

3. В. Я. Басевич, С. М. Когарко, В. С. Посвянский. ФГВ, 1976, **12**, 2.
  4. R. J. Cvetanovic. J. Chem. Phys., 1955, **23**, 1375.
  5. F. J. Pruss, I. R. Sagle, D. Gutman. J. Phys. Chem., 1974, **78**, 663.
  6. В. Я. Басевич, С. М. Когарко, М. Г. Нейгауз. Изв. АН СССР, 1976, **42**, 1.
  7. Л. А. Ловачев, В. Я. Басевич и др. Изв. АН СССР, сер. хим., 1971, 881.
  8. Н. Н. Семенов. О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности. М., Изд-во АН СССР, 1958.
  9. N. R. Geyler. J. Chem. Phys., 1970, **53**, 1284.
  10. Г. И. Козлов, В. Г. Кнорре. Кинетика и катализ, 1963, **4**, 189.
  11. Д. Гиршфельдер, Ч. Кертисс, Э. Берд. Молекулярная теория газа и жидкостей. М., ИЛ, 1961.
  12. Р. Рид, Т. Шервуд. Свойства газов и жидкостей. М., Гостоптехиздат, 1974.
  13. S. C. Kurgous, H. Bondart. Comb. and Flame, 1968, **12**, 477.
  14. R. E. Walker. J. Chem. Phys., 1961, **34**, 2196.
- 

## О НЕОБХОДИМЫХ И ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПОГАСАНИЯ ПОРОХА ПРИ СПАДЕ ДАВЛЕНИЯ

И. Г. Ассовский, А. Г. Истратов, О. И. Лейпунский

Явление погасания пороха при достаточно глубоком и быстром спаде давления впервые было рассмотрено в работе [1]. Согласно теории Я. Б. Зельдовича, погасание связано с наличием максимума в зависимости градиента температуры у поверхности пороха  $f = |\partial T / \partial x|_0$  от скорости горения  $u$  и при постоянном давлении. Необходимо, чтобы в процессе нестационарного горения теплоотвод с поверхности в глубь пороха ( $\sim f$ ) достиг максимально возможного значения при данном давлении. Момент погасания и условия, при которых оно наступает, существенно зависят от истории спада давления.

Расчет условий погасания при спаде давления произвольного вида связан с трудностями решения нелинейного уравнения теплопередачи в порохе. Однако оказывается возможным предсказать опасность погасания и оценить момент и условия его наступления в общем случае, зная условия погасания при спадах давления, вызывающих предельно быстрое (ступенчатое) изменение скорости горения. Погасание пороха при спадах давления было исследовано в [2].

В предлагаемой работе обобщаются результаты расчетов условий погасания пороха при спадах давления частного вида (мгновенного [1], экспоненциального [3] и др.). Рассмотрение проводится в рамках теории Я. Б. Зельдовича [1], т. е. считается, что нестационарная скорость горения  $u$  однозначно определяется мгновенными значениями давления  $p$  и производной температуры у поверхности пороха  $f : u = u(p, f)$ . Предполагается также известным геометрическое место точек погасания: зависимость от давления максимально возможного градиента  $f^*(p)$  и соответственно минимально возможной скорости горения  $u^*(p)$ . Изменением температуры поверхности конденсированной фазы пороха пренебрегается.

Рассмотрим нестационарный режим горения, вызванный изменением давления  $p(t)$  в течение промежутка времени  $(t_0, t_k)$  от стационарного  $p_0 = p(t_0)$  до  $p_k = p(t_k)$ , и предположим, что в момент  $t_k$  произошло погасание. Тогда  $u$  и  $f$  в момент погасания имеют критические значения, отвечающие давлению  $p_k$ :

$$u(t_k) = u^*(p_k), \quad f(t_k) = f^*(p_k).$$

Можно показать, что время  $(t_k - t_0)$ , за которое система переходит из начального состояния  $(p_0, f_0, u_0)$  в критическое  $(p_k, f^*(p_k), u^*(p_k))$ ,

не может быть меньше некоторого предельного, соответствующего данному критическому состоянию. Это предельно малое время  $t^*(p_k)$  отвечает режиму горения со ступенчатым изменением скорости горения в начальный момент  $t_0$  от  $u_0$  до  $u^*(p_k)$ .

