$$

где N_i — число частиц в i -й ячейке, δ — дельта-функция. Покажем, что число частиц в i -й ячейке будет оставаться постоянным.

Выберем индивидуальный объем в фазовом пространстве частиц $v(t)$. Условие сохранения полного числа частиц N в индивидуальном объеме имеет вид

$$N = \int_{v(t)} f dV_v dV dr_s = \text{const}, \quad (3)$$

где $v(t)$ образован одними и теми же частицами, траектории которых определяются из уравнений

$$\frac{dx}{dt} = v_2, \quad \frac{dy}{dt} = w_2, \quad \frac{dv_2}{dt} = a_x, \quad \frac{dw_2}{dt} = a_y, \quad \frac{dT_2}{dt} = q, \quad \frac{dr_s}{dt} = 0. \quad (4)$$

Система (4) совпадает с уравнениями характеристик кинетического уравнения (первое уравнение в (2)), последнее уравнение отражает отсутствие дробления и коагуляции частиц. Дифференцируя (3) по времени, с учетом теоремы Остроградского — Гаусса и системы (4) легко получить бесстолкновительное кинетическое уравнение в системе (1), (2). Индивидуальный объем $v(t)$ будет совпадать с объемом движущейся ячейки, поэтому число частиц в i -й ячейке будет оставаться постоянным.

Функция распределения в i -й ячейке в момент t^n задается формулой

$$f_i^n = \frac{N_i}{V_i^n} \delta(v_2 - v_{2i}^n) \delta(w_2 - w_{2i}^n) \delta(r_s - r_i) \delta(T_2 - T_{2i}^n),$$

$$V_i^n = 4h_x h_y, \quad v_{2i}^n = v_{2i}^{n-1} + \tau a_{xi}^{n-1}, \quad w_{2i}^n = w_{2i}^{n-1} + \tau a_{yi}^{n-1}, \quad (5)$$

$$x_{2i}^n = x_{2i}^{n-1} + \tau v_{2i}^{n-1} + \tau^2 a_{xi}^{n-1}/2, \quad y_{2i}^n = y_{2i}^{n-1} + \tau w_{2i}^{n-1} + \tau^2 a_{yi}^{n-1}/2, \quad T_{2i}^n = T_{2i}^{n-1} + \tau q_i^n,$$

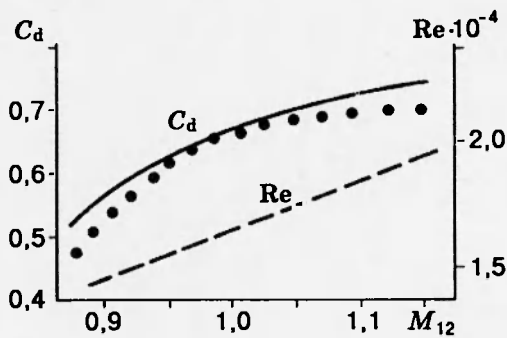


Рис. 7

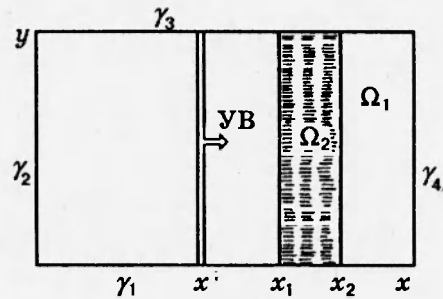


Рис. 8

Рис. 7. Зависимость коэффициента сопротивления частицы от числа Маха M_{12}

Рис. 8. Расчетная область (одномерный случай):

Ω_1 — область, занятая газом; Ω_2 — смесь газ — частицы; x_+ — координата фронта УВ; x_1 — передняя граница облака; x_2 — задняя граница облака; γ_1 — γ_4 — границы расчетной области

где $\tau = t^n - t^{n-1}$ — шаг по времени. Как следует из (5), лагранжевы ячейки движутся относительно эйлеровой сетки со скоростями v_{2i}^n, w_{2i}^n . Функция распределения f_j^n в j -й эйлеровой ячейке равна

$$f_j^n = \sum_i^m \frac{\delta_i^n N_i}{V_i^n} \delta(v_2 - v_{2i}^n) \delta(w_2 - w_{2i}^n) \delta(r_s - r_i) \delta(T_2 - T_{2i}^n), \quad (6)$$

$$\delta_i^n = \frac{V_{ij}}{V_j}, \quad V_{ij} = S_{ij}^n, \quad V_j = S_j, \quad S_j = 4h_x h_y,$$

