

**УДАРНО-ИНДУЦИРОВАННЫЕ  
ВОЛНЫ ПРОВОДИМОСТИ В ПРОВОДНИКЕ,  
ПОМЕЩЕННОМ ВО ВНЕШНЕЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ**

УДК 539.63:537.311.3

С. Д. Гилев

**Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
630090 Новосибирск**

*Дан анализ электромагнитных процессов в сжимаемом ударной волной проводнике, помещенном во внешнее магнитное поле. Движение ударной волны приводит к возникновению двух противоположно направленных токов, протекающих соответственно перед фронтом ударной волны в области несжатого вещества и вблизи задней границы проводника. Диффузия и конвективный перенос токов в проводящем веществе создают наблюдаемую электромагнитную картину. При входлении ударной волны в проводник абсолютная величина токоврастет, стремясь в случае большой толщины образца к константе, определяемой условием «вмораживания» магнитного поля в вещество. В этом случае электромагнитная картина характеризуется двумя пространственно разделенными токовыми волнами: стационарной, движущейся по несжатому веществу с фазовой скоростью, и нестационарной волной диффузии, стартующей с задней границы проводника. Запись напряжения с одной из поверхностей образца может быть использована для нахождения параметров вещества в сжатом состоянии.*

Электромагнитный отклик образца на воздействие ударной волны (УВ) может быть использован для диагностики ударно-волновых процессов и исследования свойств ударно-сжатых веществ [1, 2]. В известных методах электромагнитное состояние образца полагается равновесным. При переходах вещества в УВ, сопровождающихся возникновением или изменением металлической проводимости, электромагнитный отклик образца оказывается нестационарным [3]. Это обусловлено тем, что два физически значимых времени процесса — релаксации электромагнитного поля и распространения УВ по образцу — оказываются одного порядка по величине. Анализ физических процессов в проводнике и возможность практического использования наблюданного электромагнитного отклика для количественных измерений являются в этом случае предметом отдельного исследования. Успех подобных исследований позволил бы расширить доступную для экспериментального изучения область физических параметров конденсированного вещества в УВ.

В [4] дан анализ электромагнитных процессов в сжимаемом ударной волной проводнике, по которому течет постоянный ток. Совместное действие эффектов электромагнитной диффузии, движения УВ и сжатия вещества приводит к сложному характеру изменения электромагнитного поля в образце по мере движения ударного фронта. В определенные моменты времени в поверхностных слоях образца возникает противоток. Нетривиальная электромагнитная картина в задаче с постоянным током и ограниченные возможности

получения экспериментальной информации в процессе ударного сжатия обусловливают поиск других модельных постановок, которые также могут быть реализованы на практике.

Настоящая работа посвящена исследованию ударно-индукционных волн проводимости в проводнике, помещенном во внешнее магнитное поле. Рассматриваемая задача отличается от [4] тем, что металлический образец расположен в области однородного в пространстве и постоянного во времени магнитного поля, созданного внешним источником. Направление магнитного поля перпендикулярно движению УВ. В начальный момент времени поля в образце и окружающем пространстве совпадают. Каких-либо внешних источников ЭДС нет.

Используем принятые в [4] допущения. В системе отсчета, связанной с фронтом УВ, настоящая задача описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial B_i}{\partial x} = -\mu_0 j_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial x} = -\frac{\partial B_i}{\partial t}, \quad (2)$$

