

## МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ С УЧЕТОМ ГЕТЕРОГЕННОГО ГОРЕНИЯ ЧАСТИЦ

Л. Б. Гавин, В. А. Медведев, В. А. Наумов

(Калининград)

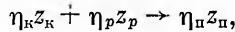
Для анализа горения дисперсного топлива в турбулентной струе важен выбор модели. В настоящее время горение изучается фактически на одиночных частицах топлива [1]. Такой подход не учитывает влияния горящих частиц на несущую среду — важный фактор при горении с практическими концентрациями мелкодисперсного топлива.

Общепризнано, что для изучения двухфазных течений наиболее перспективна теория взаимопроникающих континуумов [2]. На ее основе уже разработаны модели течений идеального газа с горящими частицами [3, 4]. Для расчета неизотермических двухфазных турбулентных струй разработана и показала удовлетворительное согласие с экспериментальными данными двухпараметрическая модель турбулентности [5]. Цель настоящей работы — создание модели турбулентной двухфазной струи с горящими дисперсными частицами.

Рассматривается смесь газа и дисперсных частиц (индексы  $g$  и  $p$  соответственно), причем объемная доля дисперсной фазы много меньше объемной доли несущей фазы ( $\alpha_p \ll \alpha_g$ ), а по массовым долям они сравнимы. Полагаем, что несущая фаза состоит из окислителя, инертного газа и газообразных продуктов реакции (индексы  $k$ ,  $i$ ,  $n$  соответственно). В настоящей работе, как и в [3], рассмотрена простая модель горения:

температура кипения окисла ниже, чем вещества частицы, реакция происходит на поверхности дисперсной частицы и ее теплотовит идет на нагрев частицы, а затем за счет межфазного теплообмена — на нагрев газа;

горение рассматривается на основе предположения об эффективной кинетике, согласно которому действительный механизм реакции не рассматривается, а считается, что реакция между горючим и окислителем одноступенчатая и описывается стехиометрическим уравнением



где  $z_j$ ,  $\eta_j$  — химические символы соответствующих веществ и стехиометрические коэффициенты реакции;

образующиеся в реакции продукты имеют температуру и скорость дисперсных частиц.

Считаем осредненные радиальные скорости фаз одинаковыми, что справедливо в развитой части струи при отсутствии вращения дисперсных частиц. При указанных допущениях система уравнений осесимметричной турбулентной двухфазной струи для осредненных величин имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_g u_g) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \rho_g v_g) = J, \quad (1)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial b_k}{\partial x} + v_g \frac{\partial b_k}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial b_k}{\partial y} \right) - J_k - J b_k, \quad (2)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial b_{ii}}{\partial x} + v_g \frac{\partial b_{ii}}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial b_{ii}}{\partial y} \right) + J_{ii} - J b_{ii}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho_p u_p) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \rho_p v_p) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y D_p \frac{\partial \rho_p}{\partial y} \right) - J, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (n_p u_p) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y n_p v_p) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y D_p \frac{\partial n_p}{\partial y} \right), \quad (5)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \mu_t \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) - F_x + Ju_u, \quad (6)$$

$$\rho_p \left( u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + v_p^* \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (-y \rho_p \overline{u'_p v'_p}) + F_x, \quad (7)$$

$$c_g \rho_g \left( u_p \frac{\partial T_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T_g}{\partial y} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)^2 + \\ + \frac{\mu_t}{Pr_t} \sum_i c_i \frac{\partial b_i}{\partial y} \frac{\partial T_g}{\partial y} - Q + F_x u_q + \frac{J}{2} \left( u_q^2 + \sum_{\sigma} \overline{V'_{p\sigma}^2} \right) + \\ + \kappa_g J + J h_g + J_k h_k - J_n h_n, \quad (8)$$

$$c_p \rho_p \left( u_p \frac{\partial T_p}{\partial x} + v_p^* \frac{\partial T_p}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (-y \rho_p c_p \overline{T'_p v'_p}) + \kappa_p J + Q - Q_n, \quad (9)$$

$$\rho_g \left( u_g \frac{\partial k}{\partial x} + v_g \frac{\partial k}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left( y \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)^2 - \\ - \rho_g (\varepsilon + \varepsilon_p + \varepsilon_J), \quad \varepsilon_J = \left( 2k - \sum_{\sigma} \overline{V'_{g\sigma} V'_{p\sigma}} \right) J / \rho_g, \quad (10)$$

$$p = RT_s \left[ \frac{1}{g_n} + b_k \left( \frac{1}{g_k} - \frac{1}{g_n} \right) + b_n \left( \frac{1}{g_n} - \frac{1}{g_k} \right) \right] \rho_g, \quad (11)$$

