

УДК 532.5+519.63

## Численное исследование влияния вдува воздуха на кавитационное течение в радиально-осевой гидротурбине\*

Д.В. Чирков<sup>1,2</sup>, П.К. Щербаков<sup>2</sup>, С.Г. Чёрный<sup>1,2</sup>, В.А. Скороспелов<sup>3</sup>, П.А. Турук<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Институт математики им. Соболева СО РАН, Новосибирск

E-mail: chirkov@ict.nsc.ru, 1doffys@gmail.com

Использование некоторых радиально-осевых турбин на повышенных расходах жидкости сопровождается сильными пульсациями давления и мощности. Эти пульсации связаны с гидродинамической неустойчивостью кавитирующего течения жидкости. Во многих случаях при эксплуатации турбины амплитуда таких пульсаций может быть существенно снижена путем вдува/впуска воздуха под рабочее колесо турбины. В настоящей работе такой эффект исследуется численно. Для этого в предложенную ранее авторами гибридную одно-трехмерную модель течения смеси «жидкость-пар» в проточном тракте гидроэлектростанции добавляется вторая газобразная компонента — неконденсируемый воздух. Описываются граничные условия и численный метод для решения уравнений модели. Для проверки точности расчета границы раздела «жидкость-газ» численный метод сначала был применен для решения задачи о разрушении плотины. Затем алгоритм применялся для моделирования течения в гидравлической турбине с вдувом воздуха под рабочее колесо. Показано, что с увеличением расхода вдуваемого воздуха амплитуда пульсаций давления снижается. Выявлен механизм изменения структуры потока в конусе отсасывающей трубы, приводящий к стабилизации течения при вдуве воздуха.

**Ключевые слова:** численное моделирование, гидротурбины, кавитация, вдув воздуха, автоколебания.

### Введение

В неоптимальных режимах работы гидравлической турбины, таких как режимы частичной ( $Q < Q_{opt}$ ) и повышенной ( $Q > Q_{opt}$ ) нагрузок, в проточном тракте наблюдается кавитация — интенсивное испарение жидкости в областях, где давление в потоке ниже давления насыщенных паров. Как правило, кавитация проявляется на тыльных сторонах и выходных кромках лопастей, а также в ядре вихревого жгута в отсасывающей трубе [1]. Кавитация приводит к снижению КПД, вибрациям, повышенной эрозии стенок проточного тракта.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РАН № 0316-2015-0001.

В настоящее время в гидротурбостроении стандартным подходом для исследования кавитационных явлений в проточном тракте турбины является численное решение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса для двухфазной смеси «жидкость–пар», замкнутых уравнением переноса для объемной доли жидкой или паровой фазы. Расчеты по этой модели позволяют изучать влияние кавитации на КПД турбин [2–5]. В работах [6, 7] с использованием этой модели исследовано влияние кавитации на пульсации давления, вызванные вращением вихревого жгута в режиме частичной нагрузки.

Эксплуатация некоторых радиально-осевых гидротурбин на режимах повышенной нагрузки сопровождается сильными пульсациями давления и мощности [8]. Это явление значительно сужает возможность применения турбин на высоких расходах жидкости, ограничивая максимальную выходную мощность. Анализ частот и амплитуд пульсаций давления в различных точках проточного тракта показывает, что эти пульсации имеют автоколебательный характер и вызваны гидродинамической неустойчивостью течения в проточном тракте ГЭС.

Существует несколько механизмов возникновения неустойчивости потока в проточных трактах гидромашин. Один из них заключается в наличии отрицательного наклона напорно-расходной характеристики гидромашин при фиксированном режиме её работы [8–10]. Такая ситуация имеет место в компрессорных системах (насосах) [10], а также в устройствах, гидравлическое сопротивление которых уменьшается с ростом расхода жидкости. Однако для гидравлических турбин это условие неустойчивости не выполняется [11].

В настоящей работе рассматривается другой механизм возникновения неустойчивости потока, связанный с наличием кавитационной полости под рабочим колесом гидротурбины [12–14]. Наличие кавитационной полости, объем  $V_c$  которой может изменяться со временем, приводит к разрыву расхода жидкости перед полостью и за полостью. В работах [12, 13] была предложена одномерная гидроакустическая модель проточного тракта ГЭС, в которой объем  $V_c$  зависит от местного давления и расхода. Было показано, что в тех режимах работы, при которых увеличение расхода приводит к увеличению объема  $V_c$ , возможна неустойчивость потока. Опираясь на эту идею, в работах [15–17] авторы впервые численно смоделировали автоколебания в проточной части ГЭС с использованием трехмерной модели кавитационного течения в турбине.

Одним из наиболее эффективных способов, используемых на практике для подавления пульсаций давления в гидравлических турбинах, является подача воздуха под рабочее колесо турбины. Воздух подается в проточную часть с помощью компрессора (вдув воздуха), либо он всасывается естественным образом через специальный клапан, когда давление в потоке падает ниже атмосферного (впуск воздуха). В работе [18] было экспериментально показано, что подача воздуха под рабочее колесо может значительно снизить амплитуду пульсаций давления в режимах неполной загрузки. В работах [19, 20] также экспериментально было установлено, что вдув/впуск воздуха способен также снизить пульсации мощности и вибрации гидроагрегата в режимах повышенной нагрузки. Подача воздуха воздействует на пульсации давления несколькими способами. Во-первых, она изменяет картину течения и повышает давление в окрестности точки впуска, тем самым снижая интенсивность кавитации в центре отсасывающей трубы. Во-вторых, за счет сжимаемости воздуха изменяется податливость  $C = -\partial V_c / \partial p$  паро-воздушной полости ( $V_c$  — объем полости,  $p$  — давление в потоке). Податливость  $C$  характеризует сжимаемость потока и является одним из ключевых параметров, определяющих устойчивость и частоту собственных гидроакустических колебаний в проточном тракте ГЭС [21].

