ПМТФ, Т. 35, № 3, 1994

УДК 621.384.65

В.Н. Гетманов, И.М. Икрянов, О.Я. Савченко

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ АБЕРРАЦИИ В ИОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ НА СВОЙСТВА СФОКУСИРОВАННОГО ПУЧКА

Моделирование процессов прохождения пучка в системе высоковольтных электродов с учетом теплового и сеточного разбросов поперечных скоростей частиц представляет собой трехмерную задачу, трудно разрешимую на современных ЭВМ. В данной работе разработан аналитический метод, сводящий эту задачу к двумерной. Метод соответствует приближению большой продольной аберрации в ионно-оптической системе (ИОС), когда эффективный эмиттанс пучка при его высоковольтном формировании увеличивается в несколько раз, что характерно для всех известных ныне ИОС. В этом случае вполне оправдано утверждение об однозначной связи между координатами r и z, характеризующими соответственно положение частицы на эмиттере и точку пересечения оси частицей (или точку максимального приближения частицы к оси), а также между r и α (α — угол между траекторией частицы в области фокусировки и осью системы). Это утверждение приводит к гиперболическому закону нарастания плотности тока в центральной части сфокусированного пучка, установленному экспериментально [1—3], и подтверждает таким образом свою справедливость. При рассмотрении движения частиц в приосевой части сфокусированного пучка дополнительно использован закон сохранения момента импульса в осесимметричных полях относительно оси, что прекращает гиперболический рост плотности тока и порождает практически постоянный ее уровень в этой части пучка. Ширина приосевой части пучка и угол его сходимости, регистрируемые с помощью измерения формы профиля пучка [4, 5], характеризуют собой величину эмиттанса пучка, подаваемого на вход ИОС [3]. Эмиттанс пучка влияет и на форму профиля центральной части пучка, которая тем более отклоняется от гиперболической, чем выше температура пучка. Необходимые для расчета этой формы соотношения между r и z, r и α были получены с помощью численного решения задач [6]. В данной работе приведены основные формулы, характеризующие метод, рассчитаны диаметр пучка в кроссовере, распределение плотности тока на оси и форма профиля сфокусированного пучка протонов с учетом влияния теплового разброса поперечных скоростей и рассеяния на сетках. Расчеты сопоставлены с экспериментальными данными по фокусировке пучка протонов с энергией 0,4 МэВ, током 20—75 мА и диаметром 2—5 мм в кроссовере в условиях, когда эффективный эмиттанс пучка при его высоковольтном формировании вследствие аберраций увеличивался в 3 и более раз [1—3]. Форма электродов ускорителя, распределение потенциалов (в киловольтах) и расчетные траектории для 20 трубок тока при общем токе в пучке 61 мА и диаметре пучка на эмиттере 40 мм показаны на рис. 1. Там же метками Д8 и Д9 обозначены позиции многопроволочных датчиков профиля пучка [2].

1. Расчет плотности тока в сфокусированном пучке с учетом продольной аберрации в системе формирующих пучок электродов. На рис. 2 изображена схема фокусировки пучка частиц осесимметричным электро-

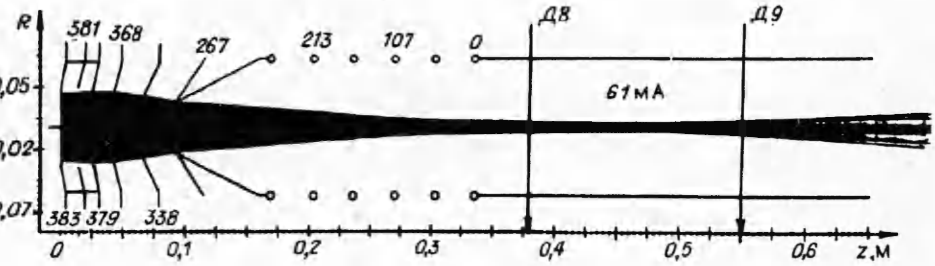


Рис. 1

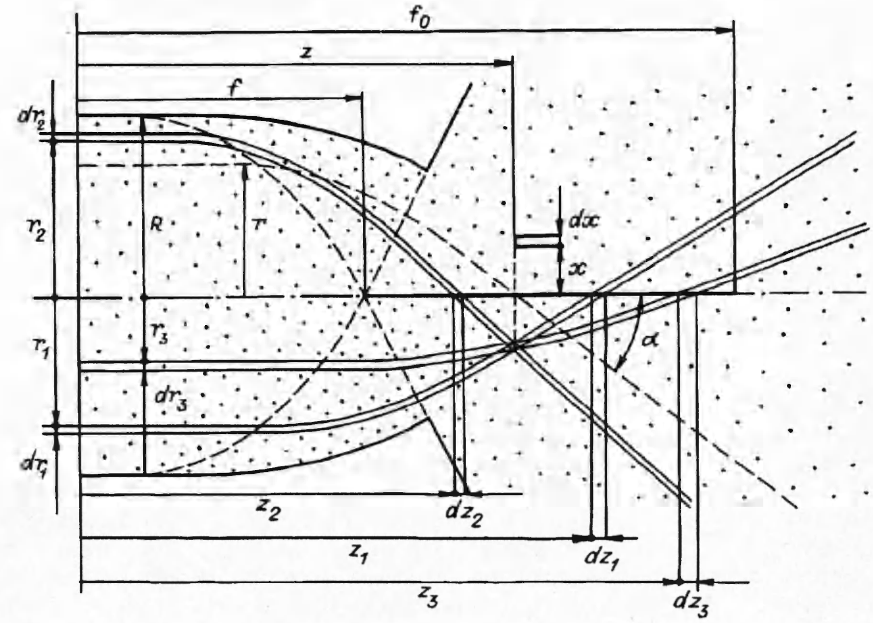


Рис. 2

статическим полем на отрезок ff_0. Ток через кольцо шириной dx и радиусом x на расстоянии z от плоскости входного отверстия имеет вид

$$dI = j(x,\ z)2\pi x dx = \sum^{k} j(r_k,\ 0)2\pi r_k \left| \frac{dr_k}{dz_k} \frac{dz_k}{dx} \right| dx, \tag{1.1}$$

