

## ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ БЕЗГАЗОВЫХ СИСТЕМ

A. B. Дворянкин, A. Г. Струнина, T. P. Ивлева

(Черноголовка)

Вопрос о влиянии теплопотерь на горение и его устойчивость — предмет теоретического и экспериментального исследования на протяжении многих лет, начиная с основополагающей работы Я. Б. Зельдовича [1]. Теоретическое изучение предельных условий горения газовых [1], конденсированных газифицирующихся [2—4] и безгазовых систем [5, 6] при наличии теплопотерь проведено в рамках определенных упрощающих предположений. В большинстве работ анализируется одномерная модель процесса при теплообмене с окружающей средой, описываемом законом Ньютона (граничные условия III рода), и как предельный случай — при коэффициенте теплоотдачи, стремящемся к бесконечности (граничные условия I рода). Требованием практики продиктованы задачи о горении реагирующей системы в инертной оболочке либо на инертной подложке (граничные условия IV рода). Проведенный в [7, 8] учет распределения температур по сечению горящей системы, недогоревшего слоя вблизи теплоотдающей поверхности [8—10] внес существенные корректировки в решение одномерных задач. Однако вопрос о возможности существования стационарного горения при наличии искривленного фронта горения и его устойчивости остался открытым.

Ниже на основании численного решения соответствующих двумерных дифференциальных уравнений в большом диапазоне определяющих параметров изучены предельные условия<sup>1</sup> стационарного горения безгазовых систем. Получена связь параметров горения на пределе с характеристиками температурных полей в реагирующем образце и в находящейся с ним в идеальном тепловом контакте инертной среде.

Физическая модель процесса горения представлена на рис. 1. Слой реакционноспособной безгазовой системы 2 находится в контакте (рис. 1, б) со слоем инертного материала 1 либо обменивается теплом (рис. 1, а) с окружающей средой по закону Ньютона ( $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи). Инициируемый «накаленной стенкой», помещенной при  $x = 0$ , фронт горения 3 перемещается вдоль оси  $x$  (направления перемещения фронта указаны стрелками). Математическая модель процесса и алгоритм счета, используемые в работе, описаны в [11].

За скорость горения принимали скорость перемещения точки на оси  $y = 0$  с глубиной разложения  $\eta = 0,5$ . Предельные условия горения определяли методом «вилки», плавно меняя теплопроводность инертной среды  $\lambda_i$ , толщину  $L_i$  либо коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  при прочих заданных параметрах. Предельными считали скорости и температуры горения в ближайшем к потере устойчивости стационарном режиме. Горение, при котором периодические отклонения скорости от среднего значения превышали 5%, считали пульсирующим [12], горение с монотонно убывающей скоростью — затухающим. Точность «вилки» по параметрам  $\lambda_i$ ,  $L_i$ ,  $\alpha$  составляла 10%. Специальными расчетами определены адабатические скорости и температуры горения исследуемых систем.

Полученные результаты обобщены на рис. 2 в координатах, аналогичных предложенным в работе [9] при аналитическом решении некоторых предельных случаев рассматриваемой задачи. По оси ординат отложены характеристики горящей пластины  $L_f v_a \sqrt{\gamma} / a_f$ , где  $L_f$  — ее полутолщина;  $a_f$  — коэффициент температуропроводности;  $v_a$  — адабатическая скорость горения;  $\gamma = RT_a^2/E(T_a - T_0)$  — безразмерный параметр;  $T_a$ ,  $T_0$  — адабатическая и начальная температуры. По оси

<sup>1</sup> Предельными считались условия перехода от стационарного горения к пульсирующему либо к затуханию процесса.

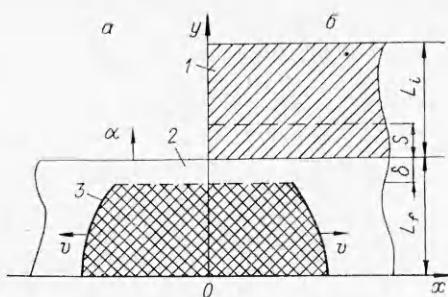


Рис. 1. Модели горения пластины при ньютонаевом теплоотводе (а) и системе «сэндвич» (б).

абсцисс — функция соотношения тепловых активностей реагирующей  $(\lambda_i c_i \rho_f)^{1/2}$  и инертной  $(\lambda_i c_i \rho_i)^{1/2}$  пластин и параметра  $\gamma$  ( $\lambda$  — теплопроводность;  $c$  — теплоемкость;  $\rho$  — плотность реагирующего состава (индекс  $f$ ) и инертного материала (индекс  $i$ )). Области существования стационарного горения на рис. 2 помечены штриховкой, соответствующие кривые являются предельными. Предельные условия, при которых реализуется переход от стационарного горения к затуханию, соответствуют кривой 4 и участку  $OA$  кривой 3. Все остальные линии разграничивают область стационарного горения (заштрихованная часть) от пульсирующего.