где  $v_p^* = v_p + \overline{v'_p v'_p} / \rho_p = v_p - \frac{\dot{\rho}_p}{\rho_p} \frac{\rho_p}{\partial y}$ ;  $u_q = u_p - u_g$ ;  $u$ ,  $v$  — проекции скорости на продольную  $x$  и радиальную  $y$  оси;  $T$  — термодинамическая температура;  $\rho$ ,  $\rho^0$  — распределенная и истинная плотности;  $b_i$  — массовая доля  $i$ -го газового компонента ( $b_k + b_n + b_g = 1$ );  $n_p$  — счетная концентрация частиц;  $h$  — энталпия;  $Sc_t$ ,  $Pr_t$  — турбулентные числа Шмидта и Прандтля;  $c_p$  — удельная теплоемкость материала частиц [6];  $c$  — удельная теплоемкость  $i$ -го газового компонента при постоянном давлении [6];  $g$  — молярная масса;  $J$ ,  $J_k$  — массы горючего и окислителя, вступающие в реакцию за единицу времени в единице объема;  $J_n$  — скорость образования продуктов реакции в единице объема;  $\sigma_k$  — эмпирическая константа;  $k$  — пульсационная энергия газа.

Силу межфазного взаимодействия определяем аналогично [7] с поправкой на температурную неравновесность [8]:

$$F_x = B \gamma u_q \rho_p, \quad \gamma = \beta (1 + 0,179 Re_p^{1/2} + 0,013 Re_p), \\ \beta = 18 \nu \rho_g^0 / (\delta^2 \rho_p^0), \quad Re_p = |u_q| \delta / \nu, \\ B = 1 + 0,03 \frac{T_p - T_g}{T_g} \left( \frac{T_p}{T_g} \right)^{2,38} \frac{Nu}{Pr Re_p}, \quad (12)$$

где  $\delta$  — диаметр дисперсной частицы;  $Nu = 2 + 0,6 Pr^{1/3} Re_p^{1/2}$  — число Нуссельта;  $Pr$  — число Прандтля;  $\nu$  — кинематическая молекулярная вязкость газа.

Учет лучистого теплообмена в системе весьма сложен, поэтому на первом этапе его интенсивность определяем исходя из предположения, что теплообмен происходит между поверхностью частиц и стенками бесконечно большого объема, имеющими температуру затопленного пространства  $T_s$  (при этом поглощением излучения в газе, излучением газа и взаимным облучением частиц пренебрегаем):

$$Q_q = \pi \delta^2 n_p \varepsilon_q \sigma_0 (T_p^4 - T_s^4), \quad (13)$$

где  $\varepsilon_q$  — степень черноты частиц;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Интенсивность контактного межфазного теплообмена

$$Q = \beta_t (T_g - T_p) \rho_p, \quad \beta_t = 6 \lambda Nu / (\delta^2 \rho_p^0)$$

( $\lambda$  — коэффициент теплопроводности газа).

По формулам Саттерленда [9] определяем

$$\nu = \nu_0 \left( \frac{T_g}{T_0} \right)^{2,5} \frac{T_0 + C}{T_g + C}, \quad \lambda = \lambda_0 \left( \frac{T_g}{T_0} \right)^{1,5} \frac{T_0 + C}{T_g + C}.$$

Здесь  $\nu_0$ ,  $\lambda_0$  — вязкость и теплопроводность газа при  $T_0$ ;  $C$  — постоянная. Зависимость коэффициентов  $\nu$  и  $\lambda$  от состава газа в рассматриваемом случае близких по свойствам окислителя и инертного газа, а также невысоких концентраций продуктов реакции несущественна.