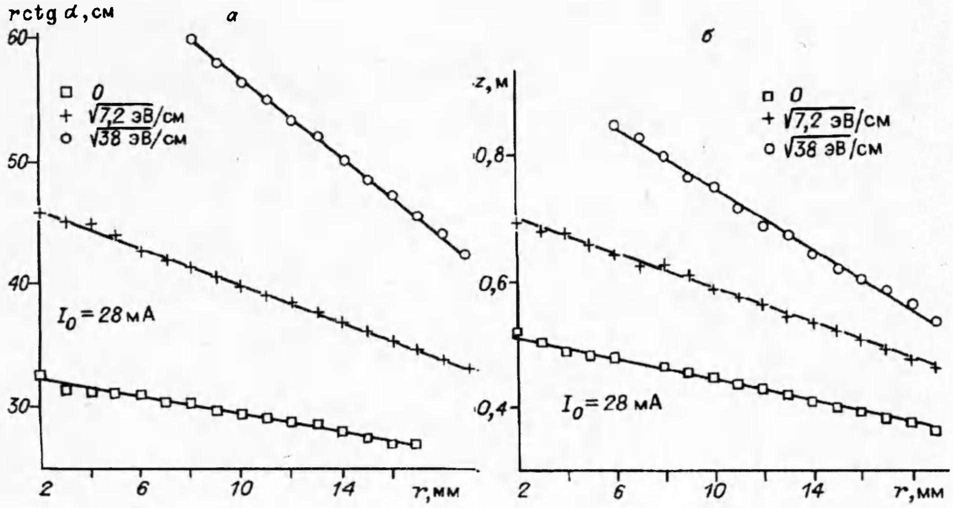
где $j(x,\ z)$ — плотность тока; k — номер трубки тока; z_k — расстояние, на котором частицы, проходящие через кольцо, пересекают ось; $j(r_k,\ 0)$ и r_k — плотности тока этих частиц и их расстояния до оси в плоскости входного отверстия. Из (1.1) следует

$$j(x,\ z) = \frac{1}{x} \sum^{k} j(r_k,\ 0) r_k \left| \frac{dr_k}{dz_k} \frac{dz_k}{dx} \right|.$$

Поэтому в области фокусировки плотность тока при приближении к оси гиперболически возрастает:

$$j(x,\ z) \to K(z)/x,\quad r_1 \to r_2 \to r,\quad K(z) = j(r,\ 0)\ \mathrm{ctg}\,\alpha\, \frac{dr^2}{dz},$$

так как α и r зависят только от z.



Р и с. 3

Как показали расчеты [2] по методике [6], в широком диапазоне значений регулярной расходимости частиц пучка $\sqrt{mv_r^2/2}/r$ в плоскости эмиттера зависимости z и $r\,\mathrm{ctg}\,\alpha$ от r близки к линейным:

$$z = f_0 - (f_0 - f)r/R, \quad r\,\mathrm{ctg}\,\alpha = b + cr, \quad c < 0 \tag{1.2}$$

(рис. 3, *а*, *б*). Вторые члены в (1.2) дают линейное приближение в описании продольной аберрации. Используя значения параметров f_0, f, b, c, полученные в результате математического моделирования, можно рассчитать распределение плотности тока во всем диапазоне значений x, полагая, что искривлением траектории частиц в области фокусировки пучка пренебрегается. Согласно рис. 4, с учетом выражений (1.2) имеем

$$z_1 = z + x\,\mathrm{ctg}\,\alpha_1 = z + cx + b(f_0 - f)x/R(f_0 - z_1),$$
$$z_2 = z - x\,\mathrm{ctg}\,\alpha_2 = z - cx - b(f_0 - f)x/R(f_0 - z_2),$$

откуда

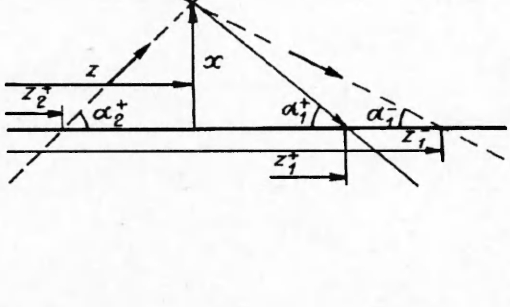
$$z_1^{\pm} = f_0 - f_-(1 \pm s_-)/2, \quad z_2^{\pm} = f_0 - f_+(1 \pm s_+)/2, \tag{1.3}$$

где

$$f_{\pm} = f_0 - z \pm cx; \quad s_{\pm} = \sqrt{1 \pm \beta_{\pm}};$$
$$\beta_{\pm} = 4b(f_0 - f)x/Rf_{\pm}^2.$$

