ЗАМЕЧАНИЕ О НАСЛЕДСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ МЕТАЛЛОВ

И. И. Бугаков

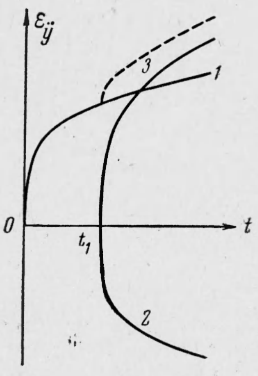
(Ленинград)

Наследственные теории ползучести в современной их форме строятся в значительной мере на базе формальных соображений. Именно, в их основе лежит принцип наложения, по которому влияние напряжений и температуры, действовавших в момент ξ, не нарушается напряжениями, приложенными в другие моменты времени, и изменениями температуры в другие моменты времени. Ниже показывается, что применение теории наследственности к металлам, тем не менее, приводит в ряде практически важных случаев к удовлетворительным результатам.

Начиная с Вольтерра, предлагались различные обобщения наследственной теории Больцмана — Вольтерра для учета нелинейной зависимости деформации ползучести от напряжения [1]. Исходное уравнение нелинейной теории наследственности запишем в виде

$$\varepsilon_{ij}(t) = e_{ij}(t) + p_{ij}(t),$$

$$p_{ij}(t) = \int_0^t Q_{ij}\left[t - \xi,\ \sigma_{\alpha\beta}(\xi)\, T(\xi)\right] d\xi \qquad (1)$$



Фиг. 1

Здесь e_{ij} — упругая деформация, связанная с напряжением законом Гука, дополненным температурными членами, p_{ij}—деформация ползучести, T — температура.

Будем считать, что форма Q_{ij} в (1) такова, что при неизменных напряжении и температуре теоретические кривые совпадают с экспериментальными.

Пусть неизменные при $t < t_1$ величины $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(1)}$ и $T = T_1$ приняли в момент $t = t_1$ значения $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(2)}$ и $T = T_1$. Из (1) вытекает

$$\varepsilon_{ij}(t) = e_{ij}(t) + \int_0^t Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(1)}, T_1)\, d\xi \qquad (t \leqslant t_1)$$

$$\varepsilon_{ij}(t) = e_{ij}(t) + \int_0^{t_1} Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(1)}, T_1)\, d\xi + \int_{t_1}^t Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(2)}, T_2)\, d\xi \qquad (t > t_1)$$

Прибавим к правой части последнего выражения и вычтем из него

$$\int_{t_1}^t Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(1)}, T_1)\, d\xi$$

тогда получим

$$\varepsilon_{ij}(t) = e_{ij}(t) + \int_0^t Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(1)}, T_1)\, d\xi - \int_{t_1}^t Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(1)}, T_1)\, d\xi +$$

$$+ \int_{t_1}^t Q_{ij}(t - \xi, \sigma_{\alpha\beta}^{(2)}, T_2)\, d\xi \qquad (t > t_1)$$

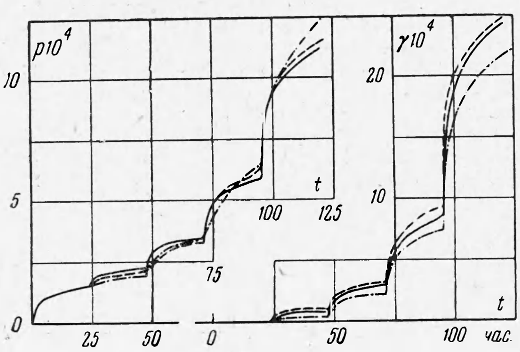
Следовательно, для получения теоретических кривых суммарного процесса при $t > t_1$ (штриховая линия на фиг. 1) нужно сложить на каждой из шести плоскостей ε_{ij}, t, ординаты кривых, показанных на фиг. 1 сплошными линиями

$$1 - (\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^{(1)},\ T = T_1), \quad 2 - (\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^{(1)},\ T = T_1), \quad 3 - (\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^{(2)},\ T = T_2)$$

Такие же построения возможны и при многократно изменяющихся ступенями напряжении и температуре, если имеются кривые ползучести при неизменных σ_{ij} и T, равных действующим на каждом этапе ступенчатого процесса. Аналогично строятся теоретические кривые в координатах p_{ij}, t. Если в e_{ij}, кроме упругой деформации, входит атермическая пластическая деформация, построения следует вести именно в координатах p_{ij}, t.

