

УДК 621.4

Исследование затухания следа за диском в гидроканале при больших числах Рейнольдса*

И.В. Наумов¹, И.В. Литвинов¹, Р.Ф. Миккельсен², В.Л. Окулов^{1,2}

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Датский технический университет, Люнгби, Дания

E-mail: naumov@itp.nsc.ru

С помощью ЛДА и PIV исследуются закономерности затухания осесимметричного турбулентного следа за неподвижным диском в водном канале для чисел Рейнольдса $Re = 1,5-2,4 \cdot 10^5$. Проведено сравнение с экспериментами, выполненными ранее с помощью гребенки термоанемометров за неподвижным диском в аэродинамической трубе при меньших числах Рейнольдса ($Re = 1,3-2,6 \cdot 10^4$). Для новых диапазонов изменения числа Рейнольдса в ходе наблюдений было установлено, что профиль распределения скорости в следе за диском сохраняет подобие. Затухание следа с показателем степени $-2/3$ в проведенном эксперименте сохранялось до тех пор, пока максимальное значение дефицита скорости не стало сравнимым с уровнем турбулентных пульсаций набегающего потока (менее 2 %).

Ключевые слова: след за обтекаемым телом, уровень турбулентности набегающего потока, дефицит скорости, подобие профилей скорости, лазерная доплеровская анемометрия, цифровая трассерная визуализация.

Введение

Структура течения в окрестности и непосредственно за затупленными телами интенсивно исследуется вследствие широкого применения последних во многих аэро- и гидродинамических приложениях, например, при обтекании элементов транспортных средств или других устройств различной природы, расположенных или двигающихся в потоках жидкости. Круглый тонкий диск диаметра D является простейшим частным случаем таких тел. Течение в следе за любым затупленным обтекаемым телом, в том числе и за круглым диском, зависит от числа Рейнольдса. При малых числах Рейнольдса ($Re < 300$) структура течения за диском и его ближний след (до 10 калибров) достаточно подробно описаны, например, в работах [1, 2]. Характеристики дальнего следа при медленных обтеканиях диска менее изучены по сравнению с другими базовыми конфигурациями, такими как сферы или цилиндры [3].

Хорошо известно, что при увеличении числа Рейнольдса структура течения позади любого затупленного тела становится более сложной из-за перехода от ламинарного к турбулентному течению. Экспериментальные работы и в этом случае были сосредоточены

* Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 14-29-00093).

на наблюдениях за динамикой следа: механизмом формирования сходящих вихрей, развитием неустойчивости в ближнем следе и затуханием дальнего следа [4–7]. Исследуя неустойчивость турбулентного ближнего следа при числах Рейнольдса от 10^4 до $3 \cdot 10^5$, авторы [4] экспериментально показали, что след за диском можно характеризовать тремя основными частотами: частотой осесимметричных пульсаций рециркуляционной зоны возвратного течения с числом Струхала $St \sim 0,05$, частотой асимметричных колебаний, вызванных винтовой вихревой структурой следа ($St \sim 0,14$), и относительно высокой частотой ($St \sim 1,6$), характеризующей неустойчивость сдвигового слоя. Результаты для $Re = 10^4$ были недавно подтверждены численным расчетом [8], проведенным на расстоянии вплоть до 15-ти калибров за диском. Отметим, что из вышеперечисленных случаев только асимметричные пульсации распространяются на значительное удаление от диска (более 10-ти калибров) [5] при сохранении числа Струхала $St \sim 0,14$ в большом (от 10^4 до $3 \cdot 10^5$) исследованном диапазоне изменения числа Рейнольдса.

Если про асимметричные колебания следа известно давно, то осесимметричный турбулентный дальний след стал объектом интенсивных исследований в последние десятилетия. Однако в своем большинстве полученные экспериментальные результаты либо были незавершенными, либо содержали противоречивые данные. Действительно, дальний след за затупленным телом представляет собой достаточно сложный для диагностирования поток из-за сравнительно небольших возмущений набегающего потока или значений максимального дефицита скорости в следе

$$\frac{\Delta U(x)}{U_0} = \frac{\max(U_0 - U_z(x))}{U_0}, \quad (1)$$

где U_0 — скорость свободного набегающего потока и U_z — продольная компонента скорости в поперечном сечении следа позади диска. Для точной оценки экспериментальных данных в контексте анализа подобия течений в следах необходимо определять распределение скорости в следе или, по крайней мере, знать ее максимальный дефицит и ширину, когда интенсивность турбулентности набегающего потока имеет тот же порядок, что и сам дефицит с его медленным уменьшением вниз по течению.