Формулы (1.3) дают в четырех вариантах связь между точкой пересечения оси трубкой тока $z_1^{\pm}$ и $z_2^{\pm}$ и точкой наблюдения тока в сфокусированном пучке z, x. При фиксированном z совокупность всех возможных значений $z_{1,2}^{\pm}$, удовлетворяющая условию

$$f \leqslant z_{1,2}^{\pm} \leqslant f_0, \tag{1.4}$$



Р и с. 4

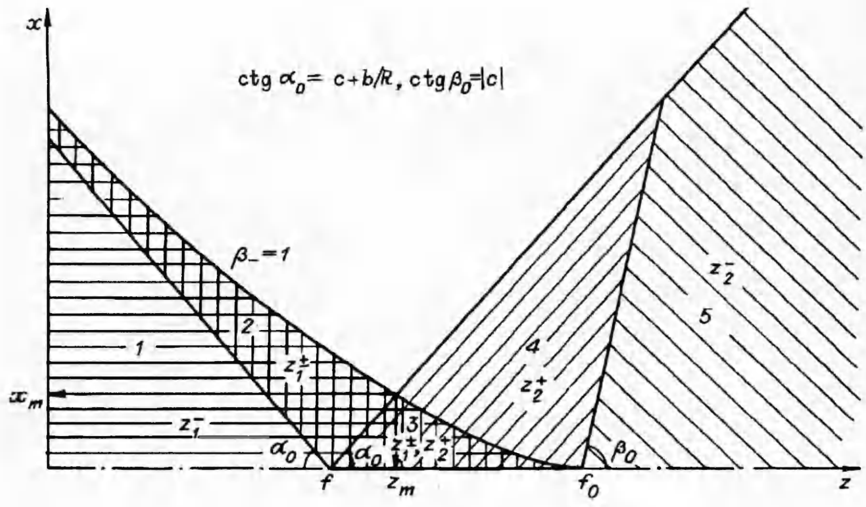


Рис. 5

ограничивает область возможных значений x. Результат такого анализа формул (1.3) отражен на рис. 5, где представлены пять различных вариантов областей связи между x и z. Этот рисунок дает наглядное представление о характере распределения плотности тока в сфокусированном пучке. В области *1*, расположенной целиком при $z < f$, где пересечение оси z частицами невозможно, ток создается трубками тока, отвечающими только корню z_1^-, так как при $x \to 0$ $z_1^- \to f_0$, а $z_1^+ \to z < f$, что противоречит (1.4). Прямая линия, разделяющая области *1* и *2*, появляется из условия $z_1^+ = f$ (так как $\partial z_1^+/\partial z > 0$ и $\partial z_1^+/\partial x > 0$) и соответствует наиболее крутому пересечению оси z (под углом $\alpha_0 = \operatorname{arctg}(c + b/R)$) частицами, вылетавшими с края эмиттера, где $r = R$. При $r < R$ частицы, отвечающие этому варианту решения z_1^+, пересекают ось z при $z > f$ под углами, меньшими, чем α_0, и создают ток через площадку радиусом x в областях *1*—*3*. Аналогично из условия $z_2^+ = f$ получена прямая, разделяющая области *2* и *3* и ограничивающая сверху области *4* и *5*. Кривая линия, ограничивающая сверху области *2* и *3*, получена из условия существования общего для z_1^+ и z_1^- корня, т.е. из требования $\beta_- = 1$ (при условии $x \ll f_0 - f$). Решение z_2^- существует только для точек наблюдения $z > f_0$, поэтому области *4* и *5* разделены прямой $x = (z - f_0)\operatorname{tg}\beta_0$, следующей из условия $z_2^- = f_0$. В области *3* существуют одновременно три решения $z_1^{\pm}$ и z_2^+, что означает пересечение в общем кольце трех трубок тока одновременно. В этой области наблюдаются наибольшая плотность тока и абсолютный кроссовер пучка. Радиус кроссовера x_m и его положение z_m на оси можно определить из двух условий:

$$\beta_- = 1, \quad x = (z - f)\operatorname{tg}\alpha_0,$$

откуда

$$x_m = (f_0 - f)\operatorname{tg}\alpha_0/(\sqrt{2} + \sqrt{1 + \operatorname{tg}\alpha_0 \operatorname{ctg}\beta_0})^2,$$
$$z_m = f + x_m/\operatorname{tg}\alpha_0, \quad \text{где } \operatorname{ctg}\beta_0 = -c > 0.$$

Вариант	$\sqrt{mv^2/2}/r$, √эВ/см	f	f_0	$f_0 - f$	$\operatorname{ctg}\alpha_0$	$\operatorname{ctg}\beta_0$	x_m	z_m
		см					мм	
1	0	36,3	53,2	16,9	9,05	10,7	2,23	383
2	$\sqrt{7,2}$	45,3	72,8	27,5	16,25	7,5	2,46	493
3	$\sqrt{38}$	51,6	95,3	43,7	20,25	16,25	2,84	574

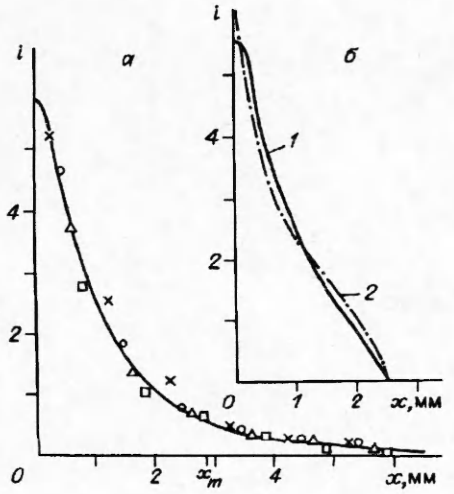


Рис. 6

В таблице приведены расчетные параметры, характеризующие фокусировку пучка протонов, для трех вариантов начальных условий, отвечающих рис. 3, *а*, *б*.