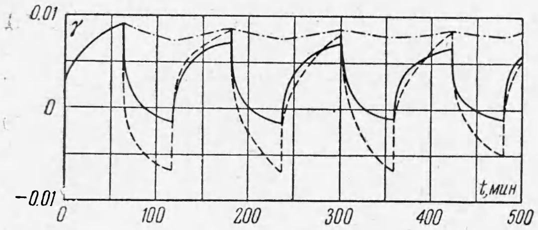
Рассмотренный графический прием, обобщает прием, предложенный Ледерманом [2] для построения теоретической кривой одномерного процесса, в котором напряжение периодически прикладывалось к образцу и затем снималось.

Сопоставление теории наследственности с данными опытов [3-6] над красной медью, углеродистой сталью и дуралюмином при простом растяжении в условиях ступенчато изменяющихся напряжения или температуры обнаружило, что в случае убывающих напряжения или температуры теория показывает значительно большее восстановление, чем наблюдаемое в опытах. В случае возрастающих напряжения или температуры применение теории наследственности приводит к таким же удовлетворительным результатам, что и применение теории [7]. К худшим результатам приводит при возрастающем напряжении применение теории упрочнения Надаи-Девиса.

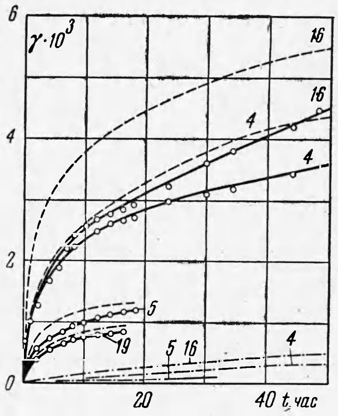


Фиг. 2

Хорошо согласуется теория наследственности с опытами Джонсона с сотрудниками [8] над тонкостенными трубчатыми образцами из углеродистой стали, алюминиевого и магниевого сплавов. Образцы нагружались при неизменной температуре постоянной осевой растягивающей силой и ступенчато возрастающим крутящим моментом. В качестве примера на фиг. 2 в координатах p, t и γ, t (p — осевая деформация ползучести, γ — деформация ползучести сдвига) сплошными линиями показаны экспериментальные кривые ползучести магниевого сплава при 20° С, штриховыми линиями — кривые по теории наследственности, штрих-пунктирными — по теории [7]. Осевое напряжение было равно 472 *кг/см*^{2}, касательное возрастало через каждые 24 *час* скачком на 94,5 *кг/см*^{2}. То обстоятельство, что теория наследственности лучше согласуется с упомянутыми результатами, чем теория [7], можно объяснить тем, что теория наследственности качественно правильно учитывает развивающуюся в результате сложного нагружения деформационную анизотропию, которую теория [7] не учитывает.



Фиг. 3



Фиг. 4

Существенная деформационная анизотропия развивается при изменении знака напряжения. Так, в случае чередования прямого и обратного кручения тонкостенных трубчатых образцов направления главных напряжений мгновенно изменяются на 90°. В таких опытах после изменения знака касательного напряжения τ вместо ожидаемого упрочнения наблюдается разупрочнение [9]. Этот эффект теорией наследственности также учитывается. Результаты опытов [9, 10] над углеродистой сталью и дуралюмином (сплошные линии) и кривые по теории наследственности (штриховые линии) показаны соответственно на фиг. 3, 4. Через γ обозначена деформация ползучести сдвига. Углеродистая сталь испытывалась при 500° С и $\tau = \pm 12.8$ *кг/мм*^{2}. Образцы 19, 5, 4, 16 из дуралюмина Д16Т испытывались при 150° С и соответственно τ = 10.1, 11.56, 14.00, 14.74 *кг/мм*^{2}; момент изменения знака напряжения принят за начало отсчета времени, накопленная к этому моменту деформация принята за новое начало отсчета деформации. Деформация, накопившаяся к моменту первого измерения, не учитывается. Существенно хуже теории наследственности описывает результаты рассмотренных опытов теория [7] (штрихпунктирные линии).