где δ_i^n — доля объема, занимаемая i -й ячейкой в j -й эйлеровой ячейке. Суммирование в (6) идет по m ячейкам, пересекающим j -ю эйлерову ячейку. С помощью (6) можно найти среднюю величину

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{n} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} Q f dV_v dr_s dT_2. \quad (7)$$

Подставляя (6) в (7), получим $\langle Q \rangle_j^n$ в j -й эйлеровой ячейке:

$$\langle Q \rangle = \frac{\sum_i^m Q_i^n \delta_i^n N_i / V_i^n}{\sum_i^m \delta_i^n N_i / V_i^n}. \quad (8)$$

Формула (8) позволяет найти средние параметры частиц в произвольной эйлеровой ячейке. Параметры газа в ячейке частиц находились методом линейной интерполяции. В идеальном смысле данный метод численного решения кинетического уравнения близок к методу частиц в динамике разреженной плазмы [22]. Однако имеются и существенные отличия. В данной работе вместе с кинетическим уравнением решаются уравнения запыленного газа, а в [22] — уравнения Максвелла. В стационарном случае аналогичный метод для расчета течений газ — частицы был предложен в [23].

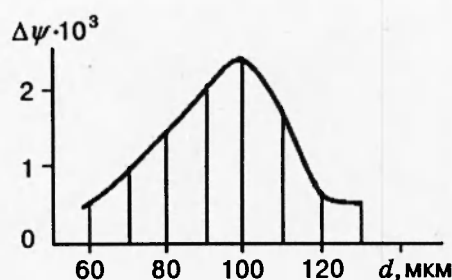


Рис. 9. Функция распределения частиц по размерам

Одномерный расчет взаимодействия УВ с облаком частиц. Рассчитаем картину двухфазного течения и исследуем динамику передней кромки облака сферических частиц за УВ. Однородное облако перекрывает сечение плоского канала (рис. 8).

В области Ω_1 (без частиц) параметры газа вычисляются из системы уравнений Эйлера (идеальный газ) по схеме 3-го порядка точности. В области Ω_2 решалась система уравнений (1), (2) по численной методике, описанной выше. В уравнениях (1), (2) полагалось $dD/dt = 0$ (лабораторная система координат).

Начальные условия задавались в виде

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \rho_{11}^0, \quad p = p^0, \quad v_1 = w_1 = 0, \quad x > x^+, \quad \rho_{11} = \frac{\rho_{11}^0 M_0^2}{1 - h + h M_0^2}, \\ p &= p^0((1 + h)M_0^2 - h), \quad v_1 = (1 - h)c_0(M_0 - 1/M_0), \quad h = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad w_1 = 0, \\ M_0 &= D_0/c_0, \quad x < x^+, \quad m_2 = m_2^0, \quad f^0 = R(r_s)\delta(w_2)\delta(v_2) \text{ — в области } \Omega_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где M_0 — число Маха УВ; $R(r_s) = (6m_2^0/\pi d_s^3)\delta(r_s - d_s/2)$ для монодисперсного облака частиц с диаметром d_s . В качестве граничных условий для газа на границах γ_1, γ_3 полагается $w_1 = 0$, на γ_2 — условия Гюгонио, на γ_4 — условие равенства нулю газодинамических функций (см. рис. 8). Для частиц на границах γ_1, γ_3 ставится условие зеркального отражения, а на γ_2, γ_4 — поглощение частиц. Значения параметров газа и частиц в расчетах выбирались такими же, как в экспериментах, представленных выше. Рассчитанные траектории левой границы $x(t)$ облака монодисперсных частиц бронзы ($d = 130$ мкм) и оргстекла ($d = 300$ мкм) показаны соответственно на рис. 4, кривые 1, 2 и рис. 5, кривые 1, 2. Видно хорошее совпадение расчетов с экспериментом. Распределение частиц бронзы по размерам для полидисперсного облака приведено на рис. 9. Здесь $\Delta\psi$ — объемная концентрация частиц с диаметром d_i (в интервале Δd), где $\sum \Delta\psi = m_2^0$. В расчетах выбиралось 8 фракций от $d_1 = 60$ мкм до $d_2 = 130$ мкм с шагом $\Delta d = 10$ мкм. Установлено, что полидисперсность слабо влияет на картину течения в облаке.