На рис. 6, *а* показан профиль пучка протонов с энергией 0,4 МэВ и током 30 мА, полученный в эксперименте [1] при $z = 645$ мм и отвечающий 3-му расчетному варианту таблицы. Как видно из рисунка, в пределах расчетного кроссовера находится около 90 % от полного тока пучка, а распределение плотности тока близко к гиперболическому. Это видно из сопоставления кривых *1* и *2* на рис. 6, *б*, отвечающих центральной части пучка диаметром 5 мм, где кривая *1* получена из кривой рис. 6, *а* путем послойного вычитания периферийной части пучка, а кривая *2* отвечает гиперболическому закону распределения плотности тока в пучке. Наличие низкоинтенсивной протяженной периферийной части в экспериментальном профиле можно объяснить, по-видимому, влиянием частиц из области *4*.

С каждым значением $z_k^\pm$ связана плотность тока

$$(1.5)\qquad j_k^\pm = j(r_k^\pm, 0)\,\frac{r_k^\pm}{x}\left|\frac{dr_k^\pm}{dz_k^\pm}\,\frac{dz_k^\pm}{dx}\right| = \frac{j(r_k^\pm, 0)}{2x}\,\frac{R^2}{(f_0 - f)^2}\,\frac{d(f_0 - z_k^\pm)^2}{dx}.$$

Поэтому в случае, когда плотность тока $j(r_k^\pm, 0)$ равна постоянной величине j_0, с каждым значением $z_k^\pm$ будет связана следующая доля тока в апертуре x:

$$(1.6)\qquad \eta_k^\pm = [(f_0 - z_k^\pm)/(f_0 - f)]^2.$$

Полные плотности тока и доли тока в апертуре x в областях *1—5*, согласно формулам (1.5), (1.6), соответственно имеют вид

$$(1.7)\qquad j_1 = (j_0/2x)[(1/s_- - 1)bh + (s_- - 2 + 1/s_-)f_-ch^2],$$

$$j_2 = (j_0/x)[(1/s_-)bh + (s_- + 1/s_-)f_-ch^2],$$

$$j_3 = (j_0/2x)[(1 + 2/s_- + 1/s_+)bh + ((s_- + 1/s_-)f_- + (2 + s_+ + 1/s_+)f_+)ch^2],$$

$$j_4 = (j_0/2x)[(1 + 1/s_+)bh + (s_+ + 2 + 1/s_+)f_+ch^2],$$

$$j_5 = (j_0/2x)[(1 - 1/s_+)bh + (2 - s_+ - 1/s_+)f_+ch^2],$$

$$\eta_1 = 0{,}25(1 - s_-)^2h^2,\quad \eta_2 = 1 - s_-h^2,$$

$$\eta_3 = 0{,}25[(1 + s_+)^2g^2 - s_-h^2],$$

$$\eta_4 = 0{,}25[(1 + s_+)g]^2,\quad \eta_5 = 0{,}25[(1 - s_-)u]^2,$$

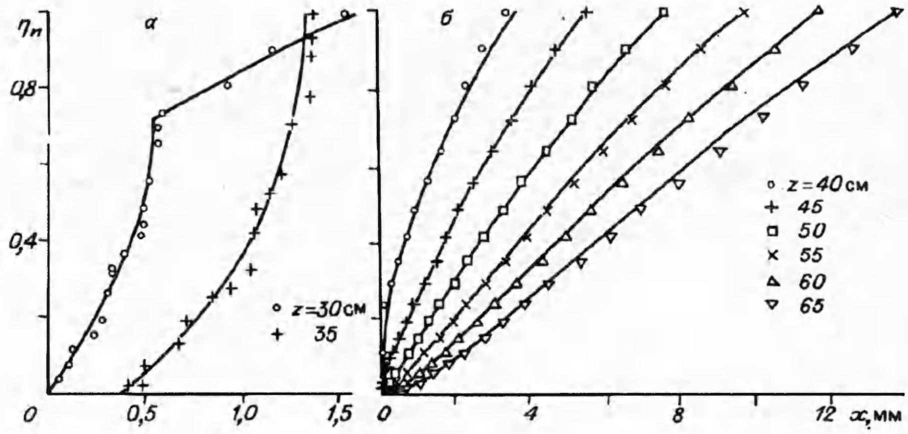


Рис. 7

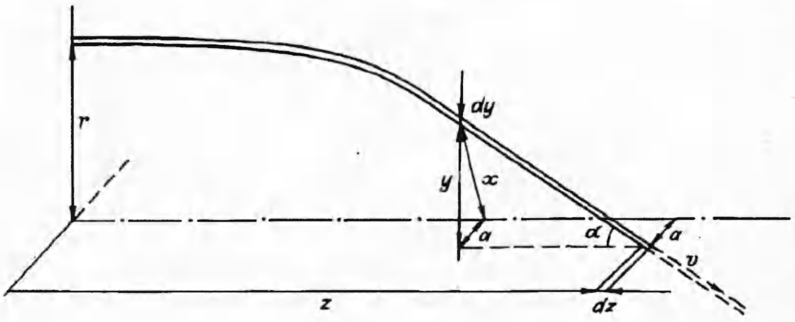


Рис. 8

где

$$h = R/(f_0 - f); \quad u = f_-/(f_0 - f); \quad g = f_+/(f_0 - f).$$

На рис. 7, *а*, *б* точками изображены значения долей тока, вычисленные по траекториям, которые были рассчитаны по методике [6] для инжектора [2] при протонном токе 35 мА с регулярной расходимостью частиц пучка на входе в инжектор 0,85 эВ$^{1/2}$/см и которые в пределах ошибок расчета отвечают f = 31 см, f_0 = 46 см, R = 1,9 см, b = 81 см, $c = -18$. Все эти точки ложатся на соответствующие зависимости η от x, полученные при разных z согласно формулам (1.7), что подтверждает их справедливость. Подобный аналитический расчет плотности тока полезен, в частности, и тем, что он позволяет определить величину тока через любую площадку вблизи оси в области фокусировки и вблизи поверхности $s_- = 0$, хотя плотности токов при приближении к оси в области фокусировки и к поверхности $s_- = 0$ неограниченно возрастают.

