

отсутствуют. Однако условие  $\alpha_t \neq 0$ ,  $\alpha_c \neq 0$  — лишь необходимая предпосылка стационарности процесса, стабилизация которого обеспечивается также стационарностью состояния на границе раздела фаз вследствие допущения о полуограниченности слоя активной жидкости ( $\delta = \infty$ ). При конечной толщине слоя процесс становится нестационарным и в зависимости от соотношения между  $\delta$  и  $\delta_t$  (толщина зоны тепловой релаксации у поверхности жидкости) может быть исследован в рамках либо квазистационарной ( $\delta/\delta_t \gg 1$ ), либо нестационарной ( $\delta/\delta_t \leq 1$ ) модели в соответствии с процедурами, разработанными в [5, 6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ярин Л. П., Сухов Г. С. Основы теории горения двухфазных сред.— Л.: Энергоатомиздат, 1987.
2. Блинов В. И., Худяков Г. Н. Диффузионное горение жидкостей.— М.: Изд-во АН СССР, 1961.
3. Мильков С. Н., Сухов Г. С., Ярин Л. П. Теория горения жидкостей со свободной поверхностью. I. Стационарный режим горения жидкости — горение полубесконечного слоя // ФГВ.— 1985.— 21, № 1.— С. 3.
4. Сухов Г. С., Ярин Л. П. К теории горения жидкостей в режиме свободной конвекции // Там же.— 1988.— 24, № 5.— С. 32.
5. Мильков С. Н., Сухов Г. С., Ярин Л. П. Теория горения жидкостей со свободной поверхностью. II. Квазистационарный режим горения жидкости — горение слоя конечной толщины // Там же.— 1985.— 21, № 2.— С. 45.
6. Мильков С. Н., Сухов Г. С., Ярин Л. П. Теория горения жидкостей со свободной поверхностью. III. Специальные задачи // Там же.— 1985.— 21, № 4.— С. 39.

г. Ухта

Поступила в редакцию 25/XI 1989,  
после доработки — 5/VI 1990

УДК 536.46

B. K. Смоляков

### К ТЕОРИИ МАКРОСТРУКТУРНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ ПРИ ГОРЕНИИ ПРЕССОВОК МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОРОШКОВ В ГАЗЕ

На основе представлений механики гетерогенных сред построена двухтемпературная и двухскоростная модель горения пористых металлических образцов, учитывающая макроструктурные превращения, связанные с различием плотностей металла и продукта, жидкокофазным спеканием и действием фильтрующегося в порах газа. Анализируется влияние каждого из указанных факторов в предельном случае межфазного теплообмена. Получены выражения для оценки макроструктурных изменений и скорости горения.

Теории фильтрационного горения пористых металлических образцов в газе посвящено значительное количество работ, в которых раскрыты многие стороны физико-химических явлений и намечены пути управления процессами горения [1—4]. Вместе с тем сложившиеся теоретические представления базируются на неизменности структурных характеристик образца, что не позволяет рассматривать горение значительной части интересных для практики систем, реагирование которых сопровождается изменением макроструктуры прессовки — пористости, размеров и формы. Наиболее заметны такие изменения, когда взаимодействие сопровождается фазовым переходом — плавлением металла, в результате чего вещество переходит в вязкотекучее состояние. Появление жидкой фазы интенсифицирует спекание и делает заметным силовое действие фильтрующегося к зоне реакции газа. В работе на основе представлений механики гетерогенных сред [5] построена модель фильтрационного горения в условиях макроструктурных изменений и рассмотрены режимы квазистационарного адиабатического горения образцов конечной длины.