Пуск воздуха давно применяется при эксплуатации гидротурбин, но авторам неизвестны публикации по теоретическому описанию и численному моделированию этого

процесса. Представляемая работа призвана восполнить этот пробел. Ограничимся исследованием влияния вдува воздуха на автоколебания на режимах повышенной нагрузки. В настоящем случае предложенная ранее авторами одно–трехмерная двухфазная «жидкость–пар» модель течения в проточном тракте ГЭС [15, 16] расширена путем включения второй газообразной компоненты — неконденсируемого воздуха. Модель состоит из одномерных гидроакустических уравнений для области водовода и трехмерных уравнений Навье–Стокса для течения двухфазной двухкомпонентной смеси «жидкость–пар–газ» в турбине. Обе системы уравнений связаны друг с другом посредством давления и расхода на границе раздела «водовод–турбина» и решаются одновременно. Воздух предполагается несжимаемым. Описан неявный численный метод решения основных уравнений системы. Точность расчета границы раздела «жидкость–газ» протестирована на задаче об обрушении плотины. Наконец, численный алгоритм применен для расчета влияния вдува воздуха под рабочее колесо гидротурбины на КПД и колебания давления на режимах повышенной нагрузки. Результаты подтверждают снижение пульсаций давления при достаточном расходе воздуха. Проанализирован механизм перестроения картины течения при увеличении расхода воздуха. В заключение обсуждаются направления дальнейших исследований.

### 1. Гибридная одно–трехмерная двухфазная двухкомпонентная модель

Целью настоящей работы является расчет автоколебаний, распространяющихся вдоль всего проточного тракта электростанции. Для моделирования этих колебаний рассматривается расширенная расчетная область, включающая напорный водовод и саму турбину (рис. 1).

Течение жидкости в напорном водоводе описывается уравнениями одномерной гидроакустической модели:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial h}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad x \in [0, l_p], \quad (1)$$

здесь  $h = p/(\rho_L g) - z$  — пьезометрический напор (отметим, что ось  $Oz$  направлена вниз),  $Q$  — расход жидкости,  $A$  — площадь поперечного сечения водовода,  $a$  — скорость распространения возмущений в водоводе, зависящая от скорости звука в чистой воде, упругости стенок водовода и аэрации входящего потока жидкости. Будем полагать, что аэрацией жидкости на входе в водовод можно пренебречь, тогда можно считать, что скорость распространения возмущений  $a = 1200$  м/с, что близко к скорости звука в чистой воде.

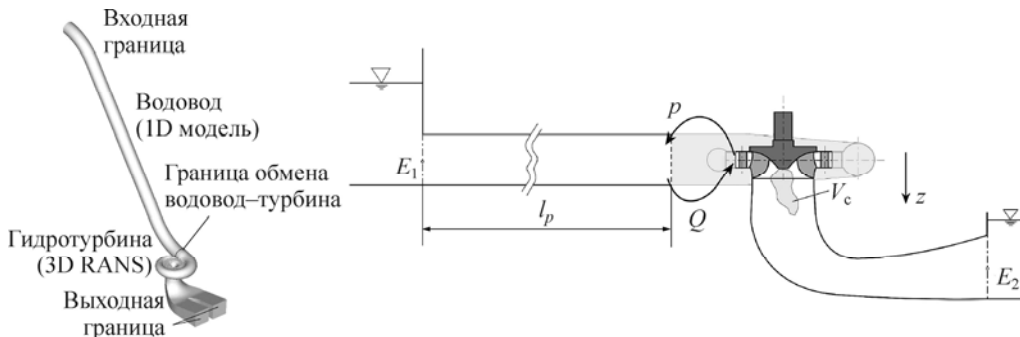


Рис. 1. Расчетная область и граничные условия для одно–трехмерной модели.

Кавитационное течение внутри турбины описывается в рамках модели движения изотермической гомогенной двухфазной двухкомпонентной смеси, состоящей из жидкости, пара и неконденсируемого газа (воздуха) [22]. Распределение объемной доли жидкости  $\alpha_L$  определяется уравнением переноса с источниковыми членами, отвечающими за парообразование и конденсацию. Эволюция объемной доли воздуха  $\alpha_G$  описывается таким же уравнением, но без источниковых членов:

$$\partial \rho / \partial t + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla \hat{p} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{f}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_L \mathbf{v}) = 1/\rho_L (m^+ + m^-), \quad (4)$$

$$\partial \alpha_G / \partial t + \operatorname{div}(\alpha_G \mathbf{v}) = 0, \quad (5)$$

здесь  $\rho = \alpha_L \rho_L + \alpha_G \rho_G + (1 - \alpha_L - \alpha_G) \rho_V$  — плотность смеси;  $\rho_L, \rho_V$  и  $\rho_G$  — плотности жидкости, пара и воздуха соответственно,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости,  $\hat{p} = p + 2\rho k/3$ ,  $p$  — статическое давление,  $k$  — кинетическая энергия турбулентности. Неподвижная система координат используется для моделирования неподвижных частей проточного тракта турбины, тогда как вращающаяся система используется для рабочего колеса, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси Oz. Таким образом, для рабочего колеса  $\mathbf{f} = (x_1 \omega^2 + 2u_2 \omega, x_2 \omega^2 - 2u_1 \omega, g)$ . Учет ускорения свободного падения  $g$  необходим, поскольку рассматривается кавитационное течение в натурной турбине, где гидростатическая составляющая давления значительно изменяется по высоте проточного тракта. В выражении (3)  $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_{ij}\}$  — тензор вязких напряжений,  $\tau_{ij} = (\mu + \mu_T) \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right]$ ,

где  $\mu = \alpha_L \mu_L + \alpha_G \mu_G + (1 - \alpha_L - \alpha_G) \mu_V$  — динамическая вязкость смеси, а  $\mu_L, \mu_G, \mu_V$  — коэффициенты динамической вязкости жидкости, газа (воздуха) и пара соответственно. Турбулентная вязкость  $\mu_T$  вычисляется по формуле  $\mu_T = C_\mu \rho (k^2/\varepsilon)$ ,  $C_\mu = 0,09$ . Для замыкания уравнений движения (2)–(5) используется  $k$ - $\varepsilon$  модель турбулентности Кима–Чена [23] с логарифмическими пристеночными функциями.