2. Влияние температуры первичного пучка на распределение плотности тока в сфокусированном пучке. Частицы массы m, имеющие относительно оси угловой момент M, пролетают мимо нее на минимальном расстоянии $a = M/mv_r$ ($v_r = v_z \operatorname{tg}\alpha$ — радиальная скорость частиц в области фокусировки). В этом случае

$$dI = j(x, z)2\pi x dx = \sum^{k} j(r_k, 0)2\pi r_k \left| \frac{dr_k}{dz_k} \frac{dz_k}{dy} \frac{dy}{dx} \right| dx, \tag{2.1}$$

где $y = \sqrt{x^2 - a^2}$ — удаление частицы от оси без учета ее азимутального движения (рис. 8). Из (2.1) следует

$$j(x > a, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} \sum^{k} j(r_k, 0) \left| \frac{dr_k}{dz_k} \frac{dz_k}{dx} \right|, \quad j(x < a, z) = 0.$$

Поэтому в области фокусировки плотность тока при приближении к оси возрастает при $x > a$ по закону

$$(2.2) \qquad j(x,\, z) \to K(z)/\sqrt{x^2 - a^2}, \quad K = j(r,\, 0)\operatorname{ctg}\alpha \left|\frac{dr^2}{dz}\right|$$

и равна нулю при $x < a$. Если азимутальные скорости частиц на входе имеют функцию распределения $f(v_\tau)$, то из (2.2) получим

$$j(x,\, z) \to K' \int_0^{v_r x/r} (x^2 - r^2 v_\tau^2/v_r^2)^{-1/2} f(v_\tau)dv_\tau = (K' v_r/r)\int_0^1 \frac{f(v_r x\varepsilon/r)d\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}},$$

а если функция распределения $f(v_T)$ имеет максвелловский вид с температурой T, то

$$(2.3) \quad j(x,\, z) \to (\sqrt{2}\, K'/r \operatorname{ctg}\alpha \sqrt{m\eta_T}) \int_0^1 \exp[-(\varepsilon x/r \operatorname{ctg}\alpha \sqrt{\eta_T})^2] \frac{d\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}},$$

где $K' = K\sqrt{2m/\pi T}$; $\varepsilon = rv_T/xv_r$; $\eta_T = T/(mv^2/2) = T/\mathscr{E}$. Поэтому максимальную плотность тока в области фокусировки запишем в виде [3]

$$j(0,\, z) = \sqrt{4\pi}\; j(r,\, 0)\left|\frac{dr}{dz}\right|\sqrt{\frac{\mathscr{E}}{T}},$$

а в случае (1.2)

$$(2.4) \qquad j(0,\, z) = \sqrt{4\pi}\; j(r,\, 0)\frac{R}{f_0 - f_1}\sqrt{\frac{\mathscr{E}}{T}}.$$

На рис. 9, *а* изображен полученный в эксперименте [3] профиль пучка протонов с энергией 0,39 МэВ и полным током 75 мА, центральная часть которого, ограниченная радиусом 2 мм (рис. 9, *б*), несет в себе ток 50 мА. Средняя плотность тока в области, ограниченной радиусом $r_0 = 1$ мм, $\langle j \rangle = 0{,}92$ А/см², а плотность тока на оси, которая, согласно [3], переходит на почти постоянный уровень в приосевой части пучка при $x < a_1 \approx 0{,}2$ мм, имеет вид

$$j_c = \langle j \rangle (r_0/2a_1)/(1 - a_1/2r_0) = 2{,}6 \text{ А/см}^2.$$

Средняя плотность тока на эмиттере в этом случае составляет 6 мА/см² и изменяется от 7,5 мА/см² на оси пучка до 3,75 мА/см² на его периферии при $R = 2$ см. Температура частиц на эмиттере $T = 0{,}11$ эВ [3]. Режим формирования пучка соответствует регулярной радиальной расходимости пучка на эмиттере $3\sqrt{\text{эВ}}$/см, а форма траекторий, полученная в математическом моделировании, — параметрам $f_0 - f_1 = 35$ см. Тогда, согласно (2.4), плотность тока на оси сфокусированного пучка должна возрастать в $\sqrt{\pi\mathscr{E}/T} \cdot 2R/(f_0 - f_1) \approx 340$ раз и изменяться от 1,7 А/см² при $z = f_1 \approx 50$ см до 3,3 А/см² при $z = f_0 \approx 85$ см. Эти расчетные значения плотности тока на оси хорошо согласуются с экспериментальной величиной $j_c = 2{,}6$ А/см², полученной при $z = 64{,}5$ см, т.е. при $f_1 < z < f_0$.