В работе [9] были выполнены достаточно полные исследования осесимметричного турбулентного следа за диском, расположенным перпендикулярно к потоку в аэродинамической трубе. Были получены данные о распределении средней скорости и напряжений Рейнольдса при числе Рейнольдса $Re = 7 \cdot 10^4$, пропорциональном диаметру диска и скорости набегающего потока. Основанный на этих измерениях вывод состоял в том, что дальний след самоподобен [10] как минимум на пятнадцать диаметров ниже по течению. В работах [6, 7] осесимметричный след за диском изучался на более значительных расстояниях ($10 < x/D < 150$) с использованием гребенки из пятнадцати термоанемометров в малозумной аэродинамической трубе с уровнем пульсаций менее 0,5%. Диаметр диска составлял 20 мм, а число Рейнольдса, основанное на скорости набегающего потока, равнялось 26400. Были получены профили распределения средней скорости, среднеквадратичного отклонения и энергетические спектры пульсаций. При помощи метода регрессии было получено поперечное распределение дефицита скорости вдоль оси вплоть до крайнего положения ($x/D = 150$). Экспериментально было найдено, что в начале измерений (при $x/D = 10$) дефицит $\Delta U(x)$ отличался от значения средней скорости свободного потока приблизительно на 10%. Сначала он быстро уменьшался, а затем достаточно долго оставался малой величиной в окрестности $\approx 1\%$. В последнем измеренном сечении при $x/D = 150$ его выделить не удалось, т.к. он оказался равным уровню пульсаций набегающего потока [6]. Среднеквадратичное отклонение имело сходный характер с поведением дефицита скорости, т.е. $U_{\text{rms}}/\Delta U \approx 1$. Полученные экспериментальные данные оказались хорошо согласованными с аналитическими степенными зависимостями, описывающими как затухание турбулентного следа, так и расширение его профиля [7].

Самоподобие профилей скорости в области дальнего следа ($10 < x/D < 150$) подтвердилось для относительно больших значений чисел Рейнольдса до $Re = 1,3-2,6 \cdot 10^4$.

Возникает закономерный вопрос, можно ли считать явление самоподобия формы дальнего следа некоторой универсальной характеристикой, присущей относительно широкому диапазону изменения чисел Рейнольдса, подобно уже хорошо протестированному упомянутому выше свойству постоянства числа Струхала для крупномасштабных асимметричных пульсаций в следе [5]. Целью настоящей работы было выявление экспериментальным путем свойств самоподобия турбулентного осесимметричного следа за неподвижным диском для новых больших (более чем на порядок) чисел Рейнольдса ($Re = 1,5-2,4 \cdot 10^5$). Другим отличием от предыдущих исследований явилась проверка возможности применения бесконтактных методов диагностики течений, основанных на лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) и цифровой трассерной визуализации (PIV), в отличие от использованной в работах [6, 7] гребенки термоанемометров. Выбор контактных термоанемометров авторы [6, 7] объясняли большой погрешностью бесконтактных методов и трудностью засеивания дальнего следа светорассеивающими частицами в воздушных потоках, поэтому в представленных ниже экспериментах использовался водный поток в гидроканале вместо ранее изученного воздушного потока аэродинамической трубы [7, 10].

1. Методика и условия эксперимента

Экспериментальные исследования затухания дальнего следа за круглым диском выполнялись в водном канале Датского технического университета. Длина канала составляла 35 м, ширина — 3 м, рабочая высота — 0,9 м. Более полное его описание можно найти в работах [11, 12], где он использовался для изучения особенностей течения за моделью ветрогенератора. Для проведения оптических измерений на расстоянии 20 м от начала канала располагался измерительный участок длиной 3 м, все стенки и дно которого были выполнены из стекла. Скорость потока в измерительной секции всегда была близка к $U_0 = 0,6$ м/с, что обеспечивалось поддержанием постоянного расхода в $1,5$ м³/с для циркулирующей воды в замкнутом контуре канала. Максимально допустимые колебания расхода не превышали 2 %. Контроль скорости потока дополнительно осуществлялся лазерным доплеровским анемометром в ходе всего эксперимента. Толщина пограничного слоя (≈ 20 см) и уровень турбулентных пульсаций (≈ 2 %) невозмущенного течения в измерительном участке вне пограничного слоя были определены ранее при изучении следа за моделью ветрогенераторов (рис. 1) и описаны в работах [13, 14]. В настоящей работе для изучения следа использовался диск из органического стекла диаметром $D = 300$ мм и толщиной $h = 10$ мм (рис. 2). Он был закреплен с помощью такого же держателя, что и в [14], и установлен на перемещаемой над каналом платформе на 0,6 м позади диска. В экспериментах ось диска размещалась на высоте 0,5 м от дна и была удалена на 0,7 м от стенки канала, чтобы свести влияние неоднородности профиля набегающего потока к минимуму (рис. 1).