Источниковые члены, отвечающие за конденсацию ( $m^+$ ) и парообразование ( $m^-$ ) в выражении (4) вычисляются согласно модели Зварта–Гербера–Беламри (ZGB) [24], модифицированной для учета газовой составляющей:

$$m^+ = C_{\text{prod}} (1 - \alpha_L - \alpha_G) \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{\max[0, p - p_V]}{\rho_L}}, \quad m^- = -C_{\text{dest}} \alpha_L \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{\max[0, p_V - p]}{\rho_L}}, \quad (6)$$

где  $C_{\text{prod}} = 3 \cdot 10^4$ ,  $C_{\text{dest}} = 7,5 \cdot 10^4$ ,  $p_V$  — давление насыщенных паров. В случае отсутствия подачи воздуха  $\alpha_G$  тождественно равно нулю во всей расчетной области, и модель «жидкость–пар–воздух» совпадает с предложенной ранее двухфазной моделью «жидкость–пар» [15, 16].

## 2. Численный метод

Уравнения (2)–(5) решаются численно методом искусственной сжимаемости, описанным в работе [25]. Для этого в уравнения (2)–(5) добавляются производные по псевдовремени  $\tau$



где  $(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}$ ,  $(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{j+1/2}$ ,  $(\mathbf{K} \cdot \mathbf{S})_{k+1/2}$  — численные потоки через грани  $(i + 1/2, j, k)$ ,  $(i, j + 1/2, k)$ ,  $(i, j, k + 1/2)$  ячейки  $(i, j, k)$  с объемом  $V_{ijk}$ . Поток  $\mathbf{K} \cdot d\mathbf{S}$  представляет собой сумму вязких и невязких потоков,  $\mathbf{K} \cdot d\mathbf{S} = (\mathbf{K}^{\text{in}} + \mathbf{K}^{\text{vis}}) \cdot d\mathbf{S}$ . Вязкие потоки аппроксимируются при помощи центральноразностной схемы второго порядка аппроксимации [25]. Для дискретизации невязких потоков используется MUSCL схема третьего порядка аппроксимации

$$(\mathbf{K}^{\text{in}} \cdot \mathbf{S})_{m+1/2} = \frac{1}{2} \left[ (\mathbf{K}^{\text{in}}(\mathbf{Q}_L) + \mathbf{K}^{\text{in}}(\mathbf{Q}_R)) \mathbf{S}_{m+1/2} - \mathbf{P}_{m+1/2}^{-1} |\mathbf{PA}|_{m+1/2} (\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L) \right], \quad (12)$$

где  $\mathbf{PA}$  — предобусловленная матрица Якоби невязких потоков,

$$\mathbf{PA}(\mathbf{Q}) = \mathbf{P} \frac{\partial(\mathbf{K}^{\text{in}}(\mathbf{Q}) \cdot \mathbf{S})}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} 0 & \beta \rho S_x & \beta \rho S_x & \beta \rho S_x & 0 & 0 \\ \frac{S_x}{\rho} & U + u_1 S_x & u_1 S_y & u_1 S_z & 0 & 0 \\ \frac{S_y}{\rho} & u_2 S_x & U + u_2 S_y & u_2 S_z & 0 & 0 \\ \frac{S_z}{\rho} & u_3 S_x & u_3 S_y & U + u_3 S_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & U & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U \end{pmatrix},$$

$$U = \mathbf{v} \cdot \mathbf{S} = u_1 S_x + u_2 S_y + u_3 S_z.$$

Вычисление  $|\mathbf{PA}| = (\mathbf{PA})^+ - (\mathbf{PA})^-$  основано на расщеплении предобусловленной матрицы Якоби по собственным значениям

$$(\mathbf{PA})^\pm = \mathbf{R} \mathbf{D}^\pm \mathbf{L}, \quad \mathbf{D}^\pm = \text{diag}(\lambda_1^\pm, \lambda_2^\pm, \lambda_3^\pm, \lambda_4^\pm, \lambda_5^\pm, \lambda_6^\pm), \quad \lambda_i^\pm = \frac{1}{2}(\lambda_i \pm |\lambda_i|),$$

где  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{L}$  — матрицы левых и правых собственных векторов  $\mathbf{PA}$  с собственными значениями  $\lambda_i$ :

$$\lambda_{1,2} = U, \quad \lambda_{3,4} = U \pm \sqrt{U^2 + \beta \mathbf{S}^2}, \quad \lambda_{5,6} = U.$$

В (12)  $(\mathbf{PA})_{m+1/2} = \mathbf{PA}(0,5(\mathbf{Q}_L + \mathbf{Q}_R))$ ,  $\mathbf{Q}_R$  и  $\mathbf{Q}_L$  определяются при помощи интерполяции 3-го порядка:

$$\mathbf{Q}_L = \mathbf{Q}_m + \frac{1}{4}(1 - \nu_m) [(1 - \theta)(\mathbf{Q}_m - \mathbf{Q}_{m-1}) + (1 + \theta)(\mathbf{Q}_{m+1} - \mathbf{Q}_m)], \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_R = \mathbf{Q}_{m+1} - \frac{1}{4}(1 - \nu_{m+1}) [(1 - \theta)(\mathbf{Q}_{m+1} - \mathbf{Q}_m) + (1 + \theta)(\mathbf{Q}_{m+2} - \mathbf{Q}_{m+1})], \quad (14)$$

где  $\theta = 1/3$ . Для предотвращения численных осцилляций на границах жидкость–газ в формулах (13), (14) введен специальный ограничитель  $\nu_m$ , предложенный в работе [22]:

$$\nu_m = \max \left( 0, 004, \frac{|\alpha_{L,m-1} - 2\alpha_{L,m} + \alpha_{L,m+1}|}{\alpha_{L,m-1} + 2\alpha_{L,m} + \alpha_{L,m+1}} \right).$$

Ограничитель снижает порядок аппроксимации MUSCL схемы (12) до первого в областях больших градиентов  $\alpha_L$ , значительно улучшая сходимость численного алгоритма.

Полностью неявная схема (10) линеаризуется методом Ньютона [25]. Затем линеаризованная система дискретных уравнений решается с помощью приближенной

LU-факторизации. Обычно для расчетов гидротурбин достаточно 3000–5000 итераций. Для ускорения нестационарных расчетов применено гибридное MPI+OpenMP распараллеливание.

Расчет течения в гидротурбине проводится в циклической постановке, требующей расчета потока только в одном межлопаточном канале направляющего аппарата (НА), одном межлопаточном канале рабочего колеса (РК) и всей отсасывающей трубе (ОТ). На границах «НА–РК», «РК–ОТ» производится окружное усреднение всех скалярных параметров потока ( $p$ ,  $\alpha_L$ ,  $\alpha_G$ ,  $k$ ,  $\varepsilon$ ) и цилиндрических компонент вектора скорости ( $Cr$ ,  $Cu$ ,  $Cz$ ). В работе [17] было показано, что такое упрощение области течения достаточно для задачи моделирования режимов полной загрузки, когда течение под рабочим колесом практически осесимметрично. В случае совместного моделирования течения в водоводе и турбине уравнения (1) и (2)–(5) решаются одновременно.