## Модель фильтрационного горения, учитывающая макроструктурные изменения

В общем случае макроструктурные изменения реагирующего образца неодномерны. Ограничивааясь качественным анализом, будем рассматривать одномерную модель. Считая температуру плавления металла естественной обрезкой источника тепловыделения и структурных превращений, структуру образца после плавления металла представим совокупностью контактирующих между собой жидких капель металла радиуса  $r_0$ , которые, реагируя с газом, образуют на поверхности тугоплавкие продукты. Соотношение между жидкой и твердой фазами в такой суспензии меняется в ходе реакции. В частном случае, когда металл не плавится, исходная структура — совокупность твердых частиц металла. Выбранная модель гетерогенной среды качественно отражает данные металлографических исследований зоны прогрева «закаленных» образцов, когда исходная смесь и конечные продукты разделены областью (где имеются оплавленные частицы металла, практически без следов продукта).

В общем случае эволюция макроструктуры определяется различием плотностей металла и продукта, жидкофазным спеканием капель и силовым действием фильтрующегося к зоне реакции газа. Действие двух последних факторов зависит от вязкости суспензии.

Поскольку для построения модели используются представления механики гетерогенных сред, отметим, что масштаб осреднения используемых в дальнейшем макроскопических величин, с одной стороны, много больше характерных молекулярно-кинетических расстояний, а с другой — значительно меньше расстояний, на которых происходит их заметное изменение [5]. Применительно к анализируемому случаю система уравнений [5, 6], описывающая одномерное движение гетерогенной среды, имеет вид

$$\frac{\partial(m\rho_1)}{\partial t} + \frac{\partial(m\rho_1 v_1)}{\partial x} = -\mu J, \quad (1)$$

$$\frac{\partial[(1-m)\rho_2]}{\partial t} + \frac{\partial[(1-m)\rho_2 v_2]}{\partial x} = \mu J, \quad (2)$$

$$\frac{\partial[(1-m)\rho_2\alpha]}{\partial t} + \frac{\partial[(1-m)\rho_2 v_2\alpha]}{\partial x} = J, \quad (3)$$

$$m\rho_1 \frac{d_1 v_1}{dt} = -m \frac{\partial p}{\partial x} - F_1 - F_2 - J(v_2 - v_1), \quad (4)$$

$$(1-m)\rho_2 \frac{d_2 v_2}{dt} = -(1-m) \frac{\partial p}{\partial x} + F_1 + F_2 + \frac{\partial \sigma_*}{\partial x}. \quad (5)$$

В (1)–(5) использованы следующие обозначения:  $d/dt = \partial/\partial t + v_i \partial/\partial x$ ;  $\sigma_* = (1-m)\sigma + (1-m)p + p_{pl}$  — приведенное напряжение в конденсированной фазе, определяющее ту часть полного напряжения в конденсированной фазе  $\sigma$ , которое обусловлено передачей импульса через контактные поверхности;  $m$  — пористость;  $p$ ,  $\rho_1$  — давление и плотность газа;  $p_{pl} = 3\varepsilon(1-m)^2/R_0$  — эффективное лапласово давление в конденсированной фазе [7];  $\varepsilon$  — поверхностное натяжение;  $v_{1,2}$  — скорости газовой и конденсированной фаз;  $J$  — массовая скорость образования продукта;  $\rho_2 = \rho_m \rho_p / [\alpha \rho_m + \rho_p(1-\alpha)]$  — плотность конденсированной фазы;  $\rho_m$ ,  $\rho_p$  — плотности металла и продукта;  $\alpha$  — глубина превращения по продукту;  $\mu$  — массовая доля газа в продукте;  $F_2 \approx (1-m)\mu J(v_1 - v_2)$  — сила инерционного взаимодействия фаз;  $F_1$  — сила межфазного трения, для которой, ограничиваясь рассмотрением только ламинарной составляющей коэффициента сопротивления, примем выражение [5, 8]

$$F_1 \approx \frac{150(1-m)^2}{4mR_0^2} \mu_1 (v_1 - v_2);$$

$\mu_1$  — вязкость газа. При вычислении  $p_{\text{л}}$  и коэффициента сопротивления характерный размер частиц, образующих гетерогенную структуру  $R_0$ , будем оставлять равным начальному размеру капель:  $R_0 \approx r_0$ . Скорость химического взаимодействия металла с газом