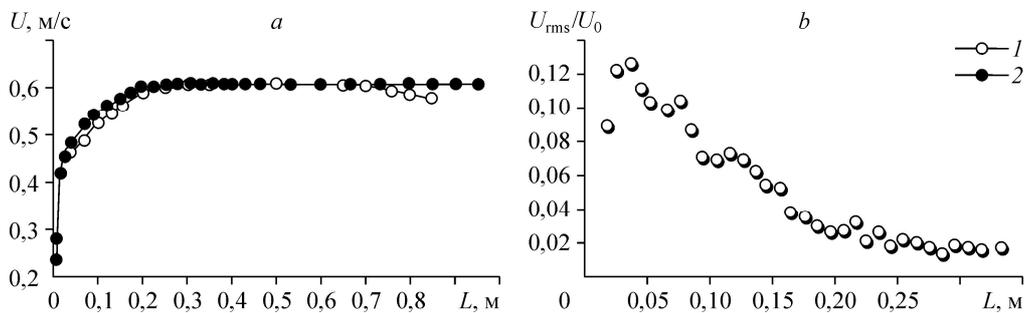


Рис. 1. Распределение скорости в горизонтальном (1) и вертикальном (2) сечениях канала (а), уровень турбулентных пульсаций (б).

$L = 0$ — стенка (дно) канала.

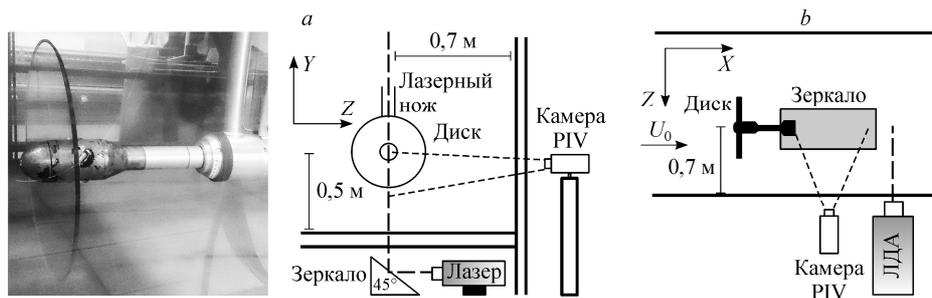


Рис. 2. Внешний вид диска ($D = 300$ мм) в гидроканале (а) и схема измерительной системы для PIV и ЛДА (b).

Для экспериментального исследования затухания турбулентного следа за круглым диском использовалось ЛДА и стерео PIV измерительное оборудование фирмы Dantec, особенности использования которого описаны в работах [15, 16]. Исследование структуры следа за диском проводилось всегда в одном фиксированном сечении канала с описанными выше характеристиками невозмущенного течения на расстоянии 20-ти метров от начала канала. Длина следа или расстояние от диска до измерительного сечения изменялось путем перемещения диска в заданное стационарное положение вверх по потоку, чтобы избежать влияния нарастания толщины пограничного слоя у стенок канала при движении измерительного сечения вниз по потоку. Этим обеспечивался фиксированный размер пограничного слоя, позволяющий избегать его взаимодействия с зоной следа. При перемещении вверх по потоку сам диск и след за ним всегда оставались в зоне обтекания равномерным набегающим потоком благодаря тому, что толщина пограничного слоя в начале канала имеет еще меньшее значение (почти в два раза по сравнению с профилем, изображенным на рис. 1). Перемещение неподвижного диска вверх по потоку позволило провести измерения затухания следа на удалении до $x/D = 60$.

При измерениях полей скорости применялась Dantec стерео PIV-система, которая использовалась в планарной конфигурации, где единственная камера располагалась фронтально к каналу и световому сечению (рис. 2b). В качестве осветителя для формирования светового ножа PIV применялся Nd:YAG импульсный лазер с характеристиками: 120 мДж энергии в импульсе, длина волны — 532 нм, частота срабатывания — 15 Гц. Лазерный нож толщиной 2 мм формировал вертикальное световое сечение, проходящее через ось диска, при помощи зеркала, расположенного под углом 45° под дном канала. Регистрация изображения проводилась на камеру Dantec HiSense II с фокусным расстоянием 55 мм и разрешением 4872×3248 пикселей. Область измерения составляла 532×356 мм. Для вычисления поля скорости использовалось программное обеспечение Dantec Dynamic Studio Version 2.21.