Если для двух переходных режимов горения  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$ , начинающихся из одного и того же начального состояния, в любой момент времени выполняется неравенство

$$u_1(t) \geq u_2(t), \quad (1)$$

то аналогичное неравенство справедливо и для градиентов температуры у поверхности пороха

$$f_1(t) \geq f_2(t). \quad (2)$$

Для доказательства этого утверждения воспользуемся уравнением теплопроводности. Введем безразмерные переменные

$$\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0), \quad \varphi = (\partial\theta/\partial\xi)|_{\xi=0} = \kappa f/[u_0(T_1 - T_0)],$$

$$v = u/u_0, \quad P = p/p_0,$$

$$\xi = u_0 x / \kappa, \quad \tau = (t - t_0) u_0^2 / \kappa,$$

где  $T_0, T_1$  — начальная и температура поверхности пороха;  $\kappa$  — температуропроводность пороха. Распределения температуры в конденсированной фазе в режимах горения  $v_1(\tau)$  и  $v_2(\tau)$  удовлетворяют уравнению теплопроводности

$$\partial\theta_1(\xi, \tau)/\partial\tau + v_1(\tau)\partial\theta_1/\partial\xi = \partial^2\theta_1/\partial\xi^2, \quad (3)$$

$$\partial\theta_2(\xi, \tau)/\partial\tau + v_2(\tau)\partial\theta_2/\partial\xi = \partial^2\theta_2/\partial\xi^2 \quad (4)$$

$$(\tau \geq 0, -\infty < \xi \leq 0)$$

и одним и тем же начальным и граничным условиям

$$\theta_1(\xi, 0) = \theta_2(\xi, 0) = \exp \xi,$$

$$\theta_1(-\infty, \tau) = \theta_2(-\infty, \tau) = 0, \quad \theta_1(0, \tau) = \theta_2(0, \tau) = 1.$$

Вычитая уравнение (3) из (4), получим уравнение для  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

$$\partial\Delta\theta/\partial\tau + v_1(\tau)\partial\Delta\theta/\partial\xi = \partial^2\Delta\theta/\partial\xi^2 + (v_1 - v_2)\partial\theta/\partial\xi \quad (5)$$

с начальными и граничными условиями

$$\Delta\theta(\xi, 0) = \Delta\theta(-\infty, \tau) = \Delta\theta(0, \tau) = 0. \quad (6)$$

Произведение

$$(v_1 - v_2)\partial\theta_2/\partial\xi, \quad (7)$$

играющее в уравнении (5) роль тепловыделения, положительно при любых  $\xi$  и  $\tau$ . Действительно, знак произведения (7), согласно (1), определяется знаком производной  $\partial\theta_2/\partial\xi$ , которая, как и  $\theta_2(\xi, \tau)$ , удовлетворяет уравнению теплопроводности (4) с начальными и граничными условиями

$$(\partial\theta_2/\partial\xi)|_{\tau=0} = e^\xi, \quad (\partial\theta_2/\partial\xi)|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0, \quad (\partial\theta_2/\partial\xi)|_{\xi=0} \geq 0 \quad (8)$$

(неотрицательность градиента температуры у поверхности пороха  $(\partial\theta_2/\partial\xi)_0$  следует уже из того, что порох теряет сплошность при температурах, больших температуры поверхности). Согласно принципу максимума для уравнения теплопроводности [4], функция  $\partial\theta_2/\partial\xi$  может принимать максимальное и минимальное значения лишь в начальный

момент  $\tau=0$  либо на границах  $\xi=-\infty$  и  $\xi=0$ . Поскольку начальные и граничные условия (8) неотрицательны, то

$$\partial\theta_2(\xi, \tau)/\partial\xi \geq 0,$$

и произведение (7) положительно.

Из доказанного постоянства знака (7) следует, что краевая задача Коши (5), (6) имеет положительное решение [4]

$$\Delta\theta(\xi, \tau) \geq 0 \quad (\xi \leq 0, \tau \geq 0),$$

но поскольку  $\Delta\theta(0, \tau)=0$  (6), то производная у поверхности пороха  $(\partial\Delta\theta/\partial\xi)|_{\xi=0}$  не может быть положительной

$$(\partial\Delta\theta/\partial\xi)|_{\xi=0} = [\partial(\theta_2 - \theta_1)/\partial\xi]|_{\xi=0} \leq 0. \quad (9)$$

Из (9) получаем требуемое соотношение между градиентами температуры у поверхности пороха  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ :

$$\varphi_2(\tau) = (\partial\theta_2/\partial\xi)_0 \leq (\partial\theta_1/\partial\xi)_0 = \varphi_1(\tau).$$

Из доказанного свойства (1), (2) следует, что заданное значение градиента  $\varphi$ , меньшее начального, будет достигнуто раньше в режиме с меньшей скоростью горения. Это следствие позволяет оценивать время наступления погасания.