$$j_i = \sigma_i(E_i + v_i B_i), \quad (3)$$

$$B_1(x_0 - Dt, t) = B_0, \quad (4)$$

$$B_2(-t(D - U), t) = B_0, \quad (5)$$

$$B_1(0, t) = B_2(0, t), \quad (6)$$

$$E_1(0, t) = E_2(0, t), \quad (7)$$

$$B_1(x, 0) = B_0. \quad (8)$$

Здесь (1), (2) — уравнения Максвелла для одномерной геометрии; (3) — обобщенный закон Ома; (4), (5) — граничные условия; (6), (7) — условия непрерывности магнитного и электрического полей на фронте УВ; (8) — начальное условие. Ось  $x$  направлена в сторону невозмущенной области, координата  $x = 0$  соответствует фронту УВ. Уравнения (1)–(3) записаны для двух областей:  $i = 1$  — несжатое вещество ( $0 \leq x \leq x_0 - Dt$ ,  $0 \leq t \leq T$ ,  $v_1 = D$ );  $i = 2$  — сжатое вещество ( $-t(D - U) \leq x \leq 0$ ,  $0 \leq t \leq T$ ,  $v_2 = D - U$ ). Использованы следующие обозначения:  $x_0$  — начальная толщина образца,  $T = x_0/D$  — время распространения УВ по образцу;  $B_0$  — внешнее магнитное поле;  $D$  — скорость фронта УВ;  $U$  — массовая скорость.

Задача (1)–(8) решалась численно. Использовались безразмерные параметры: координата  $\xi = x/x_0$ , время  $\tau = t/T$ , магнитное поле  $b_i = B_i/B_0$ , магнитное число Рейнольдса  $Re_m = \mu_0 \sigma_1 D x_0$ , перестройка проводимости образца в УВ  $s = \sigma_2/\sigma_1$ . На рис. 1 показаны распределения магнитного поля  $b(\xi)$  в образце. УВ движется по образцу слева направо. В дальнейшем задней поверхностью образца будем называть границу, через которую входит УВ, передней — границу, на которую УВ выходит в процессе своего распространения. Распределения  $b(\xi)$  даны в лабораторной системе отсчета для моментов времени  $\tau = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$ , когда положения ударного фронта  $\xi = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$  соответственно.

В проводнике, помещенном во внешнее поле, наблюдается следующая качественная картина электромагнитных явлений. Сжатие проводника приводит к увеличению магнитного поля. Рост поля в сжатой области является результатом протекания токов вблизи

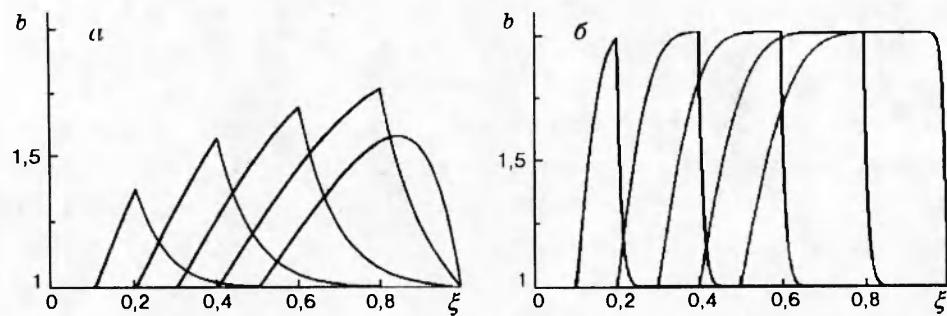


Рис. 1. Пространственные распределения магнитного поля при движении ударной волны по металлическому проводнику:  
 $U/D = 0,5$ ;  $s = 2$ ;  $Re_m = 10$  (а) и  $100$  (б)

фронта УВ и задней границы образца. Токи имеют одинаковую величину и противоположное направление, образуя деформируемый УВ токовый контур. Ток вблизи фронта УВ диффундирует вглубь несжатого материала, опережая УВ. Перед фронтом УВ в несжатой области течет ток, который перемещается в пространстве с фазовой скоростью волн. Диффузия тока с задней поверхности образца сглаживает перепад магнитного поля, уменьшая абсолютную величину протекающих противотоков. При выходе УВ из образца токи затухают вследствие джоулевых потерь. В результате магнитное поле в образце сравнивается с внешним полем.