Все области исследования выбирались так, чтобы они накладывались друг на друга с пересечением 40 мм, тем самым гарантируя восстановление всего поля скорости. Позиционирование каждого измерительного окна осуществлялось посредством перемещения подвижной платформы, на которой был закреплен диск, вдоль водяного канала (ось X согласно рис. 2). Это перемещение диска позволяло менять измерительные окна без изменения положения оптической системы (лазерного ножа и регистрирующей изображение камеры). Результирующие поля скорости для каждого измерительного окна получались путем осреднения двухсот мгновенных полей скорости, измеренных с частотой 4 Гц. В результате обработки изображений программой Dynamic Studio в плоскости светового ножа XU были определены две компоненты скорости (u, v). Значения полей скорости всех измерительных окон затем сшивались путем

равномерного обрезания зон перекрытия этих окон для получения картины течения в полном тестируемом сечении.

Для измерения дефицита скорости и уровня пульсаций в следе позади диска использовался двухкомпонентный лазерный доплеровский анемометр (Dantec 2-D Fiberflow LDA). Анемометр выполнен на твердотельном лазере Genesis MX SLM мощностью 1W и коммерческом процессоре Dantec для обработки доплеровских сигналов (BSA57N2). В данном ЛДА применяется дифференциальная двухчастотная оптическая конфигурация (частота сдвига 40 МГц). Диаметр оптической головки равен 112 мм, фокусное расстояние — 600 мм, диаметр лазерных пучков — 1,35 мм. Длины волн лазерного излучения составляли 514,5 нм (зеленый свет) и 488 нм (синий свет). Размер измерительной зоны ЛДА — 0,12×0,12×1,52 мм. Время накопления доплеровского сигнала составляло 100 с при количестве регистрируемых доплеровских вспышек около пятидесяти в секунду. Доплеровский сигнал от светорассеивающих частиц обрабатывался сигнальным процессором на персональном компьютере.

2. Экспериментальные результаты и обсуждение

На рис. 3 приведен пример затухания возмущения поля скорости. Светлой линией отмечена граница области возвратного течения. Белым цветом показана область расположения диска и тень от него и крепежного устройства. Максимальное значение пульсаций вне крепежа и тени от диска находится на расстоянии от 2 до 5 диаметров за диском. По этим данным можно предположить, что все возмущения от крепежа локализованы в области застойной зоны за диском — в зоне возвратного течения, и могут оказывать слабое влияние на дальний след. PIV-измерения были выполнены только для расстояния 10-ти калибров вниз по потоку в силу того, что инструментальная погрешность прибора 3–5 % при уровне турбулентности набегающего потока 2 % не позволяет измерять дефицит скорости с необходимым разрешением в более удаленных областях следа. По этой причине в дальнем следе за диском изменения профиля средней осевой скорости были проанализированы ЛДА, обладающим погрешностью измерения менее 1%. Для наглядной оценки скорости затухания в следе на рис. 4а представлены изменения осевой скорости при удалении от диска вдоль его оси. Видно, что при $x/D \geq 30$ значения дефицита скорости составляют $\approx 2\%$, а уровень пульсаций $\approx 3\%$ (рис. 4b) становится сопоставимым с уровнем турбулентных пульсаций свободного набегающего потока (рис. 1b).

Для более полного описания структуры развития пульсаций в следе за диском

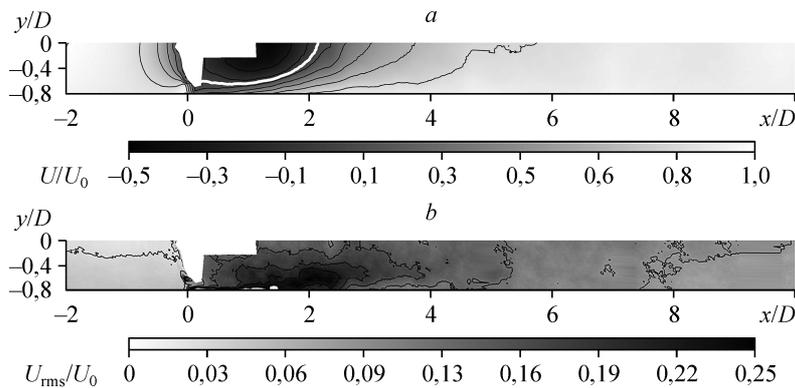


Рис. 3. Распределение осевой компоненты скорости (а) и среднеквадратичного отклонения (b) в вихревом следе за неподвижным диском диаметром 300 мм.