Для всех частиц в данной точке потока диаметр полагается одинаковым и вычисляется по формуле  $\delta = (\bar{\rho}_p/\bar{\rho}_p^0 n_p)^{1/3}$ , а  $\rho_p$  и  $n_p$  определяются из уравнений (4), (5). Интенсивность потребления окислителя в реакции горения в рамках модели приведенной пленки находится по соотношениям [1]:

$$\begin{aligned} J_k &= \frac{6\rho_k^0}{\delta\rho_p^0} b_k \rho_p \frac{dK}{\omega + K}, \quad d = D_k \text{Nu}/\delta, \\ \frac{J}{J_k} &= \frac{\eta_p \delta_p}{\eta_k g_k} = f_*, \quad K = K_0 \exp(-E/RT_p). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $K_0$ ,  $E$  — константы скорости реакции;  $D_k = (1 - m_k) \left( \frac{m_{\text{п}}}{D_{\text{пк}}} + \frac{m_i}{D_{\text{ик}}} \right)$  — коэффициент молекулярной диффузии окислителя [10];  $m_i$  — молярная доля  $i$ -го компонента в смеси;  $D_{ij}$  — бинарный коэффициент диффузии  $i$ - и  $j$ -го компонентов, определяемый по [9]:

$$D_{ij} = D_{ij0} \left( \frac{T_g}{273} \right)^{a_{ij}} \exp(-S_{ij}/T_g).$$

Корреляции  $\overline{u'_p v'_p}$ ,  $\overline{v'_p T'_p}$ ,  $\varepsilon_p$  и коэффициент турбулентной диффузии частиц  $D_p$  моделируются аналогично [5, 7, 11]. В уравнении переноса пульсационной энергии (10) дополнительный диссипативный член  $\varepsilon_J$  пропорционален интенсивности выгорания дисперсной фазы. По модели [7, 11]

$$\varepsilon_J \approx 2k\varphi_{xx}J/\rho_g(\gamma + \varphi_{xx}),$$

где  $\varphi_{xx}$  — показатель затухания корреляционной функции

$$\langle u'_g(t) u'_g(t+s) \rangle = \langle u'_g(t)^2 \rangle \exp(-\varphi_{xx}s).$$

Ясно, что  $\varepsilon_J$  способствует уменьшению турбулентной энергии.

Корреляции в газовой фазе определяются аналогично однопараметрической модели [7], при этом коэффициент турбулентной вязкости рассчитывается по формуле  $\mu_t = C_E L / \tilde{k} \rho_g$ , где  $C_E$  — эмпирическая константа;  $L$  — макромасштаб турбулентности.

Поток тепла от  $j$ -й фазы к веществу, претерпевающему химическое превращение, отнесенный к его массе, рассчитывается как в [4]

$$\chi_g = (h_p - h_g) - q, \quad \chi_p = q$$

( $q$  — удельная теплота реакции).

Рассмотрим влияние пульсаций концентрации окислителя и плотности частиц на скорость горения в диффузионном режиме ( $K \gg d$ ). В этом случае

$$\tilde{J}_k = A_k \tilde{b}_k \tilde{\rho}_p, \quad A_k = 6\rho_g^0 D_k \text{Nu}/(\delta^2 \rho_p^0) \quad (15)$$

(волнистой чертой отмечены актуальные значения). Представляя в (15)  $\rho_p = \rho_p + \rho'_p$ ,  $\tilde{b}_k = b_k + b'_k$ , найдем осредненное по времени значение интенсивности выгорания дисперсного топлива

$$J = A (b_k \rho_p + \overline{b'_k \rho'_p}), \quad A = f_* A_k. \quad (16)$$

Чтобы получить эйлерову корреляцию  $\overline{b'_k \rho'_p}$ , запишем уравнение неразрывности дисперсной фазы для пульсационных значений распределения