Рассмотрим нестационарный режим, в котором скорость горения  $v_1(\tau)$ , монотонно уменьшаясь от начального значения  $v_1(0)=1$  ( $v_1(0) = 1$ ), достигла к моменту  $\tau_k$  критической величины  $v^*$ , а градиент — критического значения  $\varphi^*(v^*) < 1 = \varphi_1(0)$ , в результате чего порох погас. Пусть  $v_2(\tau)$  — режим ступенчатого изменения скорости горения в момент  $\tau=0$  от  $v_2(-0)=1$  ( $\varphi_2(-0)=1$ ) до  $v_2(\tau>0)=v^*=v_1(\tau_k)$  (при этом для дальнейших оценок не имеет значения, может ли такой режим быть физически реализован). Для режима  $v_1(\tau)$  в любой момент времени (до погасания) выполняется условие

$$v_1(\tau) \geq v^* = v_2.$$

Следовательно, согласно доказанному выше,

$$\varphi_1(\tau) \geq \varphi_2(\tau).$$

Ясно, что критическое значение градиента  $\varphi^*(v^*) \leq 1$  будет достигнуто в режиме  $v_1(\tau)$  не раньше, чем в режиме ступенчатого изменения скорости  $v_2(\tau)$ . Таким образом, время  $\tau^*$ , за которое в режиме ступенчатого изменения скорости горения  $v_2(\tau)$  будет достигнуто критическое состояние  $(v^*, \varphi^*(v^*), P^*(v^*, \varphi^*))$ , предельно мало для всех режимов, скорость горения которых монотонно уменьшается от  $v=1$  ( $u=u_0$ ) до критического  $v^*$ , соответствующего погасанию.

Изменение градиента  $\varphi_2$  в режиме ступенчатого уменьшения скорости горения  $v_2(\tau<0)=1$ ,  $v_2(\tau>0)=v^*$  определяется формулой [5]

$$\begin{aligned} \varphi_2 = \Phi(v^*, \tau) = & 1/2v^*[1 + \operatorname{erf}(1/2v^*\sqrt{\tau})] + \\ & + (1 - 1/2v^*) \exp[\tau(1 - v^*)] \{1 - \operatorname{erf}[(1 - 1/2v^*)\sqrt{\tau}]\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя в (10) критическое значение градиента  $\varphi_2 = \varphi^*(v^*)$ , получим соотношение для  $\tau^*(v^*)$  — минимального времени достижения заданного критического состояния (погасания)  $v^*, \varphi^*(v^*), P^*(v^*, \varphi^*)$ :

$$\varphi^*(v^*) = \Phi(v^*, \tau^*). \quad (11)$$

Разрешая (11) относительно  $\tau^*$ , можно получить параметрическую зависимость минимального времени  $\tau^*$  от глубины сброса давления  $P^* = p_k/p_0$ , при которой достигаются условия погасания

$$\tau^* = \tau^*(v^*), P^* = P^*[v^*, \varphi^*(v^*)]. \quad (12)$$

Кривая  $P^*(\tau^*)$  на плоскости  $(P, \tau)$  определяет достаточные условия гашения пороха. Независимо от вида монотонного спада  $P(\tau)$  порох погаснет, если в некоторый момент  $\tau_k$   $P$  окажется равным  $P^*$ , определяемому кривой погасания (12). Противный случай ведет к противоречию.

Действительно, если порох продолжает гореть, то скорость горения обязана удовлетворять неравенству

$$v(\tau) > v^*(P(\tau)) \geq v^*[P(\tau_k)] = v^*(P^*) \quad (\tau < \tau_k)$$

(здесь учтено, что  $v^*(P)$  — неубывающая функция). В соответствии с доказанным свойством для градиента температуры в момент  $\tau_k$  справедлива оценка

$$\varphi(\tau_k) \geq \varphi^*[v^*(P_k)].$$

Это противоречит предположению о том, что порох не погас к моменту  $\tau_k$ , так как в таком случае градиент  $\varphi$  не может превышать критического значения.