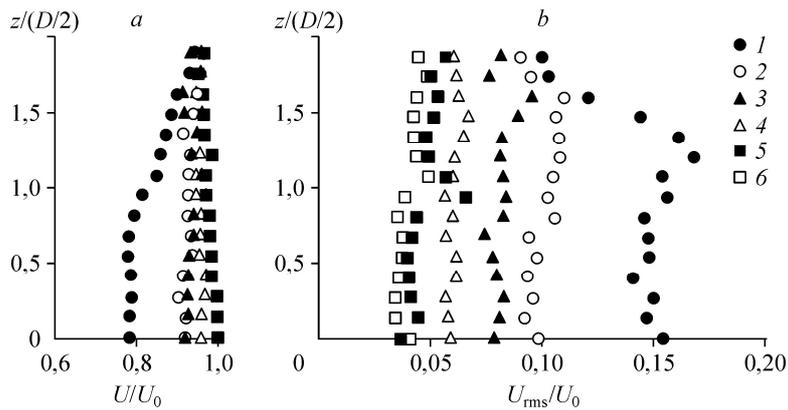


Рис. 4. Распределение осевой компоненты скорости (а) и значения среднеквадратичного отклонения (б) в осесимметричном турбулентном следе за круглым диском.

$x/D = 5D$ (1), $10D$ (2), $15D$ (3), $20D$ (4), $30D$ (5), $45D$ (6).

дополнительно укажем значения их доминирующих частот. В ходе ЛДА-измерений было установлено, что на удалении $5 < x/D < 15$ в следе позади диска наблюдается ярко выраженная доминирующая частота $f = 0,3$ Гц, соответствующая числу Струхала $St \sim 0,14$, рассчитанному по диаметру диска и скорости набегающего потока, что полностью соответствует результатам работ [4–8].

В табл. 1 представлены нормированные на скорость набегающего потока U_0 измеренные с помощью методов ЛДА и PIV значения скорости на оси диска вниз по потоку. За пределами зоны возвратного течения в начале формирования дальнего следа на рас-

Таблица 1

Значение скорости на оси диска вниз по потоку

x/D	PIV $\Delta U/U_0$	PIV U_{rms}/U_0	ЛДА $\Delta U/U_0$	ЛДА U_{rms}/U_0	В аэротрубе, [7] $\Delta U/U_0$
3,26	0,31	0,16			
3,96	0,23	0,14			
4,31	0,20	0,13			
4,50			0,20	0,15	
5,01	0,17	0,13			
5,71	0,15	0,12			
6,50			0,15	0,12	
6,76	0,13	0,11			
7,46	0,12	0,11			
8,52	0,11	0,10			
8,87	0,10	0,09			
9,92	0,09	0,09			
10,0	0,09	0,09	0,09	0,10	0,096
13,0			0,07	0,08	
19,0	0,06	0,06	0,05	0,06	
20,0					0,049
26,0			0,045	0,05	
30,0					0,034
32,0			0,042	0,04	
39,0			0,043	0,04	
40,0					0,028
45,0			0,041	0,04	
50,0					0,023
51,0			0,042	0,04	
59,0			0,04	0,04	
60,0					0,021

стоянии $3D$ дефицит осевой скорости в следе принимает максимальное значение. Он, сохраняясь максимальным на оси диска в каждом сечении, быстро уменьшается при дальнейшем удалении от диска вдоль оси и практически полностью исчезает на расстоянии $20D$.

Затухание дефицита скорости вдоль оси диска вниз по течению показано на рис. 5. Экспериментальные точки хорошо укладываются на предложенную в работах [6, 7] степенную зависимость для затухания турбулентного следа за круглым диском

$$G(x) = \Delta U(x)/U_0 = a(x - x_0)^{-2/3}, \quad (2)$$

где a и x_0 определяются типом затупленного тела, обтекаемого равномерным потоком, а дефицит скорости на оси — уравнением (1). Для тонкого круглого диска эти коэффициенты определены как $a = 0,31$ и $x_0 = 3,2$.

