НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ПЕРВОГО КРИТИЧЕСКОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В УСЛОВИЯХ СЛАБЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

Ю. А. Кириченко, П. С. Черняков

(*Харьков*)

Получены соотношения для нижней границы первого критического теплового потока при кипении жидкости на цилиндрическом и плоском нагревателях в условиях слабых гравитационных полей и на цилиндрическом нагревателе в земных условиях.

1. Впервые нижняя граница первого критического теплового потока при кипении жидкости на плоском нагревателе в земных условиях была получена в работе [1]. Определение нижней границы первого критического теплового потока при кипении на цилиндрическом нагревателе представляет интерес при изучении кипения на тонких проволоках.

Пусть нагреватель — бесконечно длинный горизонтальный цилиндр радиуса R, жидкость в начальный момент времени находится в состоянии покоя, начальная температура жидкости равна температуре насыщения. Пусть для $t > 0$ к нагревателю подводится постоянная плотность теплового потока q. Поскольку в нормальных условиях имеет место свободная конвекция, то величина критического теплового потока, вычисленная при пренебрежении конвекцией, будет меньше истинного первого критического теплового потока q_* и полученные значения критического теплового потока можно считать нижней границей.

При пренебрежении конвективным движением исследование процесса приводится к следующей задачи с начальным и граничным условиями:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad T|_{t=0} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = q \tag{1.1}$$

Здесь c — удельная теплоемкость жидкости, ρ — плотность жидкости, λ — коэффициент теплопроводности жидкости, t — время, T — разность между температурой жидкости и температурой насыщения.

Для ряда практически важных жидкостей (криогенные жидкости, этиловый эфир, вода и другие) порядок времени, в течении которого возникает кризис $t \geqslant 1$ *сек*, поэтому число Фурье $at / R^2 \gg 1$ (порядок $at / R^2 = 10^3 - 10^9$). Так как $at / R^2 \gg 1$, то для разности между температурой нагревателя и температурой насыщения $T(R,t)$ можно воспользоваться формулой [2]:

$$T(R, t) = \frac{qR}{2\lambda} \ln \frac{4at}{CR^2} \qquad (C = 1.781) \tag{1.2}$$

Здесь a — коэффициент температуропроводности жидкости.

Найдем зависимость радиуса растущего пузыря R_1 от времени, пользуясь [3]:

$$\frac{dR_1}{dt} = 10 \frac{\lambda T(R, t)}{R_1 L \rho''}, \qquad R_1|_{t=0} = 0 \tag{1.3}$$

Подставив (1.2) в (1.3) и проинтегрировав полученное уравнение, найдем

$$R_1 = \left(\frac{10qR}{L\rho''} t \ln \frac{4at}{CR^2 e} \right)^{1/2} \qquad \begin{pmatrix} e = 2.71828 \\ C = 1.781 \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

Здесь L — скрытая теплота парообразования, ρ'' — плотность пара.

Найдем из формулы (1.4) величину времени t, за которое оторвется пузырь, положив $R_1(t_1) = R_0$, где R_0 — радиус пузыря в момент отрыва от нагревателя; получим

$$\tau \ln \tau = \frac{\alpha_0}{q}, \qquad \tau = \frac{4at_1}{CR^2 e}, \qquad \alpha_0 = \frac{0.4 L \rho'' R_0^2}{CR^3 e} \tag{1.5}$$

Для вычисления R_0 воспользуемся формулой Фритца [4]

$$R_0 = 0.0208 \theta \left(\frac{\sigma}{(\rho - \rho'') g^\circ} \right)^{1/2} \tag{1.6}$$

Здесь θ — краевой угол, σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела жидкость — пар, g° — ускорение земного тяготения.

Так как $\alpha_0 / q \gg 1$ (порядок $\alpha_0 / q \sim 10^6$), то можно воспользоваться ассимптотической формулой для корней уравнения (1.5) [5]

$$\tau = \frac{\alpha_0}{q(\ln \alpha_0 - \ln q)} \tag{1.7}$$

Выведем формулу для нижней границы первого критического теплового потока.

Если предположить, что общее количество тепла, выделившегося на 1 $м^2$ за время t_1 пошло на парообразование, то величина нижней границы критического теплового потока находится по формуле

$$q = \frac{4}{3} \frac{\pi R_0^3 n L \rho''}{t_1} \tag{1.8}$$

Здесь n — число взаимодействующих пузырей на 1 $м^2$ поверхности.

Можно предположить, что при слиянии пузырей образуется пузырь эллипсоидальной формы, тогда $n \approx 1 / S$, где S — площадь поверхности эллипсоида.