Таким образом, движение УВ в металлическом образце, помещенном во внешнее магнитное поле, приводит к возникновению двух противоположно направленных токов. Отметим, что для образца, испытывающего переход диэлектрик — металл в постоянном внешнем поле, каких-либо токов не возникает. Возникновение токов обусловлено неравновесностью электромагнитного состояния образца. Параметром, определяющим степень неравновесности, является магнитное число Рейнольдса  $Re_m = \mu_0 \sigma_1 D x_0$ . Действительно,  $Re_m$  можно представить в виде отношения времени электромагнитной релаксации к времени распространения УВ по образцу [4]. При  $Re_m \ll 1$  образец находится в состоянии, близком к электромагнитному равновесию, и токи крайне малы. При  $Re_m \gg 1$  электромагнитное состояние образца существенно неравновесно. В сжимаемом образце существуют токи, циркуляция которых приводит к росту магнитного поля в сжатой области.

Сформулированное условие электромагнитного равновесия касается невозмущенной области проводника. За фронтом УВ вещество находится в состоянии, которое характеризуется значением проводимости  $\sigma_2$ . Возмущенная область может быть описана соответствующим магнитным числом Рейнольдса  $Re_{m1} = \mu_0 \sigma_2 (D - U) x_0$ . Отметим, что возможности роста проводимости классических металлов при сжатии в УВ ограничены тепловым разогревом вещества и генерацией дефектов кристаллической структуры. Поэтому типичной ситуацией является  $Re_{m1} < Re_m$ . Строго говоря, условие электромагнитного равновесия в образце в целом состоит в малости максимальной из величин  $Re_{m1}$  и  $Re_m$ . Понимая это принципиальное положение, в качественном анализе можно говорить лишь об одном магнитном числе Рейнольдса  $Re_m$ . В численных расчетах какие-либо ограничения на величину перестройки проводимости  $s$  отсутствовали.

Границей, разделяющей противоположно направленные токи для большинства стадий движения УВ, является фронт УВ. Лишь при выходе УВ из образца в сжатой области

течет как ток, так и противоток. В каждый момент времени ток в образце пропорционален разности максимального и граничного магнитных полей. Как видно из рис. 1,а, величина протекающего тока зависит от времени. По мере движения УВ ток сначала увеличивается, а на конечных стадиях уменьшается. Величина тока существенно зависит от значений  $Re_m$ ,  $U/D$ . Ток не может превышать максимального значения  $I_{\max}$ , определяемого из условия полного «вмораживания» поля в вещество:

$$I_{\max} = \frac{2 \cdot B_0 a}{\mu_0} \frac{U/D}{1 - U/D}.$$

Здесь  $a$  — ширина образца.

Плотность тока претерпевает разрыв на фронте УВ. Из (1), (3), (7) для скачка плотности тока на фронте УВ получаем

$$j_1(0, t) - j_2(0, t) = \frac{1-s}{s} j_2(0, t) + \sigma_1 U B_2(0, t). \quad (9)$$

Величина скачка меняется со временем. При выходе УВ из образца скачок может менять знак. Действительно, при большом  $s$  первое слагаемое в правой части (9) может стать преобладающим и изменить знак разности  $j_1(0, t) - j_2(0, t)$ .

При  $Re_m \gg 1$  противотоки пространственно разделены; исключая непродолжительные начальную и конечную фазы движения УВ, ток, текущий по образцу, постоянен и равен  $I_{\max}$ . Это дает возможность рассмотреть структуру каждого тока в отдельности.

Анализ электромагнитной картины вблизи фронта УВ легко провести для предельного случая безграничного проводника. В системе отсчета, связанной с фронтом УВ, электромагнитная картина стационарна. В этом случае уравнение (2) приводит к постоянству электрического поля в каждой из областей, а условие (7) — к постоянству электрического поля во всем пространстве:  $E_1 = E_2 = E = \text{const}$ . Из (1), (3) получаем дифференциальное уравнение первого порядка для магнитного поля:

$$\frac{\partial B_i}{\partial x} + \mu_0 \sigma_i v_i B_i = -\mu_0 \sigma_i E.$$