$$\frac{d_2 \alpha}{dt} = k(T_2) F(\alpha) (p/p_*)^v, \quad (6)$$

где  $k(T_2) = k_0 \exp(-E/RT_2)$ ,  $k_0$ ,  $E$  — константа, предэкспонент и энергия активации химической реакции;  $R$  — газовая постоянная;  $T_2$  — температура конденсированной фазы;  $F(\alpha)$  — кинетический закон;  $v$  — константа;  $p_*$  — нормальное атмосферное давление.

В простейшем случае ньютоновской жидкости реологическое соотношение, связывающее напряжение и скорость деформации, имеет вид

$$\sigma = -p - p_{\text{л}} + 2\eta \frac{\partial n}{\partial x}. \quad (7)$$

Принятое в (5) выражение для  $\sigma_*$  отражает возможность макроструктурных изменений гетерогенной среды как под действием газа, так и в результате вязкого слияния капель. В предельном случае  $p_{\text{л}} = 0$  система (1)–(5) соответствует полученной в [6], а в отсутствие газовой фазы уравнения (2), (5), (7) описывают жидкофазное спекание в вакууме.

В ходе химического взаимодействия жидкого металла с газом образуются тугоплавкие продукты, уменьшающие текучесть конденсированной фазы. Вязкость суспензии  $\eta = \eta_*(T_2) f(\varphi)$ , где  $\eta_*(T_2) = \eta_0 \exp(E_*/RT)$ ,  $\eta_0$ ,  $E_*$  — вязкость, предэкспонент и энергия активации вязкости жидкого металла;  $f(\varphi)$  — функция стесненности, отражающая влияние объемной концентрации твердой фазы  $\varphi$ , которая, в свою очередь, изменяется от начального  $\varphi_0 = 0$  до конечного значения  $\varphi_k = 1$ . Согласно [7],

$$f(\varphi) = 1/(1 - 5\varphi/2),$$

где  $\varphi = \alpha \rho_m / [\rho_m \alpha + (1 - \alpha) \rho_n]$ .

Отметим следующее обстоятельство. Растущие на поверхности жидких капель слои тугоплавкого продукта образуют малоподвижный каркас. В реальных условиях при нарушении сплошности слоя и его диспергировании часть жидкости вытекает наружу. Именно эта доля жидкости определяет текучесть среды. Вязкость такой высококонцентрированной суспензии обусловлена процессами аккомодации формы тугоплавких образований и значительно (на несколько порядков) превышает вязкость суспензии с малым коэффициентом наполнения ( $\varphi < 0,4$ ). Кроме того, вследствие растворимости газа вязкость расплава существенно превышает вязкость чистого металла. Поэтому принятая для определения вязкости модель суспензии, состоящая из чистого жидкого металла и сферических тугоплавких продуктов, дает заниженные значения  $\eta$ . Полученные с использованием этих представлений оценки макроструктурных изменений максимальные и имеют качественный характер.

В общем случае под  $\eta$  в (7) следует понимать известную из экспериментов функцию температуры, глубины превращения и скорости деформации.

Пренебрегая энергией движения фаз, диссипативным тепловыделением, работой сил давления и всеми зависимостями теплофизических и кинетических параметров кроме тех, которые связаны с макроструктурой образца, запишем уравнения теплового баланса фаз

$$c_1 \rho_1 m \frac{d_1 T_1}{dt} = \kappa (T_2 - T_1) + i_1 \mu J, \quad (8)$$

$$(1 - m) \rho_2 [c_{\text{п}} \alpha + c_{\text{м}} (1 - \alpha)] \frac{d_2 T_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \hat{\lambda} \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) - i_2 \mu J - \kappa (T_2 - T_1). \quad (9)$$

Здесь  $i_{1,2}$  — энталпии фаз;  $T_1$ ,  $c_1$  — температура и теплоемкость газа:

$c_{\text{п}}$  — теплоемкость продукта; теплоемкость металла представим в виде

$$c_{\text{м}} = c_{\text{к}} + L\delta(T_2 - T_{\text{п}}),$$

позволяющим учесть затраты тепла на плавление металла;  $T_{\text{п}}$ ,  $L$  — температура и теплота фазового перехода;  $\delta$  — дельта-функция. Теплопроводность  $\lambda$  и коэффициент межфазного теплообмена  $\kappa$  зависят от пористости и числа Нуссельта  $\text{Nu} = 2R_0\alpha_1/\lambda_1$ :

$$\lambda = \lambda_0 f_1(m), \quad \kappa = \kappa_0 f_2(m, \text{Nu});$$

$f_1(m)$ ,  $f_2(m, \text{Nu})$  — безразмерные функции;  $\lambda_0$ ,  $\kappa_0$  — постоянные;  $\alpha_1$  — коэффициент теплоотдачи;  $\lambda_1$  — теплопроводность газа. В качестве  $f_1(m)$  можно использовать простейшую зависимость

$$f_1(m) = 1 - m. \quad (10)$$

Давление и плотность газа связаны уравнением состояния

$$p = \rho_1 RT_1/M, \quad (11)$$

$M$  — молекулярный вес газа.

### Горение образцов конечной длины

Рассмотрим горение конечного образца, бронированного с боковой поверхности и с горячего торца. Такая схема организации процесса соответствует рассмотренной в [3]. При достаточном удалении зоны реакции от открытого торца, когда перемещение фронта не сопровождается существенным изменением условий фильтрации газа в зону реакции, распространение волны горения можно рассматривать как квазистационарный процесс. Для анализа таких режимов перейдем к системе координат, движущейся в направлении  $-x$  со скоростью горения  $u$ .

Границные условия имеют вид

$$\begin{aligned} x = -l: \quad v_2 &= 0, \quad T_i = T_0, \quad m = m_0, \quad p = p_0, \\ x = H - l: \quad v_1 &= v_2, \quad dp/dx = dT_2/dx = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $H$  — длина образца;  $l$  — расстояние от фронта до открытого торца; индекс 0 соответствует значениям параметров на открытом торце. Интегрируя стационарные аналоги уравнений (1)–(3) с использованием (12), получим

$$v_1 = \frac{m_0 \rho_0 (u + v_{10})}{m \rho_1} - \frac{(1 - m_0) \rho_M u \alpha \mu}{(1 - \alpha \mu) m \rho_1} - u, \quad (13)$$

$$v_2 = \frac{(1 - m_0) u \rho_M}{(1 - m) \rho_2 (1 - \alpha \mu)} - u, \quad (14)$$

$$J = (1 - m_0) \rho_M u \frac{d}{dx} \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha \mu} \right). \quad (15)$$

Скорость газа на холодном торце

$$\begin{aligned} v_{10} &= \frac{\rho_M (1 - m_0) u}{m_0 \rho_0} \left[ \frac{m_K \rho_K + \rho_{2K} \alpha_K u (1 - m_K)}{(1 - m_K) \rho_{2K} (1 - \alpha_K \mu)} \right] - u, \\ (\rho_{2K}) &= \frac{\rho_M \rho_{\Pi}}{\alpha_K \rho_M + \rho_{\Pi} (1 - \alpha_K)} \end{aligned} \quad (16)$$

выражается через величины на горячем — пористость  $m_K$ , плотность газа  $\rho_K$  и глубину превращения  $\alpha_K$ . Две последние связаны между собой альтернативным условием завершения химической реакции [3]

$$\rho_K (1 - \alpha_K) = 0. \quad (17)$$

Уравнения (4)–(6), (8), (9) преобразуем к виду

$$-m \frac{dp}{dx} = \mu J (v_2 - v_1) + F_1 + F_2 + m \rho_1 (u + v_1) \frac{dv_1}{dx}, \quad (18)$$

$$\frac{d[\sigma(1-m)]}{dx} - \bar{P} \frac{dm}{dx} - \frac{dp_{\text{П}}}{dx} = F_1 - F_2 + (1-m) \rho_2 (u + v_2) \frac{dv_2}{dx}, \quad (19)$$