ленной плотности

$$\frac{\partial \rho'_p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho'_p \vec{V}_p + \rho_p \vec{V}'_p + \rho'_p \vec{V}'_p - \overline{\rho'_p \vec{V}'_p}) = -A(b'_k \rho_p + b_k \rho'_p + b'_k \rho'_p - \overline{b'_k \rho'_p}).$$

Представляя данное уравнение в интегральной форме, умножая его на  $b'_k(t)$ , осредняя и отбрасывая малые члены, имеем

$$\begin{aligned} \overline{\rho'_p(t) b'_k(t)} &= -A \rho_p \int_0^t \exp(-\beta_A s) \overline{b'_k(t) b'_k(t+s)} ds, \\ \beta_A &= A b_k + \frac{\partial u_p}{\partial x} + \frac{\partial v_p}{\partial y}. \end{aligned} \quad (17)$$

Аппроксимируя эйлерову временну́ю корреляцию концентраций ступенчатой функцией [12], из (17) после интегрирования находим

$$\overline{\rho'_p b'_k} = -[1 - \exp(-\beta_A T_E)] \rho_p b_k'^2 / \beta_A. \quad (18)$$

В однородном потоке из (18) следует

$$\overline{\rho'_p b'_k} / \rho_p b_k = -[1 - \exp(-b_k A T_E)] \overline{b_k'^2} / b_k^2. \quad (19)$$

Анализ (19) показывает, что в (16) нужно учитывать второе слагаемое при малоинерционных частицах и значительных величинах относительных пульсаций концентрации окислителя. В настоящей работе рассматривается горение частиц, для которых  $\overline{\rho'_p b'_k} \ll \rho_p b_k$ .

Описанная выше модель может быть применена для расчета горения в факеле частиц металлов, у которых температура кипения окисла ниже температуры кипения самого металла, например у бора [13]. Также можно использовать ее для расчета горения факела с углеродными частицами, когда вследствие отсутствия водяных паров можно пренебречь протеканием реакции догорания моноокиси углерода (см. [13], а также библиографию). В этом случае систему (1)–(11) необходимо дополнить уравнением переноса моноокиси углерода, аналогичным (3).

В качестве примера рассмотрим результаты расчета горения пылевидного углерода при следующих условиях истечения струи. На срезе сопла газовая фаза представляет собой смесь, содержащую 30% кислорода, 12% углекислого газа, 18% моноокиси углерода и 40% азота. Профиль скорости газа — развитый трубный, профиль температуры — равномерный. Параметры на оси струи:  $u_{gz} = u_{pz} = 50$  м/с,  $T_{gz} = 1250$  К,  $T_{pz} = 1600$  К (индекс  $z$  соответствует значениям на срезе сопла на оси струи). Струя истекала в затопленное пространство с  $T_s = 1200$  К и с составом: 20% кислорода, 8% углекислого газа, 12% моноокиси углерода, 60% азота. Дисперсная фаза представляла собой частицы углерода с плотностью 1800 кг/м<sup>3</sup>, начальным диаметром  $\delta = 50$  мкм, степенью черноты  $\epsilon_q = 0,85$  [14];  $E = 125$  кДж/моль,  $K_0 = 4,14 \cdot 10^4$  м/с [15],  $v_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda_0 = 2,5 \cdot 10^{-2}$  Вт/(м · К),  $C = 100$  К,  $T_0 = 273$  К,  $D_{kq0} = 1,82 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $D_{kp0} = 1,74 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с,  $a_{kq} = 1,724$ ,  $a_{kp} = 1,661$ ,  $S_{kq} = 0$ ,  $S_{kp} = 61,3$  К [9];  $Sc_t = Pr_t = 0,85$ . Параметры  $E$  и  $K_0$  используются для определения коэффициента реакционного газообмена для суммарной реакции углерода с кислородом. При этом принимается [15], что массовые доли углекислоты и моноокиси углерода в продуктах реакции равны 0,4 и 0,6 соответственно.