Его решение имеет вид

$$B_i = C_i^1 + C_i^2 \exp(-\mu_0 \sigma_i v_i x),$$

где  $C_i^1$ ,  $C_i^2$  — константы интегрирования для  $i$ -й области. Ограниченность магнитного поля в сжатой области дает  $C_2^2 = 0$ . Таким образом, магнитное поле  $B_2$  за ударным фронтом постоянно, тока в сжатой области нет. Из условий  $j_2(x) = 0$  и  $j_1(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0$  получаем значение электрического поля  $E = -(D - U)B_2 = -DB_0$ . Таким образом, в сжатой области

$$B_2 = B_0 / (1 - U/D).$$

Решение для первой области может быть найдено из непрерывности магнитного поля на фронте УВ (6) и условия  $B_1 \rightarrow B_0$  при  $x \rightarrow \infty$ :

$$B_1(x) = B_0 \left( 1 + \frac{U/D}{1 - U/D} \exp(-\mu_0 \sigma_1 D x) \right). \quad (10)$$

Поясним смысл стационарного распределения магнитного поля (10). Существует два механизма изменения магнитного поля в данной точке пространства: конвективный и диффузионный. Конвективный механизм сводится к переносу магнитного поля вместе с веществом

ством и имеет место при наличии потоков массы. Диффузионный механизм приводит к выравниванию перепадов магнитного поля в веществе. При движении УВ в безграничном проводнике с полем ток течет в невозмущенной области, примыкающей к фронту УВ. Если  $x_*$  — характерный размер токовой зоны, то время электромагнитной релаксации тока  $\Theta = \mu_0\sigma_1 x_*^2$ . В системе отсчета фронта УВ невозмущенное вещество натекает на фронт со скоростью  $D$ . Изменение магнитного потока в сжатой области, а также время прохождения ударной волной толщины токовой зоны  $\Psi = x_*/D$  определяются скоростью  $D$ . Равенство времен  $\Theta$  и  $\Psi$  дает ситуацию, когда конвекция и диффузия динамически уравновешивают друг друга: магнитный поток, поступивший в сжатую область через фронт УВ, дифундирует в невозмущенное вещество. Определяемая таким образом толщина токового слоя  $x_* \approx 1/\mu_0\sigma_1 D$  согласно (10) дает уменьшение перепада магнитного поля  $B_1(x) - B_0$  в  $e$  раз.

Отметим характерные особенности стационарной электромагнитной картины в безграничном проводнике. Распределение магнитного поля смещается в пространстве с фазовой скоростью волны. Магнитное поле в сжатой области не зависит от величины проводимости и определяется коэффициентом сжатия вещества. Ток сосредоточен в невозмущенной области, экспоненциально затухая вглубь несжатого материала на характерном размере  $x_* \approx 1/\mu_0\sigma_1 D$ . Для значения удельной проводимости меди и скорости УВ  $D \approx 5$  км/с такая оценка дает  $x_* \approx 3 \cdot 10^{-6}$  м. В металлических образцах ток концентрируется перед фронтом УВ на малом размере, что приводит к большим плотностям тока.

В отличие от области фронта УВ распределение поля вблизи задней поверхности образца нестационарно. Для больших времен оно может быть описано классической задачей диффузии поля в проводящее полупространство [5]. Такой подход приводит к зависимости

$$B_2(x_b, t) = B_0 \left( 1 + \frac{U/D}{1 - U/D} \operatorname{erf} \zeta \right), \quad \zeta = \frac{x_b}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \tau_2}{t}}, \quad (11)$$

где  $\operatorname{erf} \zeta$  — функция ошибок;  $\zeta$  — переменная подобия;  $x_b$  — координата, отсчитываемая от задней границы образца вглубь вещества. Поскольку вещество вблизи задней границы находится в возмущенном состоянии большее время, градиенты поля здесь более плавные, чем в области, примыкающей к ударному фронту. Отмеченные особенности электромагнитной картины при большом  $\operatorname{Re}_m$  иллюстрирует рис. 1, б.