Гидроакустическая система уравнений (1) решается с использованием неявной противопотоковой схемы 1-го порядка аппроксимации. На каждом временном шаге уравнений (1) и (2)–(5) проводятся итерации по псевдовремени до сходимости. В ходе итерационного решения гидроакустических и двухфазных уравнений происходит обмен скоростью и давлением на границе сопряжения «водовод–турбина», как описано в работе [15].

### 3. Задача о разрушении плотины

Численный метод для чисто кавитационных течений «жидкость–пар» был протестирован в работах [5, 26] на задаче обтекания затупленного цилиндра и на задачах расчета кавитационных характеристик гидротурбин. В рассмотренных стационарных задачах распределение паровой фазы определялось главным образом источниковыми членами, отвечающими за испарение и конденсацию. В случае течения «жидкость–газ» фазовые превращения отсутствуют, поэтому временное и пространственное распределение газовой фазы, то есть положение свободной границы жидкости, определяется только конвективными членами. Это обстоятельство накладывает высокие требования на точность аппроксимации конвективных членов. С целью проверки этих свойств численный алгоритм был применен для решения известной задачи о разрушении плотины [27, 28].

Двумерная расчетная область и начальная конфигурация столба жидкости показана на рис. 2. Согласно эксперименту [27], высота столба равнялась  $h = 2L$ , где  $L = 0,146$  м. Длина и высота резервуара  $a = 4L$ . В начальный момент времени при  $t = 0$  перегородка удаляется и жидкость обрушивается под действием силы тяжести. Движения жидкой и газовой фаз предполагались ламинарными, вязкость жидкости  $\mu_L = 10^{-3}$  Па·с. Ускорение свободного падения  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>. Плотности воды и воздуха составляли  $\rho_L = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и  $\rho_G = 1$  кг/м<sup>3</sup> соответственно. На левой, правой и нижней стенках использовались условия прилипания. Условие на верхней границе расчетной области задавалось аналогично подходу, предложенному в работе [29] в предположении, что жидкость может покидать расчетную область через верхнюю границу, но не может вернуться в расчетную область. На всех границах задается равенство нулю производных по нормали для всех объемных долей. Расчеты были проведены на двух равномерных сетках:  $100 \times 100$  и  $200 \times 200$  ячеек.

На рис. 3 показана зависимость координаты  $Z$  переднего фронта волны от безразмерного времени в сравнении с экспериментальными [27, 28] и численными результатами [29]. Видно, что до момента

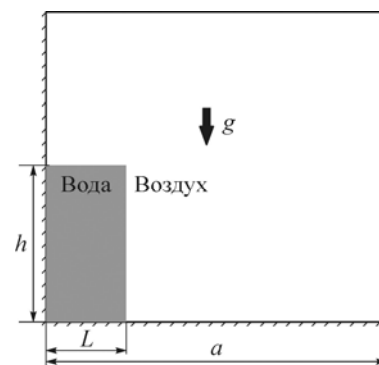


Рис. 2. Начальная конфигурация столба жидкости.

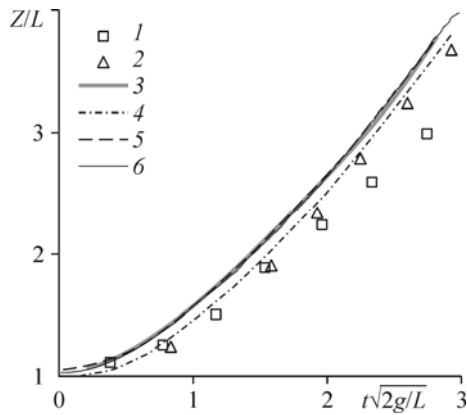


Рис. 3. Движение переднего фронта жидкости. Экспериментальные данные работ [27] (1), [28] (2); расчеты [27] (3), [29] (4); расчеты настоящей работы на сетках  $100 \times 100$  (5) и  $200 \times 200$  (6).

достижения правой границы полученные результаты практически не зависят от сетки и совпадают с расчетами [28]. На рис. 4 показано, что мгновенные положения свободной поверхности, полученные в настоящих расчетах, хорошо совпадают с фотографиями из эксперимента [27] и расчетами [29]. Полученные результаты показывают достаточную точность разрешения границы «жидкость–пар»

при сквозном расчете движения многофазной смеси.

#### 4. Вдув воздуха под рабочее колесо гидротурбины

Рассмотрим применение предложенного выше численного алгоритма для исследования влияния вдува воздуха на колебания давления в проточном тракте гидроэлектростанции, работающей в режиме повышенной нагрузки. В качестве примера выбрана ГЭС