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{(1-m) \rho_2 (1-\alpha\mu)}{(1-m_0) u \rho_m} k(T_2) F(\alpha) (p/p_*)^{\nu}, \quad (20)$$

$$c_1 \rho_1 m (u + v_1) \frac{dT_1}{dx} = \kappa (T_2 - T_1) + i_1 \mu J, \quad (21)$$

$$(1-m)(u + v_2) \rho_2 [c_m + (c_n - c_m) \alpha] \frac{dT_2}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT_2}{dx} \right) - i_2 \mu J - \kappa (T_2 - T_1). \quad (22)$$

Интегрирование суммы уравнений (21), (22) с учетом соотношений (13)–(15) и независимости теплового эффекта от температуры ( $c_n = c_m(1-\mu) + c_1\mu$ ) дает адиабатическую температуру горения

$$T_k = T_0 + \frac{\rho_m u (1-m_0) [Q \alpha_k / (1 - \bar{\rho}_k) - L]}{c_1 m_0 \rho_0 (u + v_{10}) + c_k (1-m_0) \rho_m u}, \quad (23)$$

где  $Q$  — тепловой эффект на единицу массы продукта.

Анализ уравнений (18), (19) показывает, что для значений параметров  $R_0 \sim 10^{-4}$  м,  $\rho_n \sim 10^4$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_0 \sim 1$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu \sim 0,2$ ,  $k(T_r) \sim 10^{-1}$  с<sup>-1</sup>,  $\mu_1 \sim 10^{-5}$  Па·с,  $m_0 \sim 0,5$  при  $m < 0,9$  можно пренебречь источниковым и инерционным членами<sup>1</sup>. В этом случае уравнение сохранения импульса в газовой фазе сводится к уравнению стационарной фильтрации в форме закона Дарси

$$\frac{dp}{dx} = (v_2 - v_1) \frac{150 (1-m)^2 \mu_1}{4 \pi^2 R_0^2}, \quad (24)$$

а сумма выражений (18), (19) дает уравнение равновесия

$$\frac{d[\sigma(1-m) + p_{\text{П}} - p_m]}{dx} = 0. \quad (25)$$

Интегрируя (25) с учетом (12) и используя реологический закон (7), имеем

$$\frac{dv_2}{dx} = \frac{p - p_0 - p_{\text{П}} m}{2 \eta (1-m)}.$$

Вычисляя скорость деформации из (14), получим формулу

$$\frac{dm}{dx} = \frac{[\rho_n (1-\mu) - \rho_m] \rho_2 (1-m)}{(1-\alpha\mu) \rho_m \rho_n} \frac{d\alpha}{dx} + \frac{(\bar{r} - \bar{r}_0 - p_{\text{П}} m) (1-m) (1-\alpha\mu) \rho_2}{2 \eta (1-m_0) \rho_m}, \quad (26)$$

определенную изменение пористости в волне горения в результате совместного действия всех исследуемых факторов. Специфика макроструктурных превращений в конкретных системах определяется присущими ей скоростью взаимодействия, плотностями металла и продукта, долей газа в продукте, поверхностным напряжением, вязкостью.

Система уравнений (20)–(22), (24), (26), соотношений (10), (11), (13)–(16), (23) и условий (12), (17) образует общую модель горения конечного образца с естественной фильтрацией газа через исходную смесь. Используя общую модель, можно исследовать влияние отдельных составляющих макроструктурных превращений. Полагая  $p_{\text{П}} = 0$ ,  $\rho_n = \rho_m / (1-\mu)$ , можно проанализировать действие фильтрующегося в порах газа. Пренебрегая фильтрационным сопротивлением ( $p = p_0$ ) и пола-

<sup>1</sup> Для более интенсивных химических реакций, например  $k(T_k) > 10$  с<sup>-1</sup>, необходимо рассматривать полные уравнения (18), (19).