Наблюдаемые распределения поля в проводнике можно объяснить наложением двух токовых волн. Одна из них связана с движением ударного фронта и располагается в невозмущенной области перед фронтом; другая имеет чисто диффузионный характер и start-тует с задней поверхности проводника. В начальный момент времени волны совмещены в пространстве и токов нет. Движение ударного фронта приводит к расщеплению волн и появлению противоположно направленных токов. Предполагая для противотока справедливым распределение (11), можно оценить временную зависимость абсолютной величины тока при вхождении УВ в образец. Величина тока определяется текущим положением фронта УВ, разделяющим зоны тока и противотока. Положение фронта относительно задней границы есть  $x_f = (D - U)t$ . Величина тока пропорциональна перепаду магнитного поля, который тогда можно найти по формуле

$$B_f(t) - B_0 \approx B_0 \frac{U/D}{1 - U/D} \operatorname{erf} \frac{\sqrt{R}}{2}, \quad (12)$$

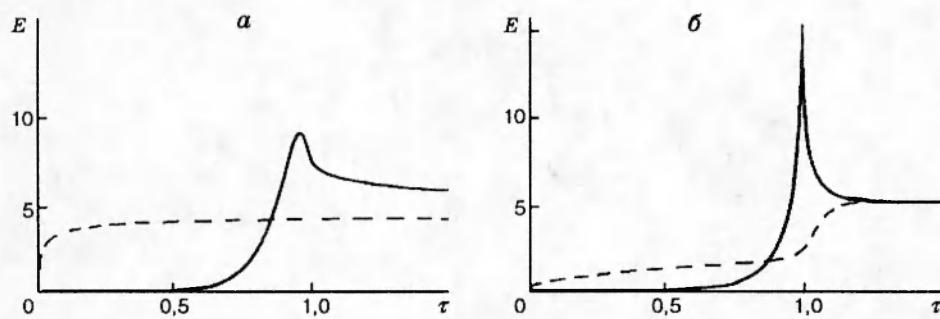


Рис. 2. Временные зависимости электрического поля на поверхностях проводника:  
сплошная линия — передняя граница, штриховая — задняя граница;  $Re_m = 10$ ;  
 $U/D = 0,5$ ;  $s = 5$  (а) и  $0,2$  (б)

где  $B_f$  — магнитное поле на фронте УВ;  $R = \mu_0 \sigma_2 (D - U)^2 t$  — безразмерный параметр, отражающий отношение времени электромагнитной релаксации в проводящем слое сжатого вещества к времени распространения УВ. Этот параметр возникал ранее в задаче о структуре токовой волны при переходе вещества из непроводящего состояния в проводящее [6]. Его значение характеризует электромагнитное состояние сжатого вещества: равновесное при  $R \ll 1$  или неравновесное при  $R \gg 1$ . Сравнение с результатами численного моделирования показало, что соотношение (12) дает реалистичный характер зависимости тока в проводнике от времени. Неточность (12) существенна лишь при  $R \ll 1$ . Используя зависимость (12), можно получить простую оценку времени роста тока в проводнике:  $t_r \approx 4/\mu_0 \sigma_2 (D - U)^2 t$ . Это условие соответствует пространственному расщеплению двух токовых волн, движущихся в дальнейшем независимо.

На рис. 2 показаны зависимости электрического поля на поверхностях образца от времени в лабораторной системе отсчета. Графики соответствуют движению УВ по образцу ( $0 \leq \tau \leq 1$ ) и последующей релаксации токов в сжатом веществе.

Электрическое поле на поверхностях образца увеличивается при сжатии вещества в УВ. Как видно из рис. 2, характеры зависимости  $E(\tau)$  на разных поверхностях отличаются. Электрическое поле на передней поверхности образца испытывает резкое изменение в последние фазы сжатия, когда волна тока в невозмущенной области достигает передней поверхности. Обратим внимание на существование максимума в зависимости электрического поля на передней поверхности при  $\tau < 1$  (см. рис. 2, а). Такое поведение  $E(\tau)$  наблюдается для больших  $s$  и связано с изменением знака скачка плотности тока на фронте УВ при выходе УВ из образца. При  $\tau > 1$  токи в образце затухают, электрические поля на разных поверхностях образца стремятся к постоянной величине, определяемой движением проводника относительно лабораторной системы отсчета.