Результаты, полученные для различных условий теплообмена, можно представить в единых координатах, если воспользоваться соотношением

$$\alpha \simeq \frac{\lambda_i}{S} \simeq \frac{\lambda_i v}{(a_f \alpha_f)^{1/2}} \simeq \left( \frac{\lambda_i c_i \rho_i}{\lambda_f c_f \rho_f} \right)^{1/2} v c_f \rho_f, \quad (1)$$

приведенным в [9] на основании анализа соответствующих уравнений теплопроводности. Здесь  $S$  — толщина прогретого слоя в инертном материале (см. рис. 1);  $v$  — скорость на пределе стационарного горения.

Анализ результатов, представленных на рис. 2, показывает, что область существования стационарного горения расширяется с увеличением  $L_f$ , степени устойчивости горения в адиабатических условиях (ростом  $\gamma$  [13]) и по мере сужения зоны прогрева  $a/v_a$ . Эти выводы физически ясны и полностью согласуются с данными аналитического рассмотрения задачи о пределах (переходе к затуханию) горения «сэндвича» реакционная пластина — инертный материал [9]. Соответствующие зависимости для термически тонкого инертного материала (линия 4a) и термически толстого (2a), рассчитанные по аналитическим формулам [9], также представлены на рис. 2. Участок  $OB$  кривой 2a рассчитан в предположении отсутствия распределения температур по сечению реагирующей пластины, правее точки  $B$  — в предположении существования недогоревшего слоя вблизи теплоотдающей поверхности. Аналогично [9] прогретый на малую глубину  $S$  слой инертного материала считали термически тонким ( $L_i/S < 1$ ), а значительно прогретый — термически толстым ( $L_i/S > 1$ ).

Необходимо остановиться на некоторых особенностях рассматриваемого процесса, обнаруженных при численном счете двумерной задачи:

а) зависимость ширины области устойчивости горения (заштрихованная часть левее и выше кривых 2—4) от величины  $L_i/S$  очень существенна;

б) область существования стационарного горения при ньютоновских теплопотерях (заштрихованная часть левее кривой 1) уже, чем при идеальном тепловом контакте реагирующей пластины с инертным материалом;

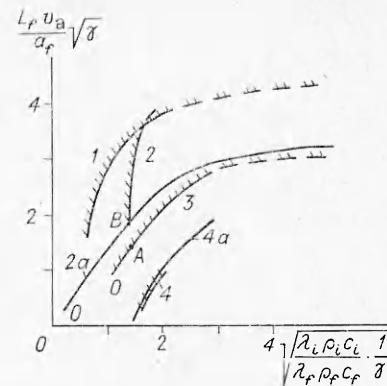


Рис. 2. Предельные условия существования стационарного горения «сэндвича» (2—4) и одиночной пластины в условиях теплопотерь (1).

$L_i/S$ : 2 — 15, 3 — 5, 4 — 0,5; 2a, 4a — расчет [9].

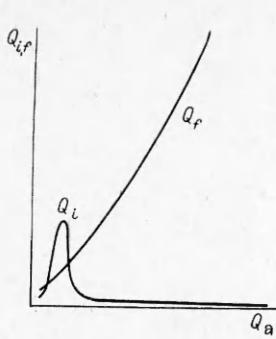


Рис. 3. Составляющие теплового баланса  $Q_i$  и  $Q_f$  в предельных условиях при различных запасах тепла  $Q_a$  во фронте горения «сэндвича».

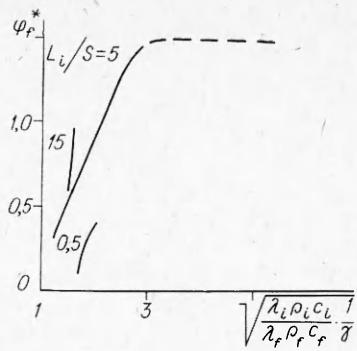


Рис. 4. Предельная кривизна стационарного фронта при горении «сэндвича».

в) с появлением у теплоотдающей поверхности реагирующей пластины недогоревшего слоя  $\delta$  (см. рис. 1) пределы существования стационарного горения резко расширяются (штриховые части кривых 1—3 на рис. 2).