Из обсуждавшихся опытов можно сделать следующие выводы относительно теории наследственности и теории [7]. В случае простого нагружения при возрастающих напряжении или температуре применение теории наследственности и теории [7] приводит к практически одинаковым удовлетворительным результатам, при убывающих напряжении или температуре — к лучшим результатам приводит применение теории [7]. В случае сложного нагружения при неубывающих по величине напряжениях к лучшим результатам приводит применение теории наследственности.

Поступила 5 V 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Наместников В. С., Работнов Ю. Н. О наследственных теориях ползучести. ПМТФ, 1961, № 4.
2. Leaderman H. Elastic and creep properties of filamentous materials and other high polymers. The Textile founbations. Washington, 1943.
3. Жуков А. М., Работнов Ю. Н., Чуриков Ф. С. Экспериментальная проверка некоторых теорий ползучести. Инженерный сб., 1953, т. 17.
4. Nishihara T., Taira S., Tanaka K., Ohnami M. Creep of low carbon steel under varying temperatures. Proc. Ist Japan Congr. Test. Mater., 1958.
5. Taira S., Tanaka K., Ohji K., Harumo to J. Creep of mild steel under periodic stresses of rectangular wave. Bull. Japan Soc. Mech. Engrs, 1959, vol. 2, No. 8.
6. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4.
7. Бугаков И. И., Вакуленко А. А. О теории ползучести металлов. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 6.
8. Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. Creep under changing complex stress systems. Engineer. 1958, vol. 206, No. 5350.
9. Наместников В. С. Прямое и обратное кручение в условиях ползучести. ПМТФ, 1960, № 1.
10. Endo K., Omori S. Creep behavior of a mild steel under varying stresses. Mem. Fac. Engng, Hiroshima Univ., 1961, vol. 1, No. 4.

МЕТОД УПРУГИХ РЕШЕНИЙ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

***В. Д. Клюшников** (Москва)*

Обычно [1] для решения задач о сложном нагружении по теории течения предлагается пользоваться известным методом шагов. Процесс нагружения разделяется на шаги-этапы, внутри которых дифференциальные соотношения связи заменяются конечно-разностными.

Ниже для решения задач по теории течения [1] при условии, что ни в одной точке тела не происходит разгрузки, предлагается метод, вполне аналогичный методу упругих решений в теории малых упруго-пластических деформаций [2].

Рассмотрим тело из несжимаемого материала, следующего закону

$$2G d\varepsilon_{ij} = dS_{ij} + dF(T)\, S_{ij} \qquad (dT \geqslant 0) \tag{1}$$

Здесь и в дальнейшем по повторяющимся индексам проводится суммирование: G — модуль упругого сдвига, S_{ij} — девиатор напряжения, ε_{ij} — тензор деформаций, T — интенсивность напряжений

$$T = \sqrt{{}^3/_2}\, \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \tag{2}$$

Функцию $F(T)$ можно определить, например, из опыта на простое растяжение, и, так как она определяется только для положительных T, ее всегда можно представить в виде

$$F(T) = \sum_{\alpha=1} A_{2\alpha}' T^{2\alpha} = \sum_{\alpha=1} A_{2\alpha} (S_{ij} S_{ij})^{\alpha} \tag{3}$$

При простом растяжении получим

$$3G\varepsilon_x = \sigma_x + \sum_{\alpha=1} B_{2\alpha+1} \sigma_x^{2\alpha+1}, \qquad B_{2\alpha+1} = \frac{2\alpha}{2\alpha+1} A_{2\alpha}' = \frac{4\alpha}{3(2\alpha+1)} A_{2\alpha} \tag{4}$$

Пусть поверхностные F_i и массовые V_i силы изменяются с ростом параметра нагружения λ (который может быть временем) так, что ни в одной точке тела не происходит разгрузки ($dT \geqslant 0$) и F_i и V_i можно представить в виде

$$F_i = \sum_{k=1} F_i^{(k)} \lambda^k, \qquad V_i = \sum_{k=1} V_i^{(k)} \lambda^k \tag{5}$$