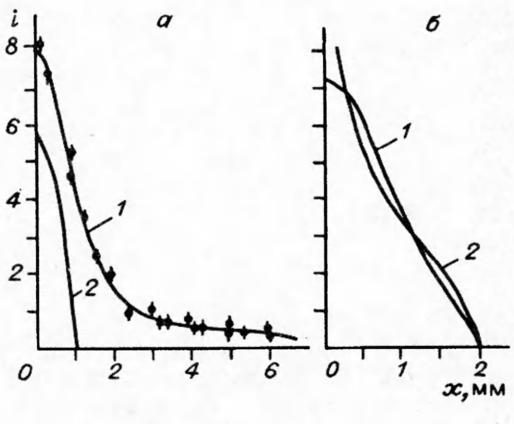


Рис. 9

3. Влияние температуры первичного пучка на профиль сфокусированного пучка. При

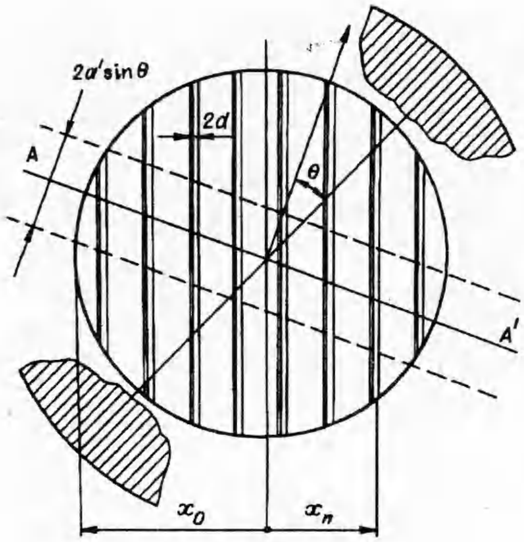


Рис. 10

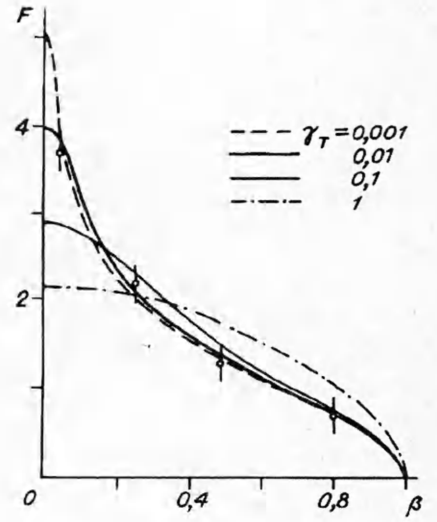


Рис. 11

измерении профиля пучка используются проволочные датчики [4, 5]. Если проволоки датчика расположены в апертуре x_0 так, как изображено на рис. 10, то ток i_n с n-й проволоки, удаленной от центра апертуры на расстояние x_n, связан при диаметре проволоки $d \ll x_0$ с плотностью тока $j(x, z)$ соотношением

$$i_n = 2d \int_{x_n}^{x_0} j(x, z) x dx / \sqrt{x^2 - x_n^2}. \tag{3.1}$$

Если поперечная температура пучка на входе равна T, а апертура x_0 достаточно мала, то из (2.3) и (3.1) следует, что i_n и I_{x_0} (ток в апертуре x_0) определяются формулами

$$i_n = (4Kd/\sqrt{\pi\gamma_T}) \int_0^1 \ln[(\sqrt{1-\beta^2} + \sqrt{1-\varepsilon^2})/\sqrt{|\beta^2 - \varepsilon^2|}] \exp(-\varepsilon^2/\gamma_T) d\varepsilon,$$

$$I_{x_0} = \int_0^{x_0} j(x, z) 2\pi x dx = (4Kx_0\sqrt{\pi}/\sqrt{\gamma_T}) \int_0^1 \exp(-\varepsilon^2/\gamma_T) d\varepsilon / \sqrt{1-\varepsilon^2},$$

$$\gamma_T = (T/\mathscr{E})(r \operatorname{ctg} \alpha / x_0)^2, \quad \beta = x/x_0.$$

Поэтому доля тока, попадающего на проволоку, удаленную от центра апертуры на $x = \beta x_0$, определяется формулой

$$i/I_{x_0} = F(\beta, \gamma_T)(d/\pi x_0),$$

где
$$F(\beta, \gamma_T) = \frac{\int_0^1 \ln\left[(\sqrt{1-\beta^2} + \sqrt{1-\varepsilon^2})/\sqrt{|\beta^2-\varepsilon^2|}\right] \exp(-\varepsilon^2/\gamma_T) d\varepsilon}{\int_0^1 \exp(-\varepsilon^2/\gamma_T) d\varepsilon / \sqrt{1-\varepsilon^2}}.$$

На рис. 11 приведены зависимости F от β для различных γ_T, кружки — значения F, полученные в инжекторе [1] на датчике, расположенном на расстоянии $z = 645$ мм от входного отверстия. Расстояние между крайними проволоками датчика $2x_0 = 8$ мм. Ток протонного пучка равен 28 мА, регулярная расходимость пучка на входе в инжектор 6 эВ$^{1/2}$/см. Источник протонов работал в режиме, когда рассеяние протонов на сеточных электродах было существенно меньше температурного рассеяния [3]. Как видно из рис. 11, в пределах точности эксперимента точки ложатся на зависимость $F(\beta)$ при $\gamma_T \leqslant 0{,}01$. Это позволяет получить следующий верхний предел поперечной температуры пучка на входе в инжектор:

$$T = \mathscr{E}\gamma_T(x_0/r \operatorname{ctg} \alpha)^2 < \mathscr{E}\gamma_T[x_0/(b + cR)]^2 \leqslant 0{,}37 \text{ эВ},$$

так как энергия протонов в области фокусировки $\mathscr{E} = 390$ кэВ, $b \approx 73$ см, $c \approx -16$. Полученный верхний предел температуры хорошо согласуется с экспериментальными результатами [3, 4]. (Более точная оценка $T \approx \approx \mathscr{E}\gamma_T[x_0/(b + cr_m)]^2 \leqslant 0{,}24$ эВ, где r_m соответствует z_m.)