На рис. 10, а, б для плотного облака приведены зависимости давления p и числа Маха потока газа $M_1(x)$. Видно, что перед облаком формируется отраженная «коллективная» УВ. Внутри облака образуется волна разрежения, в которой газ ускоряется, и вблизи правой границы облака поток становится сверхзвуковым. Амплитуда проходящей УВ уменьшается по сравнению с падающей УВ, так как часть энергии газа идет на ускорение облака.

На рис. 10, в приведена зависимость $M_1(x)$ при взаимодействии УВ с разреженным облаком частиц оргстекла с малой объемной концентрацией частиц. Видно, что течение в

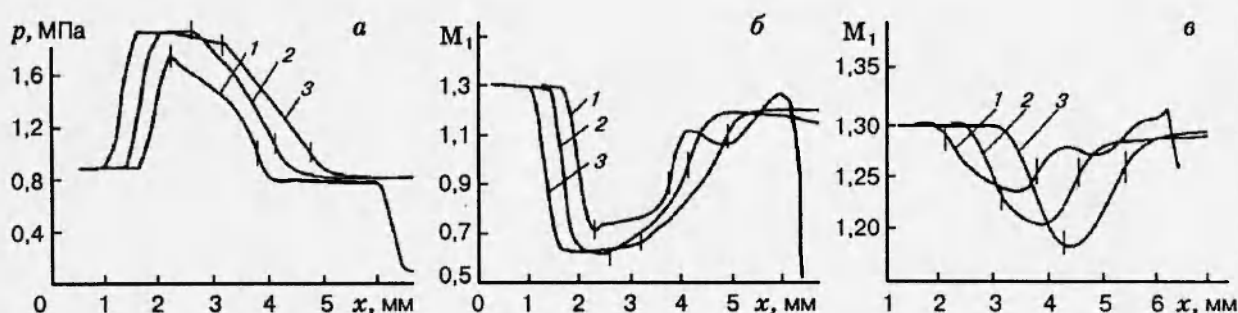


Рис. 10. Профили давления $p(x)$ (а) и числа Маха потока $M_1(x)$ (б, в) в облаке частиц оргстекла в моменты времени 50, 100, 150 мкс (1, 2, 3 соответственно); $m_2 = 3 \cdot 10^{-2}$ (а, б) и 10^{-3} (в) (вертикальные линии — границы облака)

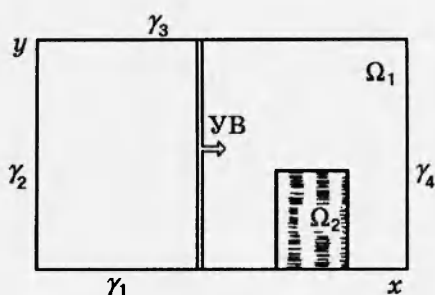


Рис. 11. Расчетная область (плоский случай), обозначения те же, что и на рис. 8

облаке является сверхзвуковым и отраженная «коллективная» УВ не возникает. Появление малых возмущений перед левой границей связано со схемной вязкостью.

Двумерный расчет течения при взаимодействии ударной волны с облаком частиц. Пусть на облако сферических частиц оргстекла, в ограниченной по x и y области Ω_2 , набегаёт УВ (рис. 11). Рассмотрим плоский случай: движение газа и частиц описывается системой уравнений (1), (2). В момент $t = 0$ облако имеет форму прямоугольника. Частицы монодисперсны ($d = 100$ мкм), $\rho_{22} = 1,2$ г/см³, $T_2^0 = 300$ К, $v_2 = w_2 = 0$, $m_2^0 = 10^{-2}$, $M_0 = 3$, параметры газа перед фронтом УВ: $\rho_{11}^0 = 1,3$ кг/м³, $T_1^0 = 300$ К. На границе γ_1 полагается $w_1 = 0$, на γ_2 — условия Гюгоньо, на γ_3, γ_4 — условие равенства нулю газодинамических функций. Для частиц на границе γ_1 используется условие зеркального отражения, а на $\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ — поглощение частиц.