В работе [9] при исследовании горения систем типа топливо — инертный материал получена зависимость толщины недогоревшего слоя от теплофизических свойств контактирующих пластин, в [8, 10] она проанализирована с позиций максимального искривления фронта горения при ньютоновских теплопотерях. Результаты анализа теплового баланса в предельных условиях схематично представлены на рис. 3 ( $Q_i$  — боковые теплопотери из фронта горения в инертный материал за время сгорания прогретого слоя;  $Q_f$  — часть тепла, которая за это время уходит из фронта горения на прогрев исходного состава;  $Q_a$  — запас тепла во фронте горения в адиабатических условиях). Для расчета  $Q_i$ ,  $Q_f$  и  $Q_a$  использованы выражения

$$\begin{aligned} Q_i &= \lambda_i \frac{dT}{dy} \Big|_i \frac{a_f}{v} \frac{a_f}{v^2}, \\ Q_f &= c_f \rho_f v (\bar{T} - T_0) L_f \cdot \frac{a_f}{v^2}, \\ Q_a &= \lambda_f (T_a - T_0) \cdot L_f / v_a. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\frac{dT}{dy} \Big|_i$  определяется распределением температуры по инертному материалу в сечении фронта горения;  $a_f/v$  и  $a_f/v^2$  — ширина прогретого слоя и время его сгорания при стационарном горении в условиях теплопотерь;  $L_f$  — протяженность искривленного фронта горения;  $T_a$  и  $v_a$  — температура и скорость горения в адиабатических условиях;  $\bar{T}$  — осредненная по толщине реагирующей пластины температура. Осреднение полученного при численном счете профиля температур  $T(x, y)$  проводили согласно [14]

$$\bar{T} = \int_0^{L_f} T(x, y) \Omega(y) dy \simeq \sum_{i=0}^{L_f/h} \frac{\Omega_0 T_0 + \dots + \Omega_i T_i}{\Omega_0 + \dots + \Omega_i} h_i, \quad (3)$$

где

$$\Omega_i = \mu_{in} \cos(\mu_{in} y_i) / \sin(\mu_{in} L_f) \quad (4)$$

— первая собственная функция задачи Штурма — Лидвилля, отвечающая первому собственному значению  $\mu_{in}$ , которое является решением уравнения

$$\operatorname{ctg}(\mu_{in} L_f) = (\mu_{in} L_f) / \operatorname{Bi}. \quad (5)$$

Обращает на себя внимание тот факт, что по мере роста общего запаса тепла  $Q_a$  в системе, количество тепла, расходуемое на прогрев

исходного непрореагированного состава  $Q_i$  в предельных условиях при горении в контакте с инертным материалом, неизменно нарастает, а боковые теплопотери  $Q_i$  ведут себя неоднозначно. Сопоставление с результатами, представленными на рис. 2, показывает, что образование недогоревшего слоя (штриховая часть кривой 3) возможно лишь при больших значениях  $Q_a$  во фронте горения, при этом величины  $Q_i$  незначительны, а область стационарного горения резко расширяется. В случае малых  $Q_a$  боковые теплопотери и теряемое из фронта тепло быстро истощают энергетический запас фронта, последний становится неустойчивым, ширина области стационарного горения «сэндвича» минимальна (заштрихованная область левее линии 2 на рис. 2). В условиях ньютоновских теплопотерь недогоревший слой реализуется в системах с большим значением  $Q_a$ , чем в условиях идеального теплового контакта с инертным материалом.

Степень искривления фронта горения можно аналогично [8, 10] охарактеризовать неким углом  $\varphi_f$ , между направлением локального распространения фронта (нормально к нему) и общим направлением его перемещения (вдоль оси  $x$ ). С ростом теплопотерь искривление фронта растет, угол  $\varphi_f$  увеличивается. Предел стационарного горения достигается на некотором искривлении, соответствующем предельному значению  $\varphi_f^*$  (рис. 4). Обращают внимание зависимость  $\varphi_f^*$  от толщины прогретого слоя, стремление максимального искривления фронта к  $\pi/2$  и неизменность его вблизи недогоревшего слоя (штриховая часть кривой на рис. 4). Согласно [8, 10], при ньютоновских теплопотерях  $\varphi_f^* < \pi/4$ . По достижении этого значения искривленный фронт отступает от теплоотдающей поверхности внутрь горящей системы (см. рис. 1), сохраняя прежнее значение угла ( $\pi/4$ ). Результаты численного счета показали, что в случае образования недогоревшего слоя и при ньютоновских теплопотерях максимальное искривление фронта горения вблизи недогоревшего слоя может достигать  $\pi/2$ .