На рис. 5 в точках дальнего следа $x/D \geq 5$ происходит монотонное затухание торжонения со степенью $-2/3$ с выходом на асимптотическую прямую при $x/D \geq 25$, характеризующую уровень набегающего потока. Отметим, что скорость затухания следа за диском в гидроканале при значениях $Re = 2 \cdot 10^5$ совпадала с затуханием следа за диском в аэродинамической трубе для $Re = 2,6 \cdot 10^4$ [7]. Согласно [10] степень затухания $-2/3$ при больших числах Рейнольдса должна быть верна для любого типа генератора турбулентного осесимметричного следа, хотя проверка пока проведена в аэродинамической трубе [6, 7] для ограниченного набора чисел Рейнольдса только для диска.

Следует отметить, что авторам [6, 7] удалось проследить затухание дефицита скорости по степенному закону (2) намного дальше. Это связано с очень низким уровнем турбулентности 0,5 % в измерительном участке их аэродинамической трубы. При таком низком уровне удавалось определить изменение дефицита скорости при его значениях ≈ 1 % от величины скорости набегающего потока. В рассмотренном здесь случае водного канала при значениях скорости свободного потока 0,6 м/с и среднеквадратичных пульсаций 0,023 м/с уровень турбулентности был выше и составлял 2 %. Поэтому здесь дефицит скорости мог быть выявлен при затухании следа до уровня в 3–4 %. Это произошло на удалении следа от диска в двадцать его калибров (см. табл. 1).

На рис. 6 представлены полученные результаты в обратной степенной шкале. Здесь затухание дефицита скорости в следе определяется линейной зависимостью. Наглядно

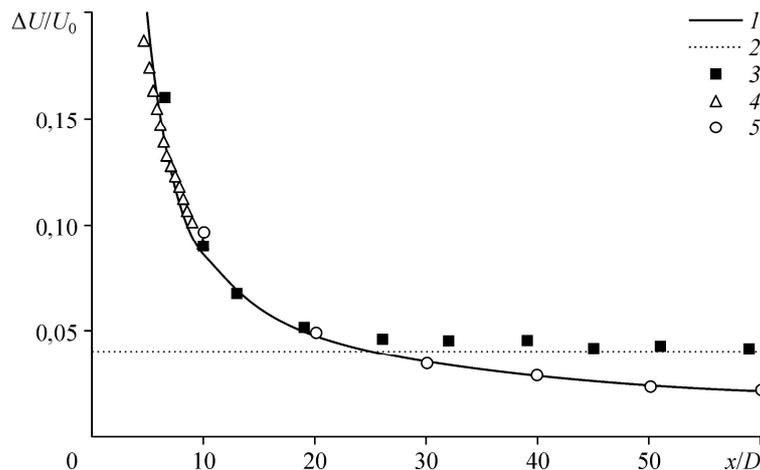


Рис. 5. Затухание дефицита скорости (1) за круглым диском в гидроканале.

1 — аппроксимация (2) (G-model), 2 — уровень собственных возмущений (0,04), 3 — данные ЛДА, 4 — данные PIV, 5 — экспериментальные данные, полученные с помощью термоанемометра [7].

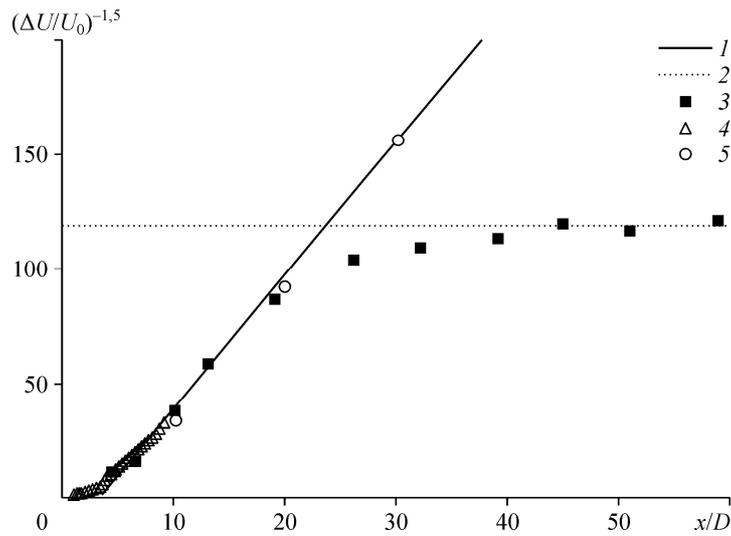


Рис. 6. Линейное представление дефицита скорости $(G(x))^{-3/2}$.