На рис. 12 приведены изобразы на моменты времени 80 и 160 мкс. Видно, что перед облаком частиц формируется отраженная УВ. Внутри облака устанавливается постоянный отрицательный градиент давления (волна разрежения). По мере ускорения облака сила взаимодействия газа и частиц уменьшается $f_{12} \sim C_d(v_1 - v_2)$. От облака вверх по потоку распространяется волна разрежения, которая ослабляет отраженную УВ. Давление за УВ определяется из распада разрыва, возникающего в момент прихода волны разрежения на фронт отраженной УВ. Этот процесс нестационарный. Время прихода волны разрежения в некоторую точку УВ зависит от ее положения, а именно — увеличивается с ростом поперечной координаты. В результате давление за УВ, а следовательно, и скорость распространения УВ на периферии будут больше, чем вблизи оси (граница полупространства), и фронт отраженной УВ начнет выпрямляться, а сама УВ отрывается от облака, что хорошо видно на рис. 12.

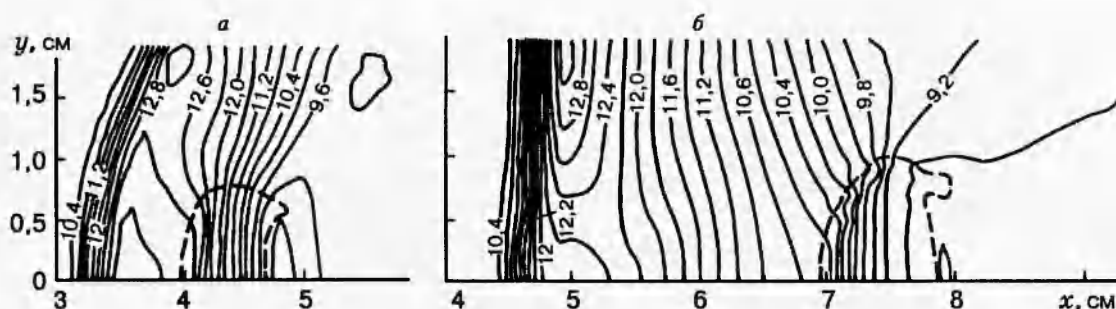


Рис. 12. Изобары (атм) на момент времени 80 (а) и 160 мкс (б); штриховые линии — граница облака (лабораторная система координат)

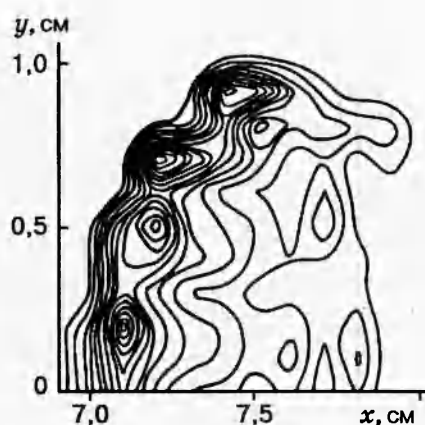


Рис. 13. Изолинии объемной концентрации $m_2(x, y)$ с шагом $\Delta m_2 = 5 \cdot 10^{-3}$ на моменты времени 160 мкс (лабораторная система координат)

На рис. 13 приведены изолинии объемной концентрации $m_2(x, y)$. Видно, что вследствие неоднородности потока за УВ облако частиц расширяется вверх и вытягивается вдоль по потоку. Причем на наветренной стороне облака образуется область повышенной концентрации. На рис. 14 показано поле скоростей частиц в системе центра масс облака. Видно, что траектории частиц сгущаются вблизи передней границы облака, т. е. имеет место краевая каустика, показанная на рис. 15.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В настоящее время известны два механизма формирования «коллективной» УВ перед облаком частиц. В соответствии с [24] общая головная УВ образуется в случае смыкания трансзвуковых зон за скачками на отдельных частицах. Тогда условие ее возникновения определяется из соотношения $l/d \leq l^*/d$, где l^* согласно [24] — характерный размер трансзвуковой зоны. Отношение l^*/d увеличивается с уменьшением M_{12} , но согласно оценкам из работы [24] не превышает ~ 5 , так как при этом уменьшается интенсивность скачка. Следовательно, формирования «коллективного» головного скачка следует ожидать, если $l^*/d \leq 5$, при этом объемная концентрация $m_2 \sim (l^*/d)^{-3} > 0,01$.

