

УДК 533.6.011.5, 533.6.011.8

## Формирование возвратного течения за диском Маха при различных числах Рейнольдса\*

А.Н. Кудрявцев, А.В. Кашковский, А.А. Шершнёв

*Институт теоретической и прикладной механики  
им С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mails: alex@itam.nsc.ru, sasa@itam.nsc.ru, antony@itam.nsc.ru

Численно, на основе уравнений Навье – Стокса, исследуется вопрос о существовании возвратного течения за диском Маха в первой бочке сверхзвуковой недорасширенной струи. Показано, что существование возвратного течения зависит от числа Рейнольдса: оно возникает при низких значениях числа Рейнольдса и исчезает, когда число Рейнольдса превышает некоторую величину. Таким образом, для экспериментального наблюдения этого парадоксального явления необходимо проведение экспериментов со струями достаточно разреженного газа.

**Ключевые слова:** сверхзвуковые неизобарические струи, ударно-волновая структура, осесимметричное течение, разреженный газ, влияние вязких эффектов.

### Введение

Возвратное течение за диском Маха в первой бочке недорасширенной сверхзвуковой струи неоднократно наблюдалось при численном моделировании [1 – 6]. Это парадоксальное явление возникало в расчетах, выполненных на основе различных математических моделей: невязких уравнений Эйлера [4], ламинарных уравнений Навье – Стокса [1, 5, 6], уравнений Навье – Стокса с моделью турбулентности [3], так называемых квазигазодинамических уравнений [2], уравнения Больцмана, решаемого методом прямого статистического моделирования (ПСМ) [6]. В то же время в экспериментах со свободными струями, в том числе специально поставленных для поиска данного феномена [7, 8], обнаружить возвратное течение не удавалось. Оно возникало только при некотором внешнем воздействии на струю: например, когда в нее вдоль оси вводилась тонкая игла [8] или когда вдоль оси струи из сопла выдувалась тонкая струйка низконапорного газа [9].

В такой ситуации естественно предположить, что наблюдаемая в расчетах рециркуляционная зона является численным артефактом. В качестве одной из возможных

---

\* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 23-11-00258). Все расчеты проведены на вычислительных ресурсах ЦКП «Механика» ИТМ СО РАН.

причин ее появления можно назвать неточности аппроксимации решаемых осесимметричных уравнений вблизи оси. Чтобы проверить это предположение, в исследовании [10] струя моделировалась как на основе уравнений Навье – Стокса, так и с помощью метода ПСМ в полной, трехмерной постановке — решались трехмерные уравнения, заведомо не содержащие никаких особенностей вблизи оси. Результаты осесимметричных и трехмерных расчетов оказались близки друг к другу, возвратное течение за диском Маха возникало в обоих случаях.

Во всех расчетах, где наблюдалось возвратное течение, диск Маха был выпуклым по направлению к потоку и тройная конфигурация ударных волн соответствовала так называемому обратному (инверсному) маховскому отражению [11]. В этом случае контактная поверхность, исходящая из тройной точки, направлена вверх от оси и дозвуковой поток сразу за диском Маха расширяется и, следовательно, тормозится. Упдет ли его скорость до нуля, может зависеть от того, насколько течение вязкое и как быстро растет толщина слоя смешения. Поэтому представляется интересным исследовать изменение картины течения в зависимости от числа Рейнольдса, что и предпринято авторами в настоящей работе.

### Постановка задачи и метод численного решения

В представленной работе, как и в [6, 10], моделируется истечение струи одноатомного газа (аргона) с числом Маха  $M_d = 2$  из круглого сопла радиусом  $R = 1$  см в спутный поток с числом Маха  $M_a = 0,1$  при отношении давления на срезе сопла к внешнему давлению (нерасчетности)  $n = p_d/p_a = 4$ . Чтобы упростить задачу и исключить влияние всех дополнительных факторов, рассмотрим задачу в простейшей постановке, считая поток на выходе из сопла параллельным оси и равномерным. Для ускорения сходимости решения к стационарному состоянию добавлен спутный поток с малым числом Маха. В начальный момент времени вся расчетная область предполагается заполненной внешним спутным потоком, в который начинает выдвигаться струя из сопла.

Вычисления проводились в осесимметричной постановке, уравнения Навье – Стокса решались с помощью расчетного кода HyCFS-R [12] на структурированной расчетной сетке размером  $2000 \times 500$  ячеек. Для пространственной аппроксимации использовалась TVD-схема 2-го порядка точности. Конвективные потоки рассчитывались с помощью приближенного решения задачи о распаде разрыва методом HLLE, диффузионные члены аппроксимировались центральными разностями, интегрирование по времени выполнялось явной схемой Рунге – Кутты 2-го порядка.