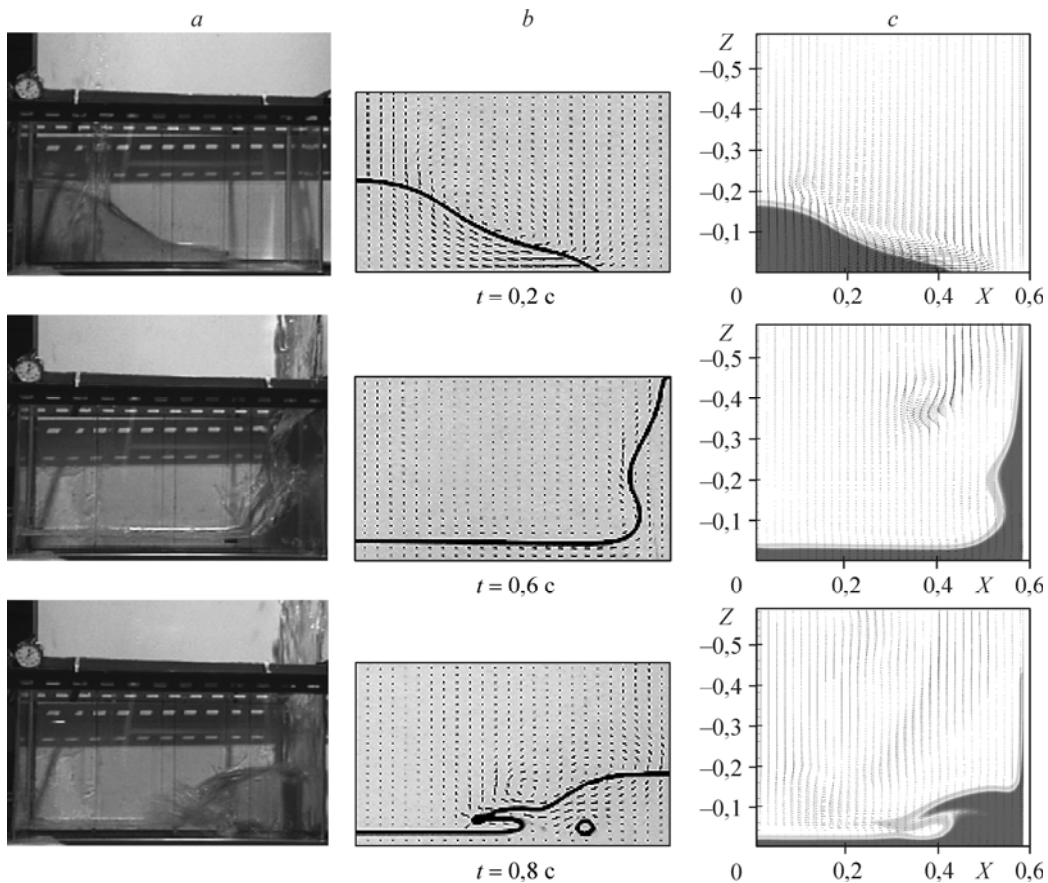


Рис. 4. Результат решения задачи о разрушении плотины.

*a* — экспериментальные данные [27], *b* — численные результаты [29], *c* — результаты настоящей работы.



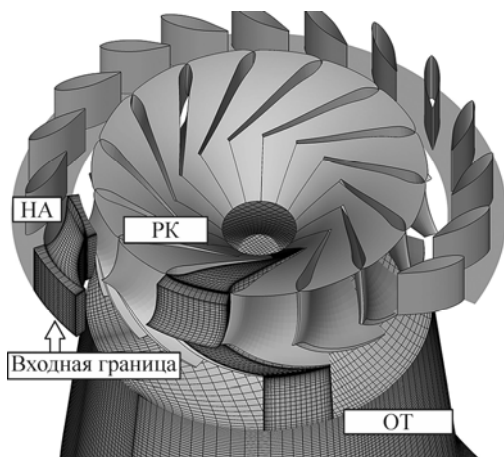


Рис. 5. Расчетная область и сетка в НА, ПК и входной части ОТ.

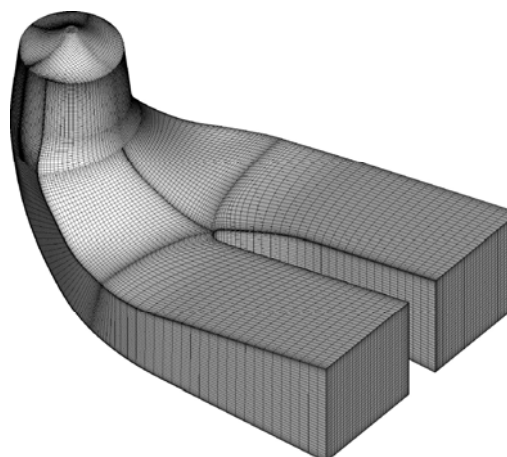


Рис. 6. Сетка в ОТ.

с радиально-осевым рабочим колесом быстроходности  $n_q = 48,3$  и водоводом длиной 238 м. На рис. 5, 6 показана сетка в НА, ПК и ОТ гидротурбины, состоящая из 520000 ячеек. Для решения уравнений гидроакустики в области водовода использовалась равномерная сетка с 1000 ячейками. Шаг по времени  $\Delta t$  равнялся  $1/48$  периода оборота РК, что является достаточным для двухфазных расчетов [16, 17]. Плотность воздуха  $\rho_G = 1 \text{ кг/м}^3$ .

#### 4.1. Граничные условия

На входе в водовод и выходе из ОТ соответственно фиксируются полные энергии потока  $E_1$  и  $E_2$ , как описано в работах [15, 16]. Разность энергий  $E_1 - E_2$  равна напору  $H$  на турбине. В такой постановке расход жидкости  $Q$  через турбину оказывается заранее неизвестен и находится в ходе гидродинамического расчета.

Входная граница для воздушной фазы — круг радиусом  $R_v$  на нижнем срезе ступицы рабочего колеса (см. рис. 7). Здесь задается постоянная скорость вдуваемого воздуха  $w_G$ , соответствующая заданному фиксированному расходу воздуха  $Q_{\text{air}}$ . Давление на этом участке границы экстраполируется из внутренней части расчетной области.

Технология проведения расчета заключается в следующем: сначала рассчитывается стационарное многофазное поле течения в одной турбине без водовода, затем подключается водовод и проводится нестационарный трехфазный расчет.

#### 4.2. Результаты расчетов

Рассмотрен режим работы турбины мощностью  $1,175P_{\text{ном}}$ , где  $P_{\text{ном}}$  — номинальная мощность. Расчеты этого режима по двухфазной модели «жидкость–пар» дают сильные колебания расхода жидкости и давления, которые распространяются по всему проточному тракту [16, 17]. На рис. 8 показаны пульсации давления  $\Delta p$  в направляющем аппарате, отнесенные к напору  $H$  на всей турбине. Видно, что без вдува воздуха размах пульсаций

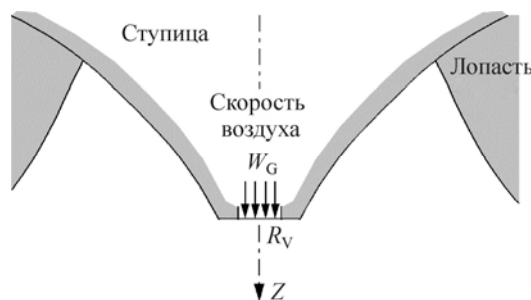


Рис. 7. Схема вдува воздуха под РК гидротурбины.