При $m_2 \leq 0,01$ реализуется другой механизм формирования «коллективного» головного скачка, позволяющий рассматривать его как отраженную УВ. Сверхзвуковое течение проникает в облако газозвеси частиц на некоторую глубину l . В результате постепенного

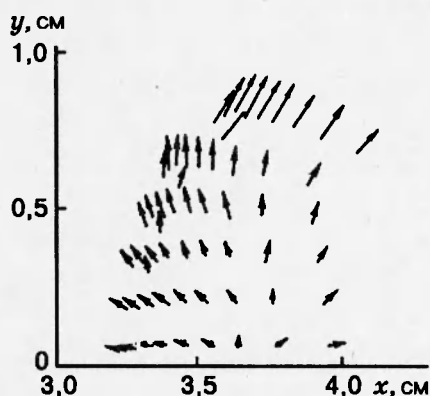


Рис. 14

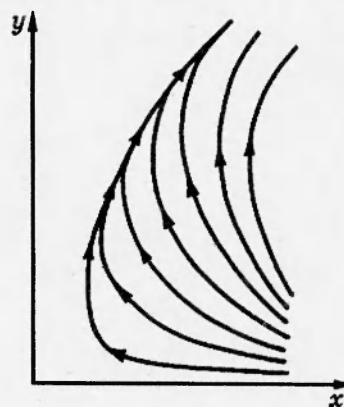


Рис. 15

Рис. 14. Поле скоростей частиц оргстекла в системе центра масс

Рис. 15. Траектории частиц

торможения газа на отрезке l возникает волна сжатия, которая со временем трансформируется в отраженную УВ. Тогда время формирования отраженной УВ t^* должно быть порядка времени торможения газа τ_v . Оценим τ_v из уравнения движения газа

$$\frac{dv_1}{dt} = -\frac{1}{\rho_{11}} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{3}{4} C_d \frac{m_2}{m_1} |v_1 - v_2| (v_1 - v_2)/d. \quad (10)$$

На стадии формирования «коллективной» УВ скорость частиц v_2 существенно меньше скорости газа v_1 , поэтому второй член в правой части можно представить в виде $-v_1/\tau_v$, где

$$\tau_v = \frac{4}{3} \frac{m_1}{C_d m_2} \frac{d}{v_1}.$$

Отсюда при $v_1 \approx 7 \cdot 10^2$ м/с, $d = 300$ мкм, $m_2 = 3 \cdot 10^{-2}$, $C_d \sim 1 \div 0,5$, получим $\tau_v \sim 20 \div 40$ мкс, что близко к значению t^* , которое согласно рис. 2,б; 3,г; 10 равно ~ 50 мкс.

Анализ течения газа позволяет понять причину более сильного ускорения разреженного облака частиц. В этом случае для частиц оргстекла скорость газа в разреженном облаке ($m_2^0 \sim 10^{-3}$) примерно в 2 раза больше, чем в плотном облаке ($m_2^0 \sim 3 \cdot 10^{-2}$) (см. рис. 10,а,б). Другим фактором, который оказывает влияние на ускорение частицы, является зависимость $C_d = C_d(M_{12})$. Как указывалось выше, это связано со сменой режима обтекания частиц от сверхзвукового к дозвуковому в плотных облаках.

Сила, действующая на частицу $f_{12} \sim C_d \rho_{11} (v_1 - v_2)^2/d$. На начальной стадии ускорения ($t \leq 100$ мкс) можно пренебречь скоростью частиц ($v_1 \gg v_2$), поэтому $f_{12} \sim C_d \rho_{11} v_1^2/d$. Величина $j = \rho_{11} v_1$ для плотного и разреженного облака примерно одна и та же. Таким образом, отличие зависимости f_{12} для плотного и разреженного облака от динамического напора сводится к $f_{12} \sim C_d v_1$.

Расчеты показали, что в момент $t \approx 50$ мкс $C_d \sim 0,44$ при $m_2^0 = 3 \cdot 10^{-2}$ и $C_d \sim 0,72$ при $m_2^0 = 10^{-3}$, поэтому, пренебрегая в первом приближении зависимостью j от m_2^0 , получим оценку $x_1^d/x_1^r = f_{12}^d/f_{12}^r = (C_d^d/C_d^r)(v_1^d/v_1^r) = 0,3$, где индексом d обозначены величины при

$m_z^0 = 3 \cdot 10^{-2}$, а индексом r — при $m_z^0 = 10^{-3}$. Приведенная оценка сохраняется и на более поздние моменты времени, когда нельзя пренебречь величиной v_2 . Из анализа течения газа и частиц оргстекла, взятых в середине облака в момент $t = 150$ мкс, получим

$$\frac{f_{12}^d}{f_{12}^r} = \frac{C_d^d(v_1 - v_2)^d}{C_d^r(v_1 - v_2)^r} = 0,42.$$