4. Влияние рассеяния частиц вблизи проволочных электродов, формирующих пучок, на профиль пучка в области фокусировки. Проволочные электроды, формирующие первичный пучок протонов для дальнейшего ускорения [3, 4], отклоняют протоны на малый угол $y\Delta E/2U$ (U — ускоряющее напряжение в области сеточного полотна, ΔE — разность напряженностей электрических полей до и после проволочного полотна, y — расстояние пролетающих протонов до ближайшей средней межпроволочной линии). Поэтому протоны, пролетевшие проволочное полотно, имеют равномерное распределение по углам в диапазоне $\pm(s - d)\Delta E/4U$ (s — шаг проволок, d — их диаметр). В области фокусировки пучка этот угловой разброс приводит к тому, что аксиальная симметрия движения частиц нарушается. Вследствие этого при формировании пучка частицы, ранее двигавшиеся строго в плоскости, проходящей через ось системы, начинают равномерно рассеиваться в перпендикулярном к этой плоскости направлении, удаляясь от нее в соответствии с величиною своего момента импульса, полученного ими в результате рассеяния на проволочках сетки. При этом, согласно закону сохранения момента импульса частиц при движении в центральных полях, имеем

$$\sqrt{2eU/m}\,(s - d)(\Delta E/4U)\sin\theta \cdot mr = \sqrt{2eV/m}\,\sin\alpha \cdot am, \tag{4.1}$$

$$V = \mathscr{E}/e.$$

Здесь r, θ — полярные координаты частицы на эмиттере; a — минимальное удаление частицы от оси системы в области фокусировки пучка. Считая $r \gg s - d$, получим, что частицы, находившиеся на эмиттере в некоторой плоскости AA', характеризуемой углом θ (см. рис. 10), в области фокусировки окажутся равномерно распределенными в окрестности этой плоскости протяженностью $\pm a' \sin\theta$, где, согласно (4.1),

$$a' = (s - d)(r/\sin\alpha)\Delta E/(4\sqrt{UV}).$$

Плотность тока в области фокусировки будет зависеть как от удаления точки наблюдения x от оси, так и от угла наблюдения θ. Свой вклад в ток в окрестности точки x, θ дадут частицы, находившиеся на эмиттере в плоскостях, характеризуемых углами $\theta_- < \theta < \theta_+$, откуда вследствие удаления в перпендикулярном к плоскости направлении частицы могут достичь точки x, θ. Поэтому значения θ_+ и θ_- можно найти из условий

$$a' \sin\theta_\pm = \pm x \sin(\theta_\pm - \theta). \tag{4.2}$$

Суммарная плотность тока в окрестности точки x, θ определится интегралом вида

$$j(x, \theta) = \text{const}(a') \int_{\theta_-}^{\theta_+} d\theta/\sin\theta,$$

где значение $\text{const}(a')$ находится из предельного перехода $j(x, \theta) \to K_1/x$ при $a' \to 0$, а величина K_1 задана условием

$$I_{x_0} = \int_0^{x_0} j(x) 2\pi x dx,$$

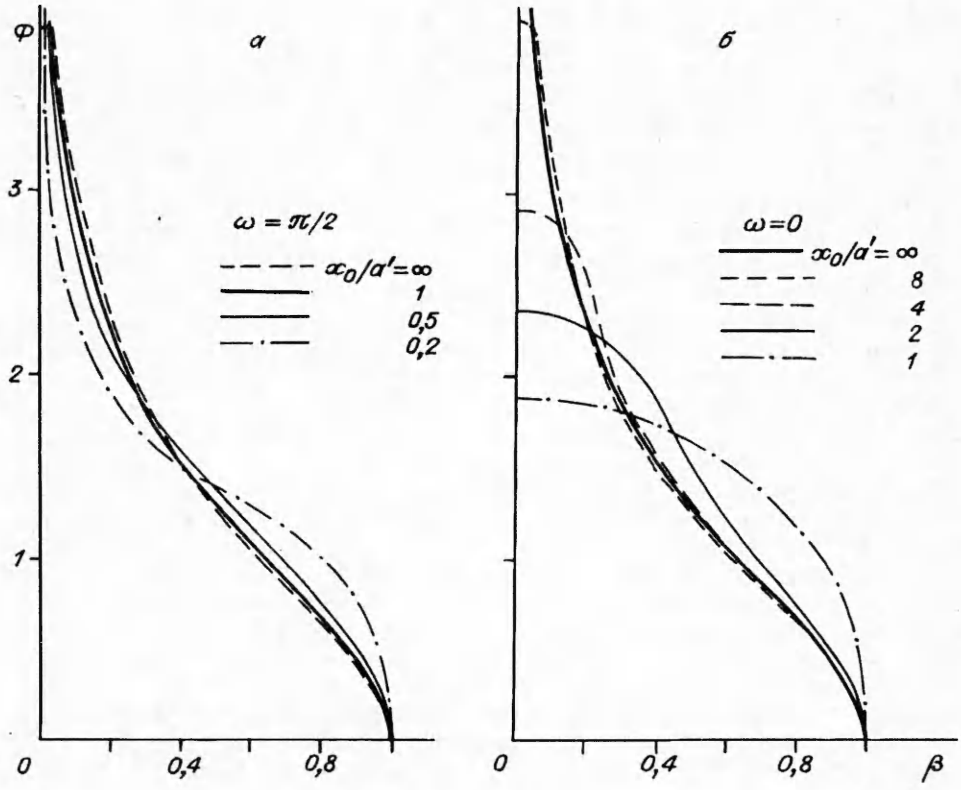


Рис. 12

отсюда

(4.3)
$$j(x, \theta) = (I_{x_0}/4\pi x_0 a') \int_{\theta_-}^{\theta_+} d\varphi/\sin\varphi =$$
$$= (I_{x_0}/4\pi x_0 a')\ln(\mathrm{tg}(\theta_+/2)\mathrm{ctg}(\theta_-/2)).$$