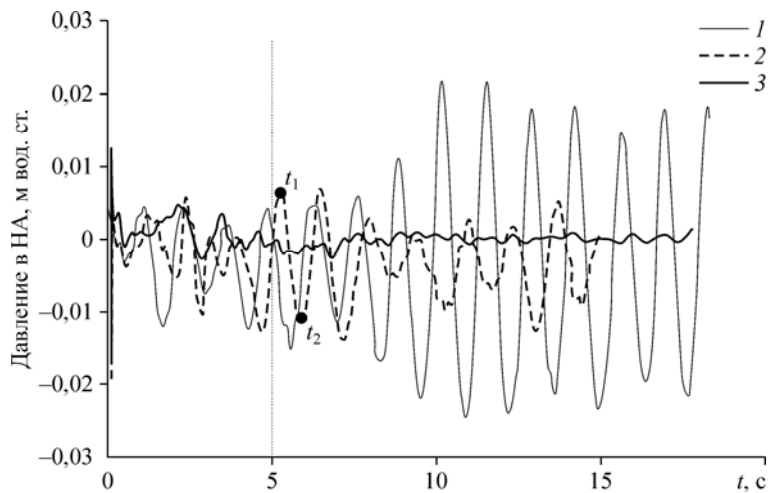
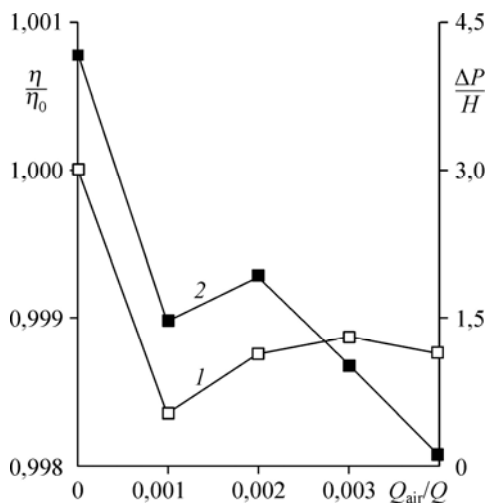


Рис. 8. Пульсации давления на входе в НА: влияние вдува воздуха. В отсутствие воздуха (1),  $Q_{air}/Q = 0,001$  (2), 0,004 (3).

составляет более 4 % от напора. Далее проведены расчеты со вдувом воздуха. Расход воздуха  $Q_{air}$  варьировался от 0,1 до 0,4 % от расхода жидкости  $Q$ . На рис. 8 показаны пульсации давления в НА при минимальном и максимальном расходах воздуха. Видно, что при небольшом расходе воздуха (0,1 %) амплитуда пульсаций снижена, но они все еще сохраняются. В то же время при максимальном расходе (0,4 %) воздух полностью демпфирует колебания давления. На рис. 9 показаны зависимости КПД и амплитуды пульсаций давления в НА от скорости вдуваемого воздуха. Видно, что вдув воздуха незначительно снижает КПД турбины — на 0,1 %.

На рис. 10 сравниваются мгновенные картины течения в отсасывающей трубе для разных расходов воздуха. Области кавитации отображены изолиниями паровой фазы  $\alpha_v = 1 - \alpha_L - \alpha_G$ . Воздушная каверна визуализирована при помощи изоповерхности  $\alpha_G = 0,25$ . На рис. 11 аналогичным образом представлены изолинии вертикальной компоненты скорости  $W$ . Видно, что область кавитации наблюдается сразу под обтекателем РК в центре отсасывающей трубы. При небольшом расходе воздуха хорошо заметна струя воздуха, пронизывающая кавитационную каверну. Отметим, что при расходе воздуха



$Q_{air} = 0,001Q$  длина этой воздушной ножки пульсирует со временем. Сразу после прохождения кавитационной каверны струя воздуха попадает в зону возвратного течения (при вертикальной скорости  $W < 0$ ). Здесь струя распадается и образуется плавучий воздушный пузырь. При увеличении расхода воздуха длина воздушной струи, как и объем кавитационной каверны, уменьшается, рециркуляционная зона приближается к обтекателю РК.

Рис. 9. Зависимость относительного КПД (1) и амплитуды пульсаций давления (2) от расхода вдуваемого воздуха.

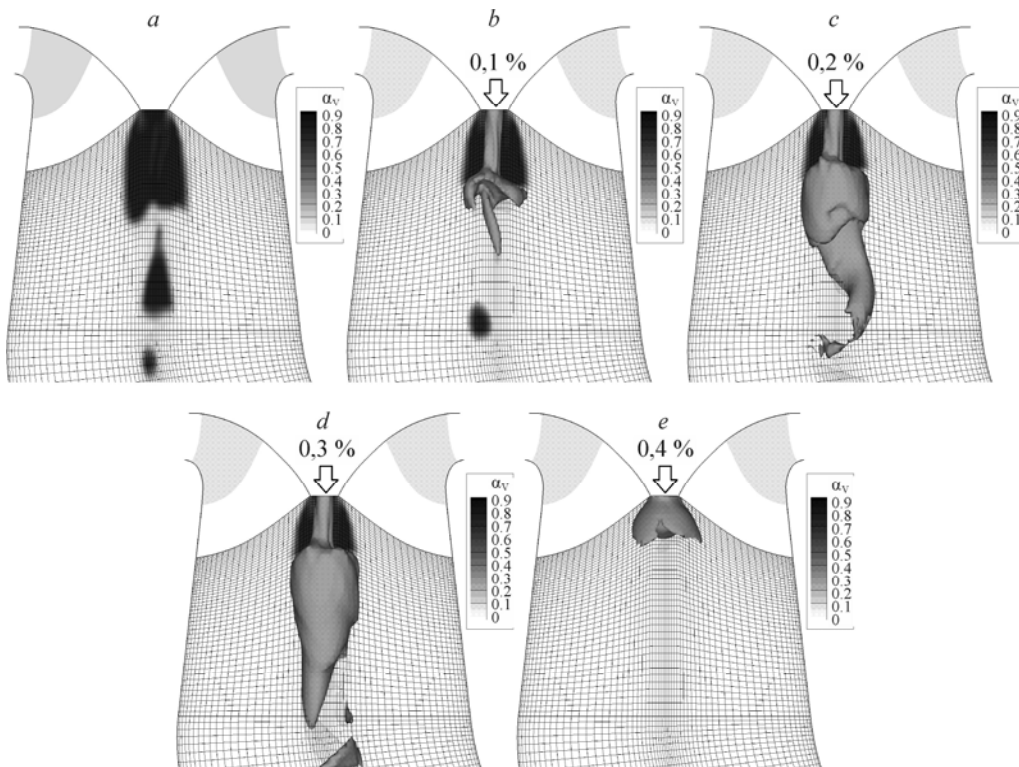


Рис. 10. Распределение объемной доли пара  $\alpha_v \equiv 1 - \alpha_L - \alpha_G$  в ОТ.  
 a — без вдува воздуха; b–e — со вдувом, при  $Q_{\text{air}}/Q = 0,001, 0,002, 0,003, 0,004$  соответственно.