Вязкость аргона считалась зависящей от температуры по степенному закону с показателем степени 0,81 [13]. Коэффициент теплопроводности вычислялся через коэффициент вязкости, значение числа Прандтля при этом принималось равным  $2/3$ .

Расчеты выполнены в некотором диапазоне чисел Рейнольдса  $Re$ , определенных по газодинамическим параметрам на срезе сопла и его радиусу.

### Результаты расчетов

На рис. 1 показаны поля продольной скорости  $U$ , полученные в расчетах при различных числах Рейнольдса. Здесь  $r$  — радиальная координата,  $x$  — координата вдоль оси струи. Черные пунктирные линии соответствуют звуковым линиям, белые сплошные — линии  $U = 0$ . Как видно из рисунка, при минимальном значении числа Рейнольдса  $Re = 3255$  за диском Маха существует довольно обширная замкнутая рециркуляционная зона. Ее размер постепенно уменьшается по ходу увеличения числа Рейнольдса, так что при  $Re = 4900$  она становится совсем маленькой, а при  $Re = 4950$  — уже отсутствует.

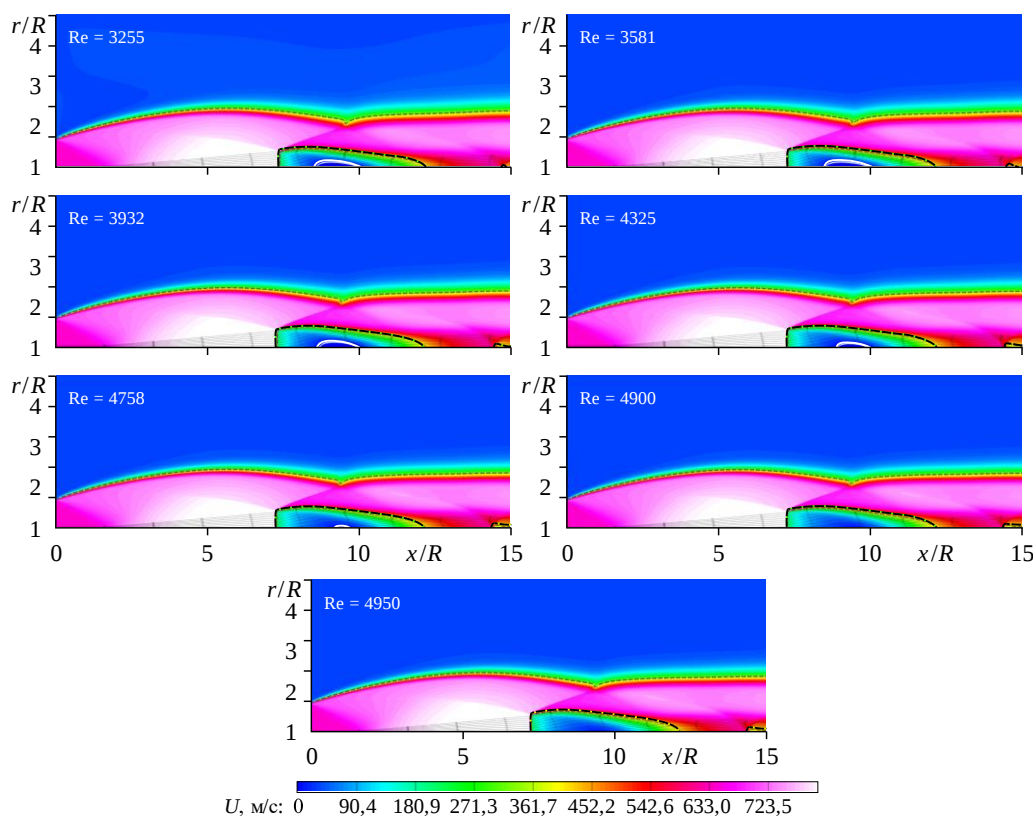


Рис. 1. Поля продольной скорости  $U$  при различных числах Рейнольдса.

Более подробно то, как изменяется длина зоны возвратного течения, можно проследить на рис. 2, где показаны распределения вдоль оси струи продольной скорости  $U$ , отнесенной к местной скорости звука  $c$  (т.е. фактически числа Маха, но с учетом знака скорости).

Скорость резко уменьшается при пересечении диска Маха. Далее она падает, достигает некоторого минимального значения, а потом начинает расти и ниже по потоку становится сверхзвуковой. При низких числах Рейнольдса минимальное значение скорости отрицательно, что указывает на существование возвратного течения. Однако при увеличении числа Рейнольдса минимальное значение растет, а длина рециркуляционной зоны уменьшается. Наконец, при  $Re = 4950$  минимальное значение продольной скорости становится положительным и возвратное течение исчезает.