тая  $\rho_{\text{п}} = \rho_m / (1 - \mu)$ , можно оценить спекание, а при  $p_{\text{л}} = 0$ ,  $p = p_0$  исследовать объемные изменения, связанные с различием плотностей металла и продукта.

### Анализ частных случаев

Для качественного анализа роли отдельных факторов введем упрощающие предположения и конкретизируем вид функции  $F(\alpha)$ . Будем рассматривать предельный случай межфазного теплообмена  $x = \infty$ , нулевой порядок реакции  $F(\alpha) = 1$ , независимость скорости взаимодействия от давления газа ( $v = 0$ ), равенство энергий активации химической реакции и вязкости  $E = E_*$ .

**Объемные изменения.** Изменение пористости образца, связанное с различием плотностей металла и продукта, находится из (26)<sup>2</sup> при  $\eta_*(T_2) = \infty$

$$m = 1 - (1 - m_0) \frac{[\alpha (\rho_m - \rho_{\text{п}}) + \rho_{\text{п}}]}{(1 - \alpha \mu) \rho_{\text{п}} u}. \quad (27)$$

Соотношение (27) аналогично полученному в [9] при отсутствии напряженного состояния конденсированной фазы.

**Жидкофазное спекание.** Полагая  $\rho_{\text{п}} = \rho_m / (1 - \mu)$ ,  $p = p_0$ , из (20), (26), получим

$$m \approx \frac{m_0 + (1 - m_0) 3\varepsilon a / 2R_0 \eta_0 k_0}{1 - (1 - m_0) 3\varepsilon a / 2R_0 \eta_0 k_0}, \quad (28)$$

$$a = \alpha - \frac{5}{4} \alpha^2. \quad (29)$$

Если конечная глубина превращения  $\alpha_k$  больше глубины превращения, при которой теряется текучесть<sup>3</sup>  $\alpha_* = 2\rho_{\text{п}} / (3\rho_m + 2\rho_{\text{п}}) \approx 2/5$ , для определения конечной пористости в (29) необходимо подставить  $\alpha_*$ , в противном случае ( $\alpha_k < \alpha_*$ ) —  $\alpha_k$ .

**Влияние фильтрации газа на макроструктурные превращения.** Для оценки изменения пористости в результате фильтрации газа будем пре-небречь перепадом давления во фронте и считать, что все фильтрационное сопротивление приходится на холодную часть образца. Интегрируя (24) от холодного торца до зоны превращения при  $m = m_0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $T = T_0$ , найдем давление газа во фронте:

$$p_k^2 \approx p_0^2 - \frac{150 (1 - m_0)^2 \mu_1 (u_1 + v_{10}) p_0 l}{4m_0^2 R_0^2}, \quad (30)$$

а из (20), (26) для  $p = p_k$ ,  $p_{\text{л}} = 0$ ,  $\rho_{\text{п}} = \rho_m / (1 - \mu)$ ,  $v = 0$ ,  $F(\alpha) = 1$  получим связь между пористостью и глубиной превращения

$$m = m_0 + \frac{(p_k - p_0)}{2\eta_0 k_0} \left( \alpha - \frac{5}{4} \alpha^2 \right). \quad (31)$$

Конечная пористость  $m_k$  соответствует  $\alpha = \alpha_*$  или  $\alpha = \alpha_k$  ( $\alpha_k \leq 0,4$ ).

В однотемпературном приближении скорость горения, определенная на основе представлений об узости зоны реакции [11], имеет вид

$$u^2 = \frac{RT_k^2 k_v \lambda_v \exp(-E/RT_k)}{(1 - m_0)^2 EQ\rho_{\text{п}} B}, \quad (32)$$

<sup>2</sup> Такая ситуация характерна, когда взаимодействие не сопровождается появлением жидкой фазы, например, при горении металлов в водороде.