Из (4.2) и (4.3) следует

$$j(x, \theta) = (I_{x_0}/4\pi x_0 a')\ln\left(\frac{a'/x + \cos\theta + \sqrt{(a'/x)^2 + 2(a'/x)\cos\theta + 1}}{\sin\theta}\right).$$

Поэтому доля тока, попадающего на проволоку датчика профиля пучка, удаленную от центра апертуры на $x = \beta x_0$ и расположенную под углом ω к нитям сеточного электрода, формирующего первичный пучок, определяется формулой

$$i_n/I_{x_0} = (d/\pi x_0)\Phi(\beta, x_0/a', \omega)$$

$$(\Phi = 0{,}25(x_0/a') \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} j(\cos\varphi/\beta(x_0/a'), \omega + \varphi)d\,\mathrm{tg}\,\varphi,\ \cos\varphi_0 = \beta).$$

На рис. 12, *а*, *б* приведены зависимости Φ от β соответственно при $\omega = 0$ и $\pi/2$ для характерных значений x_0/a', отвечающих большому (при $x_0/a' \sim 1$) и незначительному (при $x_0/a' \gg 1$) рассеянию на сетках. Рис. 12, *а* дает проекцию профиля пучка вдоль нитей сеточного электрода, когда влияние рассеяния на сетках минимально, а рис. 12, *б* — проекцию профиля в ортогональной к этим нитям проекции, когда рассеяние на сетках может существенно расширить профиль пучка, как это видно из вариантов, отвечающих значениям $x_0/a' \gtrsim 1$.

В инжекторе, примененном в [2], расстояние между сеточными электродами $H = 1{,}4$ см. Сеточный диод, формирующий первичный пучок протонов, работал при токе, определяемом законом "трех — вторых", когда граница плазмы расположена в плоскости катодной сетки и протоны рассеивались в основном нитями второго сеточного электрода [3]. Шаг нитей $s = 0{,}225$ мм, а диаметр $d = 0{,}05$ мм. Напряжение между электродами $U = 7{,}5$ кВ. Радиус апертуры датчика $x_0 = 8$ мм. В этом случае величина x_0/a' с учетом неравенства $r/\sin\alpha \doteq r\,\mathrm{ctg}\,\alpha = b + cr < b$ удовлетворяет условию

$$x_0/a' > (16/3)[H/(s-d)](x_0/b)\sqrt{V/U} \simeq 14.$$

Как видно из рис. 12, при $x_0/a' > 14$ обе проекции профиля пучка, взятые при $\omega = 0$ и $\pi/2$, очень близки к кривым без рассеяния, когда $x_0/a' = \infty$, и поэтому практически совпадают. Следовательно, рассеяние на сетках несущественно на фоне температурного разброса поперечных скоростей частиц. Проведенный расчет позволяет уточнить условия, необходимые для формирования пучков с высокой степенью аксиальной симметрии, полученных в экспериментах на высоковольтном ускорителе протонов [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гетманов В.Н., Савченко О.Я.** Применение плазменного эмиттера, стабилизированного сеткой, в системе формирования высокоэнергетического пучка протонов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физические исследования. — 1989. — Вып. 5/5. — С. 24—29.
2. **Баткин В.И., Гетманов В.Н., Икрянов И.М., Савченко О.Я.** Импульсный ускоритель протонов с регулируемым током // ПТЭ. — 1991. — № 2. — С. 27—31.
3. **Гетманов В.Н., Савченко О.Я.** Распределение плотности тока в пучке высоковольтного ускорителя протонов // ПТЭ. — 1992. — № 5. — С. 34—40.
4. **Гетманов В.Н.** Распределение плотности тока в пучке дугового источника протонов // ПМТФ. — 1991. — № 1. — С. 3—8.
5. **Гетманов В.Н.** Малогабаритный датчик тока и профиля пучка импульсного ускорителя протонов // ПТЭ. — 1985. — № 1. — С. 39—43.
6. **Иванов В.Я.** Автоматизация машинного проектирования приборов электроники. — Новосибирск, 1977. — (Препр. / АН СССР, Сиб. отд-ние, ВЦ; № 40).

г. Новосибирск *Поступила 21/VI 1993 г.*

УДК 583.4 + 533.95

С.В. Станкевич, Г.А. Швецов

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СКОРОСТИ ПРИ УСКОРЕНИИ ПЛАСТИН МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Задача об ускорении проводящих листов магнитным полем исследовалась многими авторами. Так, в [1—6] аналитическими и численными методами изучались предельные скорости металлических тел при индукционном и кондукционном ускорении. Не останавливаясь на деталях, отметим, что аналитическое описание в этих работах выполнено при введении большого числа упрощающих предположений, сужающих область применения полученных результатов; в то же время результаты, найденные при использовании достаточно полных моделей в численных исследованиях, имеют еще более узкую область применения в силу использования ограниченного набора