Физический механизм, ответственный за такое поведение, становится яснее из рис. 3. На нем видно, что слой смешения, отделяющий газ, прошедший через диск Маха, от газа, прошедшего через два косых скачка уплотнения — падающий и отраженный, непосредственно за тройной точкой направлен вверх. Как указывалось выше, это означает, что ударно-волновая конфигурация соответствует обратному (инверсному) маховскому отражению. Дозвуковой поток сразу за диском Маха расширяется, его скорость падает. Однако затем на слой смешения падает веер волн разрежения, образующийся, когда отраженный скачок отражается от границы струи. Под действием веера слой смешения начинает изгибаться, достигает максимального расстояния от оси струи и затем отклоняется вниз, по направлению к оси. В результате поток начинает ускоряться и ниже по течению приобретает сверхзвуковую скорость, замыкая таким образом дозвуковую зону, образовавшуюся за диском Маха.

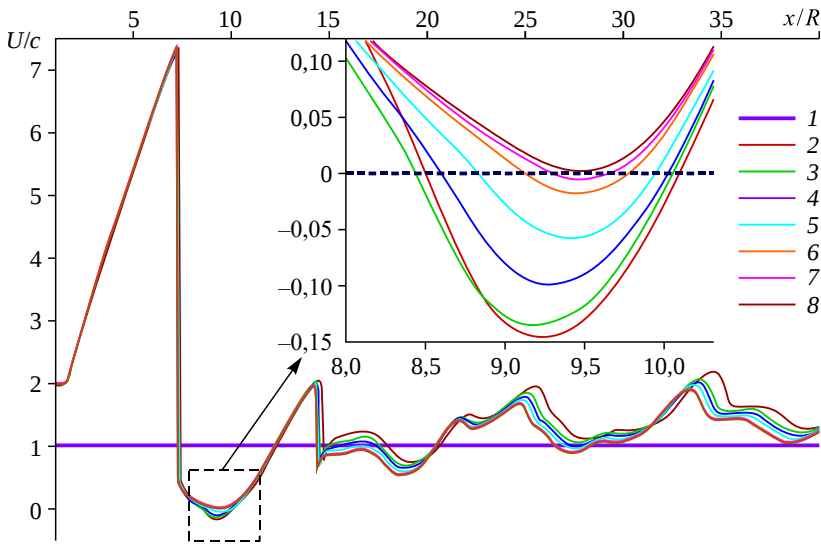


Рис. 2. Распределение вдоль оси струи продольной скорости, отнесенной к скорости звука, при различных числах Рейнольдса.

$U/c = 1$  (1),  $Re = 3255$  (2),  $3581$  (3),  $3932$  (4),  $4325$  (5),  $4758$  (6),  $4900$  (7),  $4950$  (8).

Описанный механизм действует единообразно во всем диапазоне чисел Рейнольдса. Однако существенным отличием струйных течений при низких числах Рейнольдса является то, что расширение потока оказывается достаточным для того, чтобы он затормозился до нулевой скорости и возникла замкнутая рециркуляционная зона.

Если обратиться теперь к результатам экспериментов, то они обычно проводятся при весьма больших значениях числа Рейнольдса, часто составляющих сотни тысяч и даже миллионы. Неудивительно, что возвратное течение в них никогда не наблюдалось. С другой стороны, в расчетах, проводимых с помощью схем сквозного счета, всегда присутствует численная (схемная) вязкость. Даже если решаются уравнения Эйлера, как в работе [4], численная вязкость, величина которой существенно зависит от используемой численной схемы и от шага расчетной сетки, может оказаться достаточной для того, чтобы вызвать формирование возвратного течения. Если же решаются уравнения Навье – Стокса, то совместно действуют как численная, так и физическая вязкость.

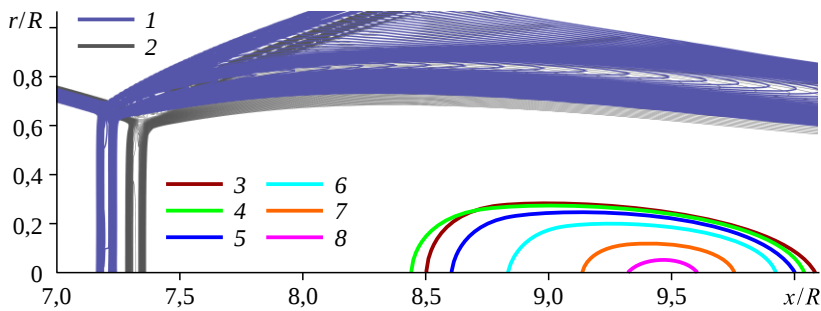


Рис. 3. Форма линии  $U = 0$  при различных числах Рейнольдса и конфигурация ударных волн слоя смешения при двух предельных значениях числа Рейнольдса, визуализированная изолиниями градиента плотности.

$Re = 3255$  (1),  $5234$  (2),  $3255$  (3),  $3581$  (4),  $3932$  (5),  $4325$  (6),  $4758$  (7),  $4900$  (8).