В заключение остановимся на вопросе о степени устойчивости искривленного фронта горения, распространяющегося в условиях теплопотерь. Устойчивость одномерного фронта горения безгазовых систем аналитически исследована в [5]. Показано, что ее потеря, означающая переход к пульсирующему режиму, реализуется раньше (при меньших теплопотерях), чем горение затухнет. Получено уравнение для границы устойчивости, связывающее параметр  $b_{\text{эфф}} = I_{\text{эфф}} a_f / \rho_f c_f v^2$ , пропорциональный эффективному коэффициенту теплоотвода  $\alpha_{\text{эфф}}$ , с коэффициентом температурной чувствительности скорости горения

$$K = \frac{d \ln v}{dT_0} (T_a - T_0) = \frac{(T_a - T_0) E}{2 R T_a^2} \quad (6)$$

при  $v_a \sim \exp(-E/2RT_a)$ , характеризующим степень устойчивости процесса горения в адиабатических условиях. Показано, что область существования устойчивого режима при одномерном фронте горения с увеличением  $K$  сужается (заштрихованная часть ниже предельной кривой 5 на рис. 5).

Оценку области существования устойчивого горения двумерного фронта можно получить аналогично. В этом случае

$$b_{\text{эфф}} = \alpha_{\text{эфф}} a_f / \rho_f c_f v^2, \quad (7)$$

где  $\alpha_{\text{эфф}} = \mu_{1n}^2 \lambda_f$  — эффективный коэффициент теплоотвода в осредненном с весом [14] двумерном уравнении теплопроводности [11]. Как и выше,  $\mu_{1n}$  — первое собственное значение, являющееся наименьшим корнем уравнения (5). При ньютоновских теплопотерях  $Bi = \alpha L_f / \lambda_f$ . При горении реагирующей пластины в контакте со слоем инертного материала, согласно (1),  $Bi = \sqrt{\frac{\lambda_i c_i \rho_i}{\lambda_f c_f \rho_f}} \frac{v c_f \rho_f L_f}{\lambda_f}$ . Значения  $b_{\text{эфф}}$  в случае дву-

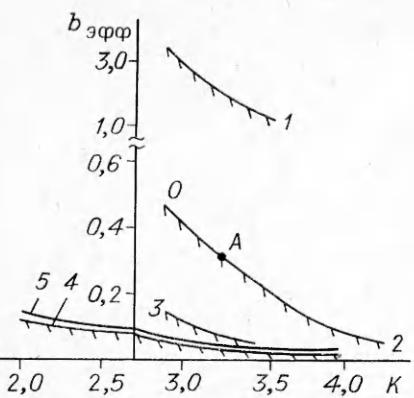


Рис. 5. Влияние теплопотерь на устойчивость двумерного фронта горения «сэндвича» (1–3) и одиночной пластины при пульсовом теплообмене по (4).  
5 — расчетные зависимости по [5].

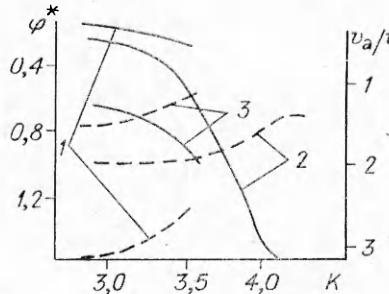


Рис. 6. Предельная кривизна фронта (сплошные линии) и отношение  $v_a/v$  (штриховые) на пределе устойчивого горения «сэндвича».  
 $L_i/S$ : 1 — 0,5, 2 — 5, 3 — 15.

мерного фронта горения представлены на рис. 5 в зависимости от степени устойчивости горения в адиабатических условиях. Стационарное горение реализуется в заштрихованных областях. Выше кривых 4, 5 (при  $K < 2,7$ ), кривой 1 и участка OA кривой 2 горение затухает. Остальные линии рис. 5 разграничивают области стационарного и пульсирующего горения.

Анализ рис. 5 показывает, что: а) двумерный фронт горения, распространяющийся в условиях ньютонаского теплоотвода, менее устойчив, чем одномерный (ср. области, ограниченные кривыми 4 и 5); б) устойчивость горения «сэндвича» (заштрихованная часть у кривых 1–3) в сильной степени зависит от  $L_i/S$ , расширяясь с переходом от термически толстого инертного слоя (кривая 3) к слою термически тонкому (кривая 1); в) по мере снижения степени устойчивости горения в адиабатических условиях (с ростом  $K$ ) устойчивость двумерного фронта горения при наличии теплопотерь снижается.