Если  $P(\tau) > P^*(\tau)$ , то порох может как погаснуть, так и продолжать гореть в зависимости от конкретного вида спада  $P(\tau)$ . Аналогично можно построить кривую, определяющую необходимую для погасания глубину спада давления. В соответствии с доказанным свойством предельно «медленное» изменение градиента отвечает режиму, в котором скорость горения остается постоянной в течение некоторого промежутка времени и лишь в последний момент мгновенно изменяется от  $v=1$  до  $v^*$ . При этом градиент в момент  $\tau=\tau_k$  непрерывен [5]:

$$\varphi^*(v^*) = \varphi_0 = 1. \quad (13)$$

Подставляя значение  $\varphi$  из (13) в критическую зависимость  $\varphi^*(P)$ , отвечающую закону горения  $v=v(P, \varphi)$ , и разрешая ее относительно  $P$ , получим необходимую для погасания минимальную глубину спада давления. Если глубина спада давления меньше необходимой, то погасание невозможно.

Продемонстрируем полученные достаточные и необходимые условия погасания, задавшись конкретным видом закона горения  $v=v(P, \varphi)$ . В работе [2] кривая погасания (12) была построена в предположении закона горения  $v(P, \varphi) = AP^v - B\varphi$ , при котором критическое значение скорости не зависит от давления:  $v^* = 0$ . В качестве примера, когда  $v^*(P) \geq 0$ , рассмотрим закон горения [1]:

$$v(P, \varphi) = P^v \exp k(1 - \varphi/v), \quad (14)$$

где

$$k = (T_1 - T_0) (\partial \ln u / \partial T_0)_p < 1.$$

На рис. 1 изображены кривые  $v(\varphi)$  при постоянных значениях  $P$ . Отвечающая закону горения (14) зависимость критической скорости горения  $v^*$  от давления определяется выражением

$$v^* = P^v \exp(k-1). \quad (15)$$

Критические значения градиента  $\varphi^*$  и скорости связаны соотношением

$$\varphi^* = 1/k \cdot v^*. \quad (16)$$

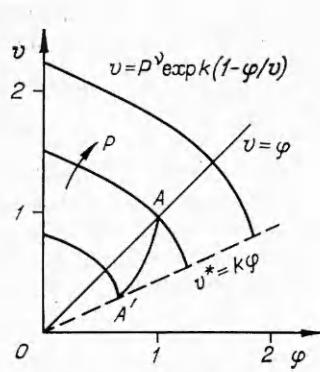


Рис. 1. Зависимость нестационарной скорости горения от градиента температуры у поверхности пороха.

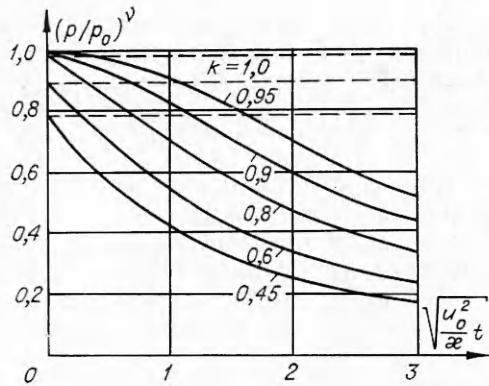


Рис. 2. Предельные кривые погасания при различной чувствительности скорости горения к изменению начальной температуры пороха.

Подставляя (15) и (16) в (11), получим кривую, определяющую достаточные условия погасания

$$1/k \cdot P^v \exp(k-1) = \Phi(P^v e^{k-1}, \tau). \quad (17)$$

На рис. 2 предельные кривые погасания (17) представлены при различных значениях параметра  $k$  (сплошные линии). Кривую, определяющую необходимые условия погасания, получим, подставив в (15)  $v^* = k$  (16):

$$P^v = k \exp(1-k). \quad (18)$$

На рис. 2 кривые погасания (18) изображены штриховыми линиями. В экспериментах по гашению топлива сбросом давления обычно не удается установить момент погасания. Поскольку точка погасания  $(P^*, t_k)$  принадлежит кривой изменения давления  $P(t)$ , справедливость полученных выводов можно проверить, сравнивая расположение кривых давления  $P(t)$  по отношению к предельным кривым погасания. На рис. 3 представлены кривые изменения давления, снятые в экспериментах по гашению пороха сбросом давления в манометрической бомбе [6]. На рис. 3 изображены также теоретические предельные кривые погасания в предположении закона горения (14) при  $k=0,8$ . Расположение экспериментальных спадов  $P(t)$  по отношению к теоретическим кривым,

