

УДК 533.9.03

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПЛОСКИХ ВОЛН ТЕРМОЯДЕРНОГО ГОРЕНИЯ

К. В. Хищенко, А. А. Чарахчян*

Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

* Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН, 119333 Москва, Россия

E-mails: konst@ihed.ras.ru, chara@ccas.ru

Изучено поведение волны медленного горения, распространяющейся по термоядерному горючему, предварительно сжатому и нагретому несколькими ударными волнами, вызванными лазерным импульсом. Показано, что такая волна горения способна быстро увеличить плотность горючего перед фронтом и превратиться в пару детонационных волн, движущихся в противоположных направлениях. Найдено решение уравнений гидродинамики с линейным профилем скорости. Установлено, что необходимая для зажигания интенсивность пучка протонов увеличивается вместе с начальной плотностью топлива в соответствии с известной формулой, обобщающей результаты двумерных расчетов. Обсуждается возможность использования результатов одномерных расчетов для определения энергии зажигания цилиндрической мишени.

Ключевые слова: волна медленного горения, детонационная волна, течения с линейным профилем скорости, энергия зажигания, цилиндрическая мишень, инерционный термоядерный синтез.

Введение. Для реализации управляемого инерционного термоядерного синтеза (ИТС) необходимо создать не только высокотемпературную, но и очень плотную плазму. Современная концепция ИТС предполагает наличие плазмы с плотностью смеси дейтерия и трития (DT) не менее $10^3 \rho_s$ ($\rho_s \approx 0,22$ г/см³ — плотность горючего в твердом состоянии