На рис. 1 представлены зависимости максимальных в сечениях струи температур частиц и газа от расстояния от сопла. Без излучения дисперсных частиц ( $\epsilon_q = 0$ ), как и следовало ожидать, наблюдается быстрый рост температур до нереально высоких значений. Расчет с учетом излучения показывает, что температура частиц достигает при  $\bar{x} = x/r_0 \approx 65 \div 70$  ( $r_0$  — радиус сопла) абсолютного максимума и затем

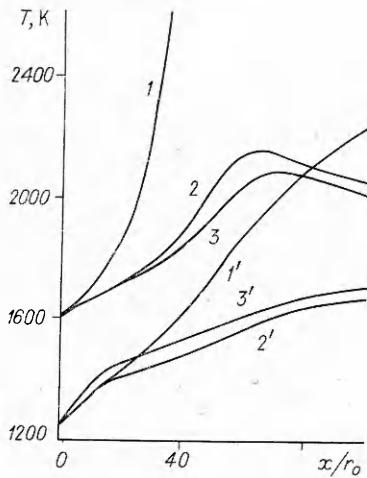


Рис. 1. Распределение вдоль струи максимальных в сечениях температур фаз.

1 — 3 —  $T_p$ , 1' — 3' —  $T_g$ ;  $n_{pz}$ , м<sup>-3</sup>: 1, 1' — 2, 2' —  $2 \cdot 10^9$ , 3, 3' —  $3 \cdot 10^9$ ;  $\varepsilon_q = 0$  (1, 1') и 0,85 (2, 2', 3, 3').

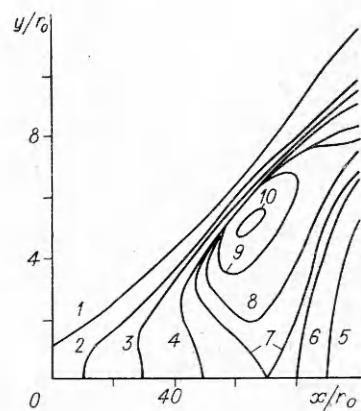


Рис. 2. Изотермы дисперсной фазы.

$T_p$ , К: 1 — 1430, 2 — 1665, 3 — 1780, 4 — 1930, 5 — 1975, 6 — 2000, 7 — 2015, 8 — 2040, 9 — 2095, 10 — 2140.

постепенно убывает. Убывание связано с тем, что при высоких температурах режим горения приближается к диффузионному. Поэтому уменьшение в результате выгорания концентрации кислорода приводит к уменьшению скорости реакции и понижению температуры. Достижение более высокой температуры частиц при  $n_{pz} = 2 \cdot 10^9$  м<sup>-3</sup>,  $\varepsilon_q = 0,85$  объясняется также менее интенсивным выгоранием кислорода из-за меньшей концентрации частиц. Температура газа в этом случае меньше, так как абсолютное тепловыделение пропорционально концентрации частиц. Снижение скорости нагревания газа по мере удаления от сопла связано с уменьшением концентрации частиц в результате их рассеяния.

Более детально эти процессы для случая  $n_{pz} = 2 \cdot 10^9$  м<sup>-3</sup>,  $\varepsilon_q = 0,85$  можно проанализировать по рис. 2, 3. Здесь можно выделить два участка. На первом, начинающемся от среза сопла, частицы разогреваются вблизи оси струи, что связано с более высокими концентрациями кислорода и температурой газа. Протекание процессов на этом участке определяется в основном начальными профилями скоростей, температур и концентраций. По мере удаления от сопла первоначальный избыток кислорода в результате выгорания и турбулентной диффузии уменьшается, и с  $\bar{x} \approx 30$  на оси струи образуется зона с пониженной концентрацией. Одновременно смещается максимум температуры частиц в сечении от оси струи. Определяющим фактором становится турбулентный перенос кислорода от затопленного пространства.