<sup>3</sup> По данным [10] критическая концентрация суспензии, при которой сохраняется гидродинамическая текучесть, превышает эту величину.

$$B = \begin{cases} \int_0^{\alpha_*} \frac{\alpha_* - \alpha}{(1-m)^2} d\alpha + \frac{1}{(1-m_k)^2} \int_{\alpha_*}^{\alpha_k} (\alpha_k - \alpha) d\alpha, & \alpha_k \geq \alpha_*, \\ \int_0^{\alpha_*} \frac{\alpha_k - \alpha}{(1-m)^2} d\alpha, & \alpha_k < \alpha_*. \end{cases} \quad (33)$$

Соотношения (16), (17), (23), (30)–(33) составляют систему уравнений для определения неизвестных  $p_k$ ,  $m_k$ ,  $T_k$ ,  $u$ ,  $\alpha_k$ . При некоторой потере точности, связанной с вычислением интеграла (33) и упрощением выражения (16), получим две модели.

Для неполного превращения вещества ( $p_k \approx 0$ )  $m_k$ ,  $T_k$ ,  $\alpha_k$ ,  $u$  находятся из уравнений

$$\begin{aligned} \alpha_k &\approx \frac{4m_0^3 p_0^2 R_0^2 M}{150 (1-m_0)^3 \mu \mu_1 \rho_\pi R T_0 u l}, \\ m_k &\approx m_0 - \frac{p_0}{2\eta_0 k_0} a_k, \quad a_k = \begin{cases} 0,2, & \alpha_k \geq 0,4, \\ \alpha_k - 5\alpha_k^2/4, & \alpha_k < 0,4, \end{cases} \\ T_k &\approx T_0 + \frac{Q\alpha_k - L(1-\alpha_k\mu)}{(1-\alpha_k\mu)c_k + \mu\alpha_k c_1}, \\ u^2 &\approx \frac{2RT_k^2 k_0 \lambda_0 \exp(-E/RT_k) (1-m_k)^2}{EQ\rho_\pi \alpha_k^2 (1-m_0)^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

В случае полного превращения ( $\alpha_k = 1$ )  $p_k$ ,  $m_k$ ,  $T_k$ ,  $u$  определяются уравнениями

$$\begin{aligned} p_k^2 &\approx p_0^2 - \frac{150 (1-m_0)^2 \rho_\pi \mu \mu_1 R T_0 u l}{4m_0^2 M R_0^2}, \\ m_k &\approx m_0 + \frac{(p_k - p_0)}{2\eta_0 k_0} 0,2, \\ T_k &\approx T_0 + \frac{Q - L(1-\mu)}{(1-\mu)c_k + c_1\mu}, \\ u^2 &\approx \frac{2RT_k^2 k_0 \lambda_0 \exp(-E/RT_k) (1-m_k)^2}{EQ\rho_\pi (1-m_0)^2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Отличие режимов проявляется при изменении внешнего давления газа. В режиме неполного превращения увеличение  $p_0$  сопровождается ростом  $\alpha_k$ ,  $T_k$ ,  $u$  и уменьшением  $m_k$ . Первое уравнение (34) служит для определения  $\alpha_k$  только при  $m_k > 0$ . В противном случае ( $m_k \leq 0$ ) необходимо положить  $m_k = 0$  и определять глубину превращения  $\alpha_k$  из второго уравнения. В экспериментальной практике потеря проницаемости образца с ростом давления наблюдалась при горении циркония в азоте для  $p_0 > 4 \cdot 10^6$  Па, при этом  $\alpha_k \approx 0,4$  [12]. Результаты [12] позволяют оценить величину эффективного аналога произведения  $\eta_0 k_0$ , которое составляет  $\sim 10^6$  Па. Увеличить глубину превращения и сохранить проницаемость образца можно повышая вязкость, например, разбавляя исходную шихту тугоплавким инертом.