Отметим, что при ускорении облака частиц бронзы отличие f_{12}^d и f_{12}^r связано, в первую очередь, с зависимостью $C_d(M_{12})$. На момент $t = 150$ мкс $(v_1 - v_2)^d / (v_1 - v_2)^r \approx 0,75$, $C_d^d / C_d^r \approx 0,55$, $f_{12}^d / f_{12}^r \approx 0,4$.

Таким образом, экспериментально показан и теоретически обоснован эффект качественной перестройки сверхзвукового потока за УВ в облаке частиц в диапазоне объемных концентраций дисперсной фазы 0,1–3 %.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-01-16405).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесах // Механика жидкости и газа. Т. 16. Итоги науки и техники. М.: ВИНТИ АН СССР, 1981. С. 209–287.
2. Coe C. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
3. Bailey A. B., Hiatt J. Sphere drag coefficients for a broad range of Mach and Reynolds numbers // AIAA J. 1972. V. 10, N 11. P. 1436–1440.
4. Bailey A. B., Starr R. F. Sphere drag at transonic speeds and high Reynolds numbers // AIAA J. 1976. V. 14, N 11. P. 1631–1632.
5. Rudinger G. Effective drag coefficient for gas-particle flow in shock tubes // Trans. ASME. 1970. V. 920. P. 165–172.
6. Carlson D. J., Hoglund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA J. 1964. V. 2, N 11. P. 1980–1984.
7. Selberg B. P., Nicholls J. A. Drag coefficient of small spherical particles // AIAA J. 1968. V. 6, N 3. P. 401–408.
8. Henderson C. B. Drag coefficient of spheres in continuum and rarefied flows // AIAA J. 1976. V. 14, N 6. P. 707–708.
9. Горбис З. П. Теплообмен дисперсных потоков. М.: Энергия, 1964.
10. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.
11. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г. Численное моделирование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // Численные методы механики сплошной среды. 1983. Т. 14, № 6. С. 58–82.
12. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
13. Хоружников Э. А. Нестационарные волновые процессы в аэрозолях // ПМТФ. 1987. № 5. С. 49–54.
14. Lapworth K. C. Normal shock wave tables for air, ... // ARS Current Papers. 1970. N 1101.

15. **Васильев А. А.** Параметры ударных волн в газах. Методические указания. Новосибирск: НГУ, 1990. Ч. 1.
16. **Boiko V. M., Fedorov A. V., Fomin V. M., et al.** Ignition of small particles behind shock waves // Shock Waves, Explosions and Detonations. Progr. Astron.-Aeron. 1983. V. 87. P. 71-83.
17. **Киселев С. П., Руев Г. А., Трунев А. П. и др.** Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах. Новосибирск: Наука, 1992.
18. **Киселев С. П., Фомин В. М.** Континуально-дискретная модель для смеси газ — твердые частицы при малой объемной концентрации частиц // ПМТФ. 1986. № 2. С. 93-101
19. **Киселев В. П., Киселев С. П., Фомин В. М.** О взаимодействии ударной волны с облаком частиц конечных размеров // ПМТФ. 1994. № 4. С. 26-37.
20. **Русанов В. В.** Разностная схема третьего порядка точности для сквозного счета разрывных решений // Докл. АН СССР. 1968. Т. 180, № 6. С. 1303-1305.
21. **Гриднев Н. П., Кацнельсон С. С., Фомичев В. П.** Неоднородные МГД-течения с Т-слоем. Новосибирск: Наука, 1984.
22. **Березин Ю. А., Федорук М. П.** Моделирование нестационарных плазменных процессов. Новосибирск: Наука, 1993.
23. **Кроу С.** Численные модели течений газа с небольшим содержанием частиц (обзор) // Теорет. основы инж. расчетов. 1982. Т. 104, № 3. С. 114-122.
24. **Благосклонов В. И., Кузнецов В. М., Минайлос А. Н. и др.** О взаимодействии гиперзвуковых неоднородных течений // ПМТФ. 1979. № 5. С. 59-67.

*Поступила в редакцию 20/IV 1995 г.,
в окончательном варианте — 31/VII 1995*