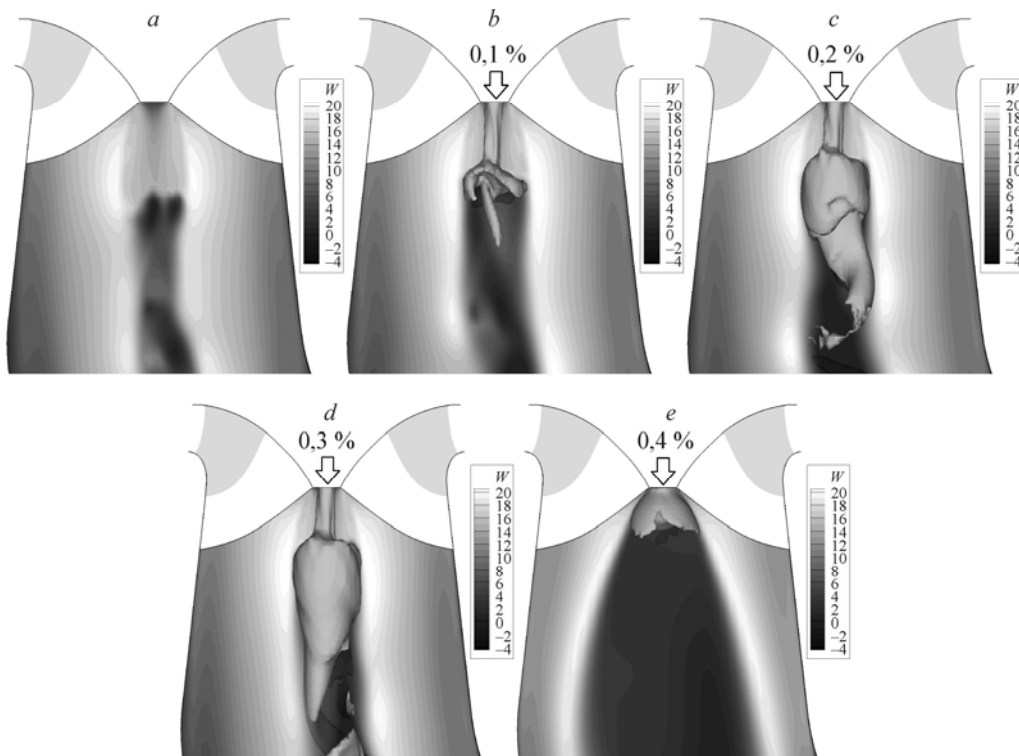


Рис. 11. Распределение вертикальной компоненты скорости в конусе ОТ.  
 a — без вдува воздуха; b–e — со вдувом, при  $Q_{\text{air}}/Q = 0,001, 0,002, 0,003, 0,004$  соответственно.

При максимальном расходе воздуха (0,4 %) рециркуляционная зона в центре отсасывающей трубы доходит до обтекателя РК, расширяется, кавитация в потоке полностью исчезает. Воздух при этом аккумулируется сразу под обтекателем рабочего колеса. В этом режиме наблюдаются минимальные пульсации давления. Таким образом, подача воздуха уменьшает кавитационные явления под РК. Кроме этого, благодаря своей пластичности воздух изменяет картину течения, расширяя зону стагнации потока в центре ОТ. Оба этих эффекта приводят к стабилизации потока.

## 5. Обсуждение результатов и выводы

Разработаны модель, численный метод и методика расчета нестационарного течения «жидкость–пар–газ», возникающего в гидротурбине при подаче в нее воздуха. Для этого предложенная ранее одно–трехмерная численная модель течения в проточном тракте ГЭС расширена путем введения второй газовой компоненты — неконденсируемого газа (воздуха). Для численного решения уравнений использован метод искусственной сжимаемости с MUSCL схемой 3-го порядка для аппроксимации конвективных потоков. Точность расчета переноса жидкой и газовой фазы протестирована на сквозном расчете задачи о разрушении плотины.

Разработанная численная модель применена для исследования влияния вдува воздуха под рабочее колесо гидротурбины на нестационарное кавитационное течение в проточном тракте на режиме повышенной нагрузки. Гидродинамические расчеты показали, что даже при небольшом объемном расходе вдуваемого воздуха (порядка 0,1 % от расхода жидкости) амплитуда автоколебаний снижается в несколько раз. При увеличении подачи воздуха до 0,4 % пульсации давления практически исчезают. Проанализирована картина многофазного течения в отсасывающей трубе. По всей видимости, снижение пульсаций происходит за счет уменьшения области кавитации и за счет перестроения потока под рабочим колесом вследствие всплытия воздушного пузыря.

Необходимо отметить, что в представленной модели воздух рассматривался как несжимаемая жидкость с постоянной плотностью, меньшей плотности жидкости:  $\rho_G / \rho_L = 0,001$ . Таким образом, вдув воздуха в турбину действует аналогично водяной струе, которая исследовалась в работе [30], за исключением разности плотностей. Поэтому настоящая модель не способна описать изменение кавитационной податливости, вызванное подачей воздуха. В последующем для описания движения воздушной фазы планируется применить модель сжимаемой среды.

В настоящей работе рассмотрен случай принудительного вдува воздуха с заданным расходом. Для моделирования впуска (автоматического подсоса) атмосферного воздуха необходимо изменить условие на входной границе для воздушной фазы. А именно, фиксировать не расход воздуха, а его давление. Это предмет дальнейших исследований.

Применение разработанной численной модели позволит прогнозировать пульсации давления в гидротурбине при вдуве воздуха на этапе проектирования рабочего колеса, а также оптимизировать расположение точек вдува и механизм подачи воздуха.