Электрическое поле на поверхностях образца обнаруживает зависимость от коэффициента перестройки проводимости  $s$ . Это указывает на возможность обращения задачи и нахождения  $s$  по экспериментальной записи напряжения и набору расчетных зависимостей  $E(\tau, s)$  на одной из поверхностей образца (аналогично [4]). Поскольку происхождение сигналов чисто нестационарное, возможности применения такого метода измерений ограничены случаем  $Re_m > 1$ . Для  $Re_m \ll 1$  сигнал крайне мал. По сравнению со случаем постоянного тока диапазон изменения сигнала в зависимости от перестройки проводимости меньше. Соответственно большее влияние на электромагнитную картину оказывает

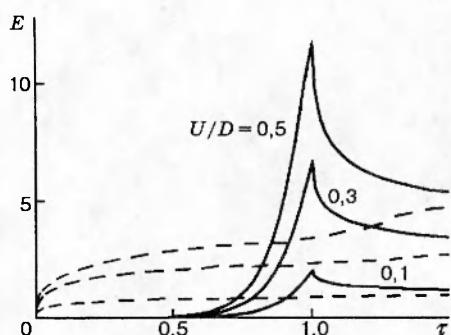


Рис. 3. Временные развертки электрического поля, существенно зависящие от отношения массовой и волновой скоростей  $U/D$ :  
 $Re_m = 10$ ;  $s = 1$ ; значения  $U/D$  отмечены у кривых

отношение  $U/D$ . На рис. 3 показаны временные зависимости электрического поля на двух поверхностях образца. Обращает на себя внимание факт существенной зависимости вида кривых от  $U/D$ . Отметим, что при отсутствии сжатия вещества в УВ ( $U/D = 0$ ) токов в проводнике не возникает. Если  $s$  известно (для нормальных металлов в ударной волне  $s \approx 1$ ), то зависимость  $E(\tau)$  может быть использована для диагностики УВ. Известная скорость фронта УВ позволяет в этом случае определить массовую скорость вещества.

Итак, в настоящей работе исследованы электромагнитные процессы в сжимаемом ударной волной проводнике, помещенном во внешнее магнитное поле. Более прозрачная физическая картина электромагнитных явлений (по сравнению с задачей о проводнике с током [4]) обусловливает значение рассмотренной проблемы. Многообразие постановок реальных ударно-волновых экспериментов приводит к множеству различных физических ситуаций, отражающихся в характере регистрируемых сигналов. Рассмотрены основные случаи (постоянный ток, постоянное поле), для которых электромагнитный отклик образца можно наглядно объяснить. Они дают ясное представление о характере процессов и порядке основных величин. Результаты проведенного анализа могут быть использованы для определения свойств ударно-сжатых веществ.

Автор выражает благодарность за обсуждение материалов работы А. М. Трубачеву и Е. И. Биченкову, обративших внимание на необходимость тщательной организации численного счета, что привело к усовершенствованию расчетной программы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Styris D. L., Duvall G. E. Electrical conductivity of materials under shock compression // High Temp. — High Pressure. 1970. V. 2, N 5. P. 477–499.
2. Килер Р. Электропроводность конденсированных сред при высоких давлениях // Физика высоких плотностей энергии / Под ред. П. Калдирола, Г. Кнопфеля. М.: Мир, 1974. С. 120–143.
3. Биченков Е. И., Гилев С. Д., Трубачев А. М. Ударно-индуцированные волны проводимости в электрофизическом эксперименте // ПМТФ. 1989. № 2. С. 132–145.
4. Гилев С. Д. Ударно-индуцированные волны проводимости в металлических образцах // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 4. С. 109–116.
5. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
6. Гилев С. Д., Михайлова Т. Ю. Токовая волна при ударном сжатии вещества в магнитном поле // Журн. техн. физики. 1996. Т. 66, № 5. С. 1–9.

Поступила в редакцию 17/XI 1995 г.