На рис. 4 показаны зависимости осевых продольных скоростей фаз от расстояния от сопла. Видно, что горение приводит к незначительному уменьшению разницы скоростей фаз. На рис. 4 приведены также зависимости от расстояния от сопла величины

$$G = \int_0^{x_s} \int_0^r y J dy dx \left/ \left( \int_0^{r_0} y u_p \rho_p dy \right) \right|_{x=0},$$

где  $y_s$  — координата точки в сечении струи, в которой  $\rho_p = 0$ . Эта величина выражает отношение массы сгоревшего углерода к начальному расходу частиц. В случае меньшего значения  $n_{pz}$  относительная скорость выгорания частиц выше. Это также объясняется более интенсивным выгоранием кислорода в условиях большей концентрации частиц и соответствующим снижением скорости реакции в расчете на одну частицу. На расстояниях больших, чем рассматриваются на рис. 4, наклон кривых

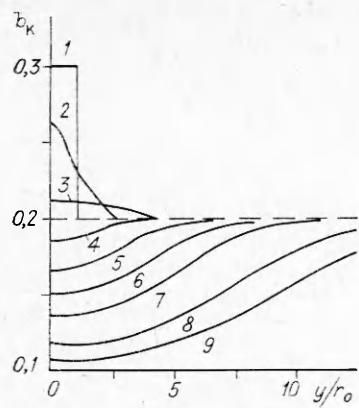


Рис. 3. Профили концентрации окислителя в сечениях струи,  $x/r_0 = 0$  (1), 10 (2), 20 (3), 30 (4), 40 (5), 50 (6), 60 (7), 80 (8), 100 (9).

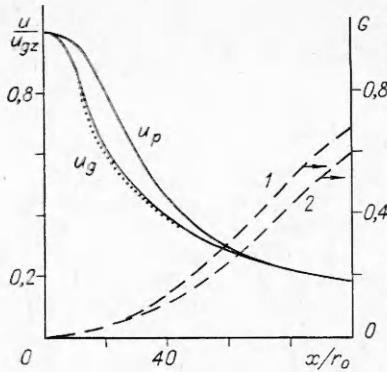


Рис. 4. Распределения осевых скоростей фаз с учетом (сплошные линии) и без учета (пунктир) горения частиц и зависимость доли выгоревшего горючего от расстояния от сопла при  $n_{pz} = 2 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$  (1) и  $3 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$  (2).

должен уменьшиться вследствие того, что частицы начнут исчезать. Для правильного описания процессов в этой области необходимо модифицировать уравнение (5), выражающее баланс количества частиц.

Таким образом, предложенная модель двухфазной турбулентной струи с учетом гетерогенного горения дисперсной фазы позволяет получить распределения термогазодинамических величин в области течения струи, однако вывод об адекватности модели может быть сделан на основе сравнения с опытными данными, что требует постановки соответствующего эксперимента.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Виленский Т. В., Хзмалиян Д. М. Динамика горения пылевидного топлива.— М.: Энергия, 1978.
2. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
3. Гилинский М. М., Стасенко А. Л., Толстов В. Н. Струйные и отрывные течения.— М.: Наука, 1981.
4. Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М. ФГВ, 1984, 20, 2, 3.
5. Гавин Л. Б., Мульги А. С., Шор В. В. ИФЖ, 1986, 50, 5, 735.
6. Термодинамические свойства индивидуальных веществ.— М.: Изд-во АН СССР, 1962.
7. Гавин Л. Б., Наумов В. А. ИФЖ, 1983, 44, 6, 927.
8. Басина Л. П., Максимов И. А. Проблемы теплоэнергетики и прикладной тепловой физики. Вып. 6, 1970.
9. Таблицы физических величин. Справочник/Под ред. И. К. Кикоина.— М.: Атомиздат, 1976.
10. Основы практической теории горения/Под ред. В. В. Померанцева.— Л.: Энергия, 1973.
11. Гавин Л. Б., Наумов В. А. Докл. АН СССР, 1985, 263, 2, 336.
12. Деревич И. В., Ерошенко В. М., Зайчик Л. И. ИФЖ, 1983, 45, 4, 554.
13. Мальцев В. М., Мальцев М. И., Карапоров Л. Я. Основные характеристики горения.— М.: Химия, 1977.
14. Алексеев Б. Б., Гришин А. М. Физическая газодинамика реагирующих сред.— М.: Выш. школа, 1985.
15. Головина Е. С. Высокотемпературное горение и газификация углерода.— М.: Энергоатомиздат, 1983.

Поступила в редакцию 18/VIII 1986,  
после доработки — 28/IV 1987