1 — аппроксимация [7] (G -model), 2 — уровень собственных возмущений, 3 — данные ЛДА, 4 — данные PIV, 5 — экспериментальные данные, полученные с помощью термоанемометра [7].

видно, что как только уровень дефицита скорости становится критическим — уменьшается до уровня турбулентных пульсаций, — затухание не удастся выявить, так как экспериментальные данные выходят на постоянное значение. Такой же вывод можно сделать и по результатам работы [7].

Следует добавить, что в работе [7] измерения дефицита скорости выполнялись, начиная с $x/D \geq 10$, но согласно данным настоящей работы (рис. 5, 6) можно заключить, что степень $-2/3$ для описания затухания следа за диском становится верна начиная уже с расстояния $x/D = 5$.

Обсуждая возможность существования самоподобия в течении за диском, проанализируем профиль скорости в поперечном сечении осесимметричного следа в водном канале при более высоком значении числа Рейнольдса, чем изучалось ранее [7]. Все профили следа, диагностируемые в работах [6, 7], могли быть описаны G -моделью, масштабированной на величину затухания скорости (1):

$$\frac{U_0 - U_z(x)}{\Delta U} = G(x)(1 + ar^2 + br^4)e^{(-cr^2 - dr^4)}, \quad (3)$$

где $a = 0,049$, $b = 0,128$, $c = 0,345$ и $d = 0,134$. На рис. 7 наглядно продемонстрированы отличия зависимостей (3) от G -модели. По аналогии с работой [17] для удобства представления данных на рис. 7 кроме масштабирования по вертикали на максимум дефицита (1) было проведено масштабирование всех профилей по горизонтали на полуширину

Таблица 2

Коэффициенты масштабирования профиля скорости

x/D	U/U_{5D}	$r/r_{1/2}$
5	1	1,22
7,5	0,92	1,24
10	0,75	1,25
14	0,6	1,27

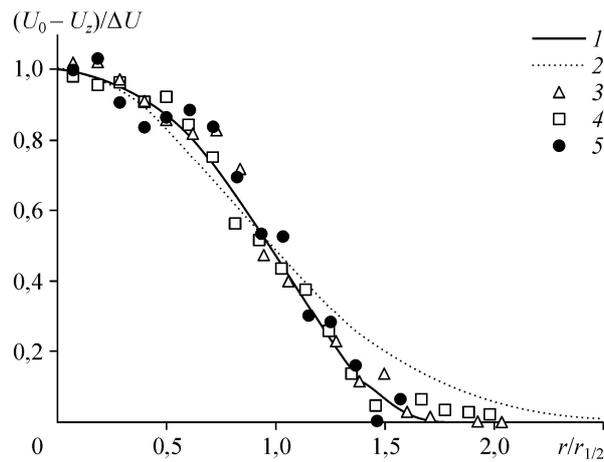


Рис. 7. Распределение нормированного профиля скорости в поперечном сечении за диском вниз по потоку по данным ЛДА (время накопления 100 с). Масштабированная G -модель (3) (1), распределение Гаусса (2), $x/D = 7,5D$ (3), $10D$ (4), $14D$ (5).

каждого сечения следа $-r_{1/2}$, определяемую при половинном значении дефицита (табл. 2)

$$\left. \frac{U_0 - U_z}{\Delta U} \right|_{r_{1/2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta U}{U_0}. \quad (4)$$

На рис. 7 показаны профили средней скорости, измеренные с помощью ЛДА в различных сечениях следа, нормированные по высоте (1) и полуширине (4). Приведенные экспериментальные профили для $x/D = 7,5, 10$ и 14 соответствуют распределению (3) в большей степени, чем Гауссову распределению дефицита скорости. Профили скорости, нормированные согласно (4), соответствуют Гауссовой кривой [17] лишь в верхней части, но существенно расходятся внизу, в то время как G -модель (2) отлично характеризует самоподобие турбулентного следа за круглым тонким диском. Разброс экспериментальных точек относительно кривой 1 обусловлен значительным уровнем собственных турбулентных пульсаций потока в канале (порядка 2%). По этой же причине распределение затухания в дальних сечениях становится трудноразрешимой задачей на фоне собственных пульсаций набегающего потока. Однако представленные данные убедительно показывают существование самоподобия профилей скорости в следе за диском в гидроканале при удалениях $5 < x/D < 20$, ограниченных уровнем турбулентности набегающего потока, и при больших числах Рейнольдса, чем в экспериментальных исследованиях следа за диском, выполненных в аэродинамической трубе в работе [7].