В режиме полного превращения с ростом давления газа скорость горения и пористость изменяются незначительно. В реальных условиях увеличение скорости горения возможно для  $v \neq 0$ , а изменение пористости проходит за волной горения в результате спекания. Модели горения (34), (35) применимы и при анализе фильтрационного горения без макроструктурных превращений. Для этого необходимо положить  $\eta_0 = \infty$ .

Дальнейшее развитие представлений о макроструктурных превращениях и количественный анализ процессов требуют уточнения вида замыкающих соотношений, в частности, реологического закона, силы межфазного трения, кинетического закона и его связи с удельной поверхностью реакции, а также кинетических и теплофизических параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Алдушин А. П., Мержанов А. Г., Хайкин Б. И. // Докл. АН СССР.— 1972.— 206, № 4.— С. 905—908.
2. Алдушин А. П., Мержанов А. Г., Сеплярский Б. С. К теории фильтрационного горения металлов // ФГВ.— 1976.— 12, № 3.— С. 323—332.
3. Алдушин А. П., Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. и др. // Процессы горения в химической технологии и металлургии/Под ред. А. Г. Мержанова.— Черноголовка, 1975.
4. Ярин Л. П., Сухов Г. С. Основы теории горения двухфазных сред.— Л.: Энергоатомиздат, 1987.
5. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.
6. Мусаев Н. Л. // Прикладная математика и механика.— 1985.— 49, № 2.— С. 334—336.
7. Скороход В. В. Реологические основы теории спекания.— Киев: Наук. думка, 1972.
8. Ergun S. // Chem. Eng. Progr.— 1952.— 28, N 2.— P. 89—94.
9. Смоляков В. К. Влияние структурных изменений на горение прессовок металлических порошков в газе // ФГВ.— 1988.— 24, № 3.— С. 18—26.
10. Хаппель Дж., Брениер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса.— М.: Мир, 1976.
11. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1967.
12. Бровинская И. П. // Archiwum procesow spalania.— 1974.— 5, N 5.— P. 145—162.

г. Тюмень

Поступила в редакцию 21/VI 1989,  
после доработки — 14/IX 1989

УДК 536.46

Т. П. Пушкарева, В. И. Быков

### ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ ГОРЕНИЯ СМЕСИ ДВУХ УГЛЕВОДОРОДОВ В ПРОТОЧНОМ РЕАКТОРЕ ИДЕАЛЬНОГО СМЕШЕНИЯ

Для модели горения смеси двух углеводородов проведен детальный параметрический анализ локальных бифуркаций стационарных состояний. Построены зависимости стационарных состояний от различных параметров. На основе использования специфики задачи уравнения бифуркационных кривых выписаны в явном виде.

Исследованию динамических процессов горения смесей углеводородов посвящено значительное число работ. Например, в холодных пламенах экспериментально обнаружен ряд критических явлений — множественность стационарных состояний, автоколебания и т. п. [1—5]. В [6] предложена математическая модель, качественно описывающая процесс холоднопламенного горения смеси *n*-гептана и изооктана, протекающего в режиме осцилляций. Показано, что характеристики автоколебаний хорошо коррелируют с составом реакционной смеси и могут служить основой для экспресс-методики определения качества реальных топлив — октанового числа. В [6] условия существования автоколебаний найдены из требования, чтобы единственная стационарная точка соответствующей математической модели была неустойчивой.

Настоящая работа посвящена детальному параметрическому анализу общей модели горения смеси двух веществ в проточном реакторе идеального смешения. Рассматриваемая математическая модель представляет собой систему трех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Для ее параметрического анализа подходы, развитые в [7, 8] для систем на плоскости, требуют некоторой модификации. В качестве примера, иллюстрирующего общую схему параметрического анализа, в дан-