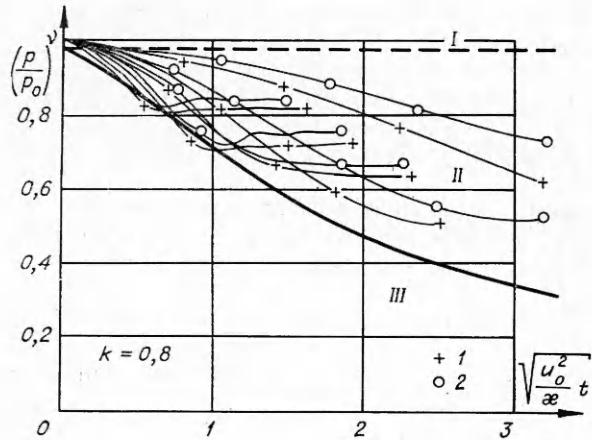


Рис. 3. Предельные кривые погасания и экспериментальные спады давления [6].

I — область отсутствия погасания; II — область, в которой возможность погасания существенно зависит от конкретного вида спада давления; III — область необходимого погасания. 1 — погасание; 2 — продолжение горения.

определенным необходимые и достаточные условия гашения, соответствует предсказаниям теории. Все спады  $p(t)$ , при которых порох продолжал гореть, расположены выше кривой, определяющей достаточные условия гашения. Спады  $p(t)$ , которые вызвали погасание, расположены ниже кривой, определяющей необходимые условия гашения.

В заключение авторы выражают глубокую признательность В. Б. Либровичу за обсуждение работы.

Институт химической  
физики АН СССР,  
Москва

Поступила в редакцию  
18/XII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 498.
2. И. Г. Ассовский. ФГВ, 1973, 9, 6, 874.
3. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович, В. Б. Новожилов. ПМТФ, 1964, 3, 139.
4. А. Фридман. Уравнения с частными производными параболического типа. М., «Мир», 1968.
5. И. Г. Ассовский, А. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 1971, 6, 57.
6. В. Н. Маршаков, О. И. Лейпунский. ФГВ, 1969, 5, 3.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ УРОВНЯ 001 МОЛЕКУЛЫ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В НЕРАВНОВЕСНОМ ПОТОКЕ СМЕСЕЙ $\text{CO}_2 + \text{N}_2 + \text{H}_2(\text{He})$

Н. Н. Кудрявцев, С. С. Новиков, И. Б. Светличный

Использование теоретических моделей колебательно-вращательных полос позволяет на основе измерения интенсивности излучения в полосе 4,3 мкм рассчитывать колебательную температуру  $T_3$  антисимметричной моды колебаний молекулы углекислого газа при расширении в сопле Лаваля газовых смесей, содержащих  $\text{CO}_2$ . При этом существенно, что нет необходимости ограничиваться случаем оптически тонкого слоя излучающего газа.

В данной работе на ударной трубе с соплом на торце исследована зависимость температуры  $T_3$  молекулы углекислого газа в расширяющихся потоках смесей  $\text{CO}_2 + \text{N}_2 + \text{H}_2(\text{He})$  от давления и температуры в предсопловом объеме.

Измерение колебательной температуры выбранных типов колебаний молекулы и определение населенности отдельных колебательных уровней представляет значительный интерес для исследований кинетики колебательной релаксации в лазерно-активных газовых смесях и в химических реакциях с участием колебательно-возбужденных молекул.

Определение колебательной температуры и исследование релаксационных процессов в смесях, содержащих молекулы  $\text{CO}$  и  $\text{CO}_2$ , при расширении в сверхзвуковом сопле, а также в ударных волнах для случая оптически тонких слоев проведено в [1—3]. Для обеспечения малой оптической толщины излучающего газа в [1] исследовалось излучение слабого обертона молекулы  $\text{CO}$ , а в [2] с этой же целью при исследовании колебательной релаксации  $\text{CO}_2$  в расширяющемся потоке использовалось сопло с большой степенью расширения.