Заменив эллипсоид эквивалентным шаром, получим

$$n \approx 1 / 4\pi R_0^2 \tag{1.9}$$

Вычислив q, подставив (1.7) и (1.9) в (1.8), получим

$$q = \alpha_0 e^{-3.333 R / R_0} \tag{1.10}$$

2. Определим нижнюю границу для первого критического теплового потока при кипении жидкости на плоском нагревателе в условиях слабых гравитационных полей. Пусть ΔT_0 — величина перегрева жидкости, t_0 — время, необходимое для перегрева жидкости на величину ΔT_0. Найдем t_0, воспользовавшись [2]:

$$t_0 = \frac{\lambda^2 (\Delta T_0)^2 \pi}{4 q^2 a} = \frac{p_1}{q^2}, \quad T(0, t) = \frac{2q}{\lambda} \left(\frac{at}{\pi}\right)^{1/2}, \quad \left(p_1 = \frac{\lambda^2 (\Delta T_0)^2 \pi}{4a}\right) \tag{2.1}$$

При $t = t_0$ возникает пузырь на нагревателе и начинает расти. Для радиуса растущего пузыря имеем согласно (1.3) с учетом (2.1)

$$\frac{dR_1}{dt} = \frac{20 q \sqrt{at}}{L \rho'' \sqrt{\pi R_1}} \tag{2.2}$$

Проинтегрировав (2.2) при условии $R_1 (t_0) = 0$, получим

$$R_1 = \frac{80^{1/2} q^{1/2} a^{1/4}}{\pi^{1/4} \sqrt{3 L \rho''}} \left(t^{3/2} - t_0^{3/2}\right)^{1/2} \tag{2.3}$$

Определим t_1 из условия $R_1 (t_1) = R_0$, имеем

$$t_1 = \left(\frac{p_2}{q} + t_0^{3/2}\right)^{2/3}, \quad p_2 = \frac{3 \sqrt{\pi} R_0^2 L \rho''}{80}, \quad R_0 = \frac{R_{0n}}{n^{1/3.5}} \tag{2.4}$$

Здесь R_0 определено согласно [6], при этом R_{0n} вычисляется по формуле (1.6), $n = g / g^\circ$ — величина перегрузки, $g^\circ = 9.81$ *м/сек*^{2} — ускорение силы тяжести в нормальных условиях, g — в условиях слабого гравитационного поля.

Нижнюю границу для критического теплового потока найдем по соображениям, изложенным в п. 1

$$q = \frac{\pi R_0 L \rho''}{3 t_1} \tag{2.5}$$

Подставив в эту формулу t_1 из (2.4), получим

$$p_2 s^4 - \left(\frac{\pi R_0 L \rho''}{3}\right)^{3/2} s^3 + p_1^{3/2} = 0, \quad q = s^2$$

Это уравнение можно решать графически.

3. Определим нижнюю границу для первого критического теплового потока при кипении жидкости на цилиндрическом нагревателе радиуса R в условиях слабых гравитационных полей. Предположим, что цилиндрический нагреватель горизонтально расположен и бесконечно длинный. Найдем t_0, воспользовавшись (1.2)

$$t_0 = \frac{CR^2}{4a} \exp\left(\frac{2\lambda \Delta T_0}{qR}\right) \tag{3.1}$$

Решив уравнение (1.3) при условии $R_1 (t_0) = 0$, получим

$$R_1 = \left[\frac{10 q R}{L \rho''} \left(t \ln \frac{4at}{CR^2 e} - t_0 \ln \frac{4 a t_0}{CR^2 e}\right)\right]^{1/2} \tag{3.2}$$

Определим t_1 из условия $R_1 (t_0) = R_0$, воспользовавшись при этом методикой работы [5]:

$$\tau = \frac{\alpha_0 + \beta_1 q}{q \ln (\alpha_0 / q + \beta_1)} \quad \left(\tau = \frac{4 a t_1}{CR^2 e}\right), \quad \alpha_0 = \frac{0.4 L \rho'' R_0^2 a}{CR^3 e}, \quad \beta_1 = \frac{4 a t_0}{CR^2 e} \ln \frac{4 a t_0}{CR^2 e} \tag{3.3}$$

Подставив (3.1) и (3.3) в (1.8), для q получим следующее уравнение:

$$\beta_2 = \frac{\beta_0 + (\exp(c_0/q) - 1)(c_0 - q)}{\ln[\beta_0/q + (\exp(c_0/q) - 1)(c_0/q - 1)]} \tag{3.4}$$

$$c_0 = \frac{2\lambda\Delta T_0}{R}, \quad \beta_2 = \frac{4L\rho'' a R_0}{3CR^2 e}, \quad \beta_0 \equiv \alpha_0$$

Это уравнение можно решать графически.