Заключение

В настоящей работе удалось экспериментально смоделировать структуру развития осесимметричного турбулентного следа за диском в гидроканале при более высоких числах Рейнольдса, чем это проводилось в работах [6, 7 и 10]. Представленные данные подтвердили существование самоподобия профилей осевой скорости в следе для новых условий набегающего потока. Установлено, что ограничением в применении данной гипотезы самоподобия при их степенном затухании с показателем $-2/3$ является степень турбулентности набегающего потока. Показана возможность применения бесконтактных методов диагностики дальнего следа за затупленными телами в воде.

Список литературы

1. Meliga P., Chomaz J.M., Sipp D. Global mode interaction and pattern selection in the wake of a disk: a weakly nonlinear expansion // J. Fluid Mech. 2009. Vol. 633. P. 159–189.
2. Bobinski T., Goujon-Durand S., Wesfreid J.E. Instabilities in the wake of a circular disk // Phys. Review E. 2014. Vol. 89, No. 5. P. 053021-1–053021-8.
3. Kiya M., Ishikawa H., Sakamoto H. Near-wake instabilities and vortex structures of three-dimensional bluff bodies: a review // J. of Wind Engng and Industrial Aerodynamics. 2001. Vol. 89, No. 14, 15. P. 1219–1232.
4. Berger E., Scholz D., Schumm M. Coherent vortex structures in the wake of a sphere and a circular disk at rest and under forced vibrations // J. of Fluids and Structures. 1990. Vol. 4, No. 3. P. 231–257.
5. Cannon S., Champagne F., Glezer A. Observations of large-scale structures in wakes behind axisymmetrical bodies // Experiments in Fluids. 1993. Vol. 14, No. 6. P. 447–450.
6. Johansson P.B., George W.K., Gourlay M.J. Equilibrium similarity, effects of initial conditions and local Reynolds number on the axisymmetric wake // Phys. Fluids. 2003. Vol. 15, No. 3. P. 603–617.
7. Johansson P.B., George W.K., The far downstream evolution of the high-Reynolds number axisymmetric wake behind a disk. Part 1. Single-point statistics // J. Fluid Mech. 2006. Vol. 555. P. 363–385.
8. Yang J., Liu M., Wu G., Zhong W., Zhang X. Numerical study on coherent structure behind a circular disk // J. of Fluids and Structures. 2014. Vol. 51. P. 172–188.
9. Carmody T. Establishment of the wake behind a disk // Trans. ASME. J. Basic Eng. 1964. Vol. 86. P. 869–882.
10. George W.K. The self-preservation of turbulent flows and its relation to initial conditions and coherent structures. Advances in Turbulence. 1989. P. 39–73.
11. Наумов И.В., Рахманов В.В., Окулов В.Л., Велте К.М., Майер К.Е., Миккельсен Р.Ф. Диагностика течения за моделью ротора трехлопастной турбины // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 3. С. 268–278.
12. Okulov V.L., Naumov I.V., Mikkelsen R.F., Kabardin I.K., Sørensen J.N. Experimental investigation of the wake behind a model of wind turbine in a water flume // J. of Physics: Conf. Series. 2014. Vol. 555. P. 012080-1–012080-12.
13. Naumov I.V., Mikkelsen R.F., Okulov V.L., Sørensen J.N. PIV and LDA measurements of the wake behind a wind turbine model // J. of Physics: Conf. Series. 2014. Vol. 524. P. 012168-1–012168-10.
14. Okulov V.L., Naumov I.V., Mikkelsen R.F., Kabardin I.K., Sørensen J.N. A regular Strouhal number for large-scale instability in the far wake of a rotor // J. Fluid Mech. 2014. Vol. 747. P. 369–380.
15. Наумов И.В., Окулов В.Л., Майер К.Е., Соренсен Ж.Н., Шен В. LDA-PIV диагностика и 3-х мерный расчет пульсирующего закрученного потока в цилиндрическом контейнере // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 2. С. 151–156.
16. Окулов В.Л., Наумов И.В., Соренсен Ж.Н. Особенности оптической диагностики пульсирующих течений // Журнал технической физики. 2007. Т. 77, № 5. С. 47–57.
17. Bastankhah M., Porté-Agel F. A new analytical model for wind-turbine wakes // Renewable Energy. 2014. Vol. 70. P. 116–123.

Статья поступила в редакцию 19 марта 2015 г.