На рис. 6 полученные результаты сопоставлены с характеристиками искривленного фронта горения в предельных условиях. Видно, что чем устойчивее процесс горения в адиабатических условиях (меньше значение параметра  $K$ ), тем больше разница между  $v_a$  и  $v$  и менее искривлен фронт на пределе устойчивого горения. Причем при горении реагирующей пластины на термически тонком инертном материале разница между этими скоростями горения при постоянном значении  $K$  наибольшая, а степень искривления фронта горения минимальна.

Авторы благодарят А. П. Алдушина, С. С. Рыбанина, К. Г. Шкадинского за обсуждение результатов и полезные советы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. ЖЭТФ, 1941, 11, 1, 159
2. Зельдович Я. Б. ЖЭТФ, 1942, 12, 11–12, 498.
3. Кондриков Б. Н. ФГВ, 1969, 5, 1, 51.
4. Кондриков Б. И., Новожилов Б. В. ФГВ, 1974, 10, 5, 661.
5. Махвиладзе Г. М., Новожилов Б. В. ПМТФ, 1971, 5, 51.
6. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И.—В кн.: Горение и взрыв.—М.: Наука, 1972.
7. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г., Шкадинский К. Г. Докл. АН СССР, 1981, 256, 4, 897.
8. Александров В. В., Давыденко А. А., Коваленко Ю. А. и др. Матер. Первого всесоюз. симпос. по макроскопической кинетике и химической газодинамики. Т. 1.—Черноголовка, 1984.
9. Рыбанин С. С., Соболев С. Л. Докл. АН СССР, 1983, 269, 6, 1394.
10. Коваленко Ю. А.—В кн.: Теплофизические процессы при кристаллизации и затвердевании.—Новосибирск, 1984.
11. Ивлева Т. П., Кришеник П. М., Шкадинский К. Г. ФГВ, 1983, 19, 4, 87.

12. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мержанов А. Г. ФГВ, 1971, 7, 1, 19.  
 13. Алдушин А. П., Мартемьянова Т. М. и др. ФГВ, 1973, 9, 5, 613.  
 14. Вольперт А. И., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики.— М: Наука, 1975.

Поступила в редакцию 24/XI 1986

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ГОРЕНИЯ МАЛОГАЗОВЫХ СИСТЕМ С ОКИСЛИТЕЛЬНО-ВОССТАНОВИТЕЛЬНОЙ СТАДИЕЙ

*B. M. Филатов, Ю. С. Найгороденко, И. А. Иванов*

*(Томск)*

Малогазовые тепловые составы на основе термитов находят широкое применение для практических целей [1, 2]. При оценке пригодности их использования необходимо знание основных характеристик — температур горения, термичности, состава образующихся продуктов. Экспериментально определить эти параметры трудно из-за высоких температур, малых времен процессов и агрессивности продуктов горения. Вместе с тем наличие высоких температур обеспечивает возможность достижения равновесных условий, что создает предпосылки применения равновесной термодинамики для анализа таких систем. Появляется возможность расчета адиабатических температур и равновесного состава продуктов горения.

В [3] термодинамический анализ процессов с окислительно-восстановительной стадией проводился без учета возможного образования интерметаллидов. Как показывают оценки [4, 5], теплоты образования интерметаллидов могут быть достаточно высокими. Поэтому в настоящей работе термодинамический анализ горения систем Me—Al—MeO с окислительно-восстановительной стадией [6] проводится с учетом образования интерметаллических соединений. Для расчета равновесных концентраций в таких малогазовых системах удобен метод минимизации [7] (по сравнению с методом констант химических реакций).

При составлении алгоритма расчета химических равновесий рассматривалась  $m$ -компонентная система, в которой возможно образование  $k$  индивидуальных конденсированных и  $l$  газообразных веществ. При анализе подобных систем учитывалась возможность двух вариантов. В первом суммарное давление газообразных продуктов реакции  $p_i$  меньше внешнего давления  $p$ , причем образование газообразных веществ невозможно. Во втором  $\left( \sum_{i=1}^l p_i \geqslant p \right)$  необходимо учитывать возможность образования газообразных веществ.

В первом варианте задача расчета равновесных концентраций продуктов и адиабатических температур горения заключалась в нахождении минимума функции Гиббса

$$G = \sum_{i=1}^k \mu_i(T) n_i \quad (1)$$

при дополнительных условиях в виде уравнений сохранения материального баланса

$$\sum_{i=1}^k a_{ji} n_i - b_j^0 = 0, \quad (2)$$

где  $n_i$ ,  $\mu_i$  — количество молей и химический потенциал  $i$ -го конденсированного вещества;  $a_{ji}$  — коэффициенты разложения  $i$ -го вещества по компоненту  $j$ ;  $b_j^0$  — количество молей компонента  $j$ . Так как, согласно пра-