Здесь R_0 в условиях слабых гравитационных полей определяется согласно (2.4). Приведем результаты расчета для нижней границы критического теплового потока и сравнение результатов расчета с экспериментом. Расчет был проведен для жидкого кислорода Δ, $T_0 \approx 10$ *град*. Расчет для земных условий проводился по формуле (1.10) и в условиях слабых гравитационных полей по формуле (3.4). Результаты расчета вместе с соответствующими экспериментальными данными представлены в таблице.

n	Расчетные значения $q_* 10^{-4}$ *вт/м²*	Расчетные значения $\frac{q_*}{q_{*n}}$	Экспериментальные значения $q_* 10^{-4}$ *вт/м²*	Экспериментальные значения $\frac{q_*}{q_{*n}}$
1.0	6.6	1.0	15.6	1.0
0.5	2.6	0.40	13.1	0.84
0.3	2.5	0.38	11.6	0.74
0.1	2.2	0.33	8.6	0.56
0.04	2.15	0.33	7.0	0.45
0.01	2.0	0.30	4.9	0.31
0.005	1.7	0.26	4.1	0.27

Если для расчета радиуса пузыря в момент отрыва при слабых гравитационных полях взять не формулу (2.4), а зависимость приведенную в работе [7]:

$$R_0 = R_{0n} n^{-1/2} \quad \text{при} \quad n > 0.1$$

и

$$R_0 = R_{0n}\, n^{-1/3} \quad \text{при} \quad n < 0.1$$

величины нижней границы критического теплового потока, приведенные в таблице, останутся прежними.

Экспериментальные результаты, выбранные нами для сравнения, получены в Физико-техническом институте низких температур АН УССР в условиях моделирования слабых гравитационных полей для жидкого кислорода в неоднородном магнитном поле [8]. Опыты проводились на платиновой проволоке диаметром 0.05 *мм*. Полученная экспериментальная зависимость критических тепловых потоков от перегрузки в интервале $0.01 < n \leqslant 1$ хорошо описывается формулой Кутателадзе — Боришанского — Зубра.

Эта же формула удовлетворительно согласуется с экспериментальными результатами, полученными в слабых гравитационных полях на воде и жидком азоте [6,9].

Данные, приведенные в таблице, показывают, что значения q_*, полученные расчетным путем, имеют правильный порядок и являются нижними границами для первого критического теплового потока. Расчетные и экспериментальные значения отношения q_* / q_{*n} при этом практически совпадает для малых перегрузок (n порядка 10^{-2}). Данные результаты применимы для $10^{-3} < n \leqslant 1$.

Поступила 12 I 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Боришанский В. М., Фокин Б. А. Ухудшение температурного режима при внезапном увеличении тепловой нагрузки поверхности нагрева, расположенной в большом объеме жидкости. Тр. Центр. научн.-исслед. и проектн.-конструкт. ин-та, Л., 1965, т. 58.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., изд-во «Наука», 1964.
3. Лабунцов Д. А. Механизм роста паровых пузырьков на поверхности нагрева при кипении, Инж.-физ. ж., 1963, т. 6, № 4.
4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. Изд. 2, М.— Л., Машгиз, 1962.
5. Ефграфов М. А. Асимптотические оценки и целые функции. Изд. 2, М., Физматгиз, 1962.
6. Усыскин С., Зигель Р. Экспериментальное исследование процесса кипения в условиях уменьшенной и нулевой гравитации. В кн.: «Невесомость», М., изд-во «Мир», 1964.
7. Siegel R., Keshock E. G. Effects of reduced gravity on nucleate boiling bubble dynamics in saturated water. A. I. Ch. E. J., 1964, vol. 10, No. 4.
8. Веркин Б. И., Кириченко Ю. А., Долгой М. Л., Липатова И. В., Чаркин А. И. Моделирование слабых гравитационных полей для исследования теплообмена при кипении. Тезисы докладов к III Всесоюзной конференции по теплообмену и гидравлическому сопротивлению, Л., 1967.
9. Мерт Г., Кларк Дж. А. Теплоотдача при кипении криогенных жидкостей в условиях нормальной, уменьшенной и близкой к нулю гравитации. Тр. американского об-ва инж.-мех., Сер. C, Теплопередача, 1964, т. 86, № 3.