Для того, чтобы расчет воспроизводил реальное течение, использованная сетка должна быть достаточно густой, так, чтобы численная вязкость всюду, за исключением зон внутри «размазанных» скачков уплотнения, была намного меньше физической.

### Заключение

Таким образом, можно надеяться, что удалось наконец разрешить многолетнюю загадку, связанную с формированием возвратного течения за диском Маха в первой бочке недорасширенных сверхзвуковых струй. Проведенные расчеты свидетельствуют, что существование возвратного течения зависит от числа Рейнольдса. Рециркуляционная зона за диском Маха наблюдается при низких значениях числа Рейнольдса и исчезает при его увеличении.

Окончательным решением рассматриваемой проблемы было бы, конечно, обнаружение возвратного течения в эксперименте. Как следует из результатов настоящей работы, такие эксперименты должны проводиться на достаточно разреженных струях. При этом, разумеется, возникают проблемы как с визуализацией течения из-за его низкой плотности, так и с измерением скорости: в частности, может оказаться невозможным использование метода PIV (Particle Image Velocimetry), поскольку в разреженном течении следует ожидать большой скоростной неравновесности между потоком несущего газа и несомыми им частицами. На настоящем этапе исследования данной проблемы нельзя исключить и того, что при низких числах Рейнольдса при одном и том же наборе параметров могут существовать два различных стационарных состояния струйного течения — одно с возвратным течением, другое без него. В этом случае то, какое из них возникает, должно определяться начальным полем, с которого стартовал расчет или эксперимент, и тем, как именно происходил процесс установления.

Авторы благодарны проф. В.И. Запрыгаеву (ИТПМ СО РАН) за многочисленные полезные обсуждения феномена возвратного течения в сверхзвуковых струях.

### Список литературы

1. Gribben B.J., Badcock K.J., Richards B.E. Numerical study of shock-reflection hysteresis in an underexpanded jet // AIAA J. 2000. Vol. 38, No. 2. P. 275–283.
2. Maté B., Graur I.A., Elizarova T., Chirokov I., Tejeda G., Fernández J.M., Montero S. Experimental and numerical investigation of an axisymmetric supersonic jet // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 426. P. 177–197.
3. Reijasse P., Bouvier F., Servel P. Experimental and numerical investigation of cap-shock structure in overexpanded thrust-optimized nozzles // West East High Speed Flow Fields Conf. Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime / Ed. By D.E. Zeitoun, J. Périaux, J.A. Désidéri, M. Marini. Barcelona, Spain: CIMNE, 2003. P. 338–345.
4. Горайнов В.А. О возможности эффекта реверса течения в свободных сверхзвуковых струях // Мат. моделирование. 2003. Т. 15, No 7. С. 86–92.
5. Skovorodko P.A. About the nature of the recirculation zone behind a Mach disk in an underexpanded jet // AIP Conf. Proc. 2011. Vol. 1333. P. 601–606.
6. Кашковский А.В., Кудрявцев А.Н., Шершнёв А.А. Численное исследование структуры недорасширенных сверхзвуковых струй разреженного газа методом прямого статистического моделирования // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, No 1. С. 33–39.
7. Edgington-Mitchell D., Honnery D.R., Soria J. The underexpanded jet Mach disk and its associated shear layer // Phys. Fluids. 2014. Vol. 26, No. 9. P. 096101-1–096101-5.
8. Zapryagaev V.I., Boiko V.M., Kavun I.N., Kiselev N.P., Pivovarov A.A. Flow structure behind the Mach disk in supersonic non-isobaric jets // AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1770. P. 030029-1–030029-8.
9. Глотов Г.Ф. Локальные дозвуковые зоны в сверхзвуковых струйных течениях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1998. No 1. С. 143–150.

10. Кашковский А.В., Кудрявцев А.Н., Шеринёв А.А. Численное исследование возвратного течения за диском Маха в недорасширенной сверхзвуковой струе // Теплофизика и аэромеханика. 2024. Т. 31, No 1. С. 73–76.
11. Ben-Dor G. Shock Wave Reflection Phenomena. 2nd ed. Springer, 2007. 356 p.
12. Shershnev A.A., Kudryavtsev A.N., Kashkovsky A.V., Shoen G.V., Borisov S.P., Shkredov T.Yu., Polevshchikov D.P., Korolev A.A., Khotyanovsky D.V., Kratova Yu.V. A numerical code for wide range of compressible flows on hybrid computational architectures // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2022. Vol. 9, No. 4. P. 85–99.
13. Bird G.A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford, UK: Clarendon Press, 1994. 476 p.

*Статья поступила в редакцию 24 октября 2024 г.,  
после доработки — 24 октября 2024 г.,  
принята к публикации 8 ноября 2024 г.*