## Список литературы

1. Avellan F. Introduction to cavitation in hydraulic machinery // The 6th Intern. Conf. on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Timisoara, Romania, 21–22 October. 2004. P. 11–22.
2. Coutier-Delgosha O., Morel P., Fortes-Patella R., Reboud J.L. Numerical simulation of turbopump inducer cavitating behavior // Int. J. of Rotating Machinery. 2005. Vol. 2005, Iss. 2. P. 135–142.
3. Kurosawa S., Lim S.M., Enomoto Y. Virtual model test for a Francis turbine // IOP Conference Series: Earth and Environmental Sci. 2010. Vol. 12, No. 1. Proc. of 25th IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems. P. 012063-1–012063-10.
4. Motycak L., Skotak A., Kupeik R. Kaplan turbine tip vortex cavitation-analysis and prevention // IOP Conference Series: Earth and Environmental Sci. 2012. Vol. 15, Part 3. Proc. of 26th IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems. P. 032060-1–032060-8.

5. **Панов Л.В., Чирков Д.В., Чёрный С.Г., Пылев И.М., Сотников А.А.** Численное моделирование стационарных кавитационных течений вязкой жидкости в гидротурбине Френсиса // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 4. С. 461–473.
6. **Jošt D., Lipej A.** Numerical prediction of non-cavitating and cavitating vortex rope in a Francis turbine draft tube // Strojniški vestnik — J. of Mechanical Engineering. 2011. Vol. 57, No. 6. P. 445–456.
7. **Wu Y., Liu S., Dou H.-S., Zhang L.** Simulations of unsteady cavitating turbulent flow in a Francis turbine using the RANS method and the improved mixture model of two-phase flows // Engng with Computers. 2011. Vol. 27, No. 3. P. 235–250.
8. **Арт В.Х., Окулов В.М., Пылев И.М.** Неустойчивость напорных систем гидроэнергоблоков // Изв. АН. Энергетика. 1996. № 3. С. 122–132.
9. **Курзин В.Б.** Механизм возникновения низкочастотных гидроакустических автоколебаний в проточной части гидроагрегата // Прикл. механика и технич. физика. 2017. (В печати).
10. **Казакевич В.В.** Автоколебания (помпаж) в компрессорах. М.: Машиностроение, 1974. 264 с.
11. **Юркевич Б.Н.** Отзыв на ст. Лобановского Ю.И. “Автоколебания напорных систем и разрушение гидроагрегатов” // Гидротехническое строительство. 2011. № 1. С. 51–55.
12. **Koutnik J., Pulpitel L.** Modeling of the Francis turbine full-load surge // Modeling, Testing and Monitoring for Hydro Power plants, Lausanne, Switzerland. 1996. P. 143–154.
13. **Koutnik J., Nicolet C., Schohl G.A., Avellan F.** Overload surge event in a pumped storage power plant // Proc. of IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems. Yokohama, Japan. 2006. 14 p.
14. **Dörfler P.** Evaluating 1D models for vortex-induced pulsation in Francis turbines // Proc. of 3rd IAHR Working Group on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems Brno, Czech Republic. 2009. P. 315–324.
15. **Chirkov D., Avdyushenko A., Panov L., Bannikov D., Cherny S., Skorospelov V., Pylev I.** CFD simulation of pressure and discharge surge in Francis turbine at off-design conditions // Proc. of 26th IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Beijing, China. 2012. 9 p.
16. **Chirkov D., Panov L., Cherny S., Pylev I.** Numerical simulation of full load surge in Francis turbines based on three-dimensional cavitating flow model // Proc. of 27th IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Montreal, Canada, 2014. 11 p.
17. **Chirkov D., Cherny S., Scherbakov P., Zakharov A.** Evaluation of range of stable operation of hydraulic turbine based on 1D-3D model of full load pulsations // Proc. of 6th IAHR Working Group on Cavitation and dynamic problems in hydraulic machinery and systems. Ljubljana, Slovenia. 2015. P. 177–184.
18. **Papillon B., Kirejczyk J., Sabourin M.** Atmospheric air admission in hydro turbines // Hydrovision. 2000. Paper No. 3C.
19. **Dörfler P., Sick M., Coutu A.** Flow-Induced pulsation and vibration in hydroelectric machinery. London: Springer-Verlag, 2013. 242 p.
20. **Türkmenoglu V.** The vortex effect of Francis turbine in electric power generation // Turkish J. Electrical Engng and Computer Sci. 2013. Vol. 21, No. 1. P. 26–37.
21. **Nicolet C.** Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems. Ph. D. Thesis EPFL. 2007. No. 3751. 314 p.
22. **Chen Y.S., Kim S.W.** Computation of turbulent flows using an extended  $k-\epsilon$  turbulence closure model // NASA CR-179204, 1987. 22 p.
23. **Zwart P.J., Gerber A.G., Belamri T.A.** Two-phase flow model for predicting cavitation dynamics // ICMF, 2004. Intern. Conf. on Multiphase Flow, Yokohama, Japan. 2004. Paper No. 152.
24. **Чёрный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скорospelов В.А., Шаров С.В.** Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 206 с.
25. **Kunz R.F., Boger D.A., Stinebring D.A. et al.** A preconditioned Navier–Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction // Computers and Fluids. 2000. Vol. 29, No. 8. P. 849–875.
26. **Панов Л.В., Чирков Д.В., Чёрный С.Г.** Численные алгоритмы моделирования кавитационных течений вязкой жидкости // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16, № 4. С. 96–113.
27. **Koshizuka S., Oka. Y.** Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible // Fluid Nuclear Sci. and Engng. 1996. Vol. 123. P. 421–434.
28. **Martin J., Moyce W.** An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sci. 1952. Vol. 244, No. 882. P. 312–324.
29. **Ubbink O.** Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces. Ph. D. Thesis. London: Imperial College of Sci. Technology and Medicine, 1997. 136 p.
30. **Susan-Resiga R., Vu T.C., Muntean S., Ciocan G.D., Nennemann B.** Jet control of the draft tube vortex rope in Francis turbines at partial discharge // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems. Yokohama, Japan, 2006.

*Статья поступила в редакцию 1 февраля 2017 г.,  
после доработки — 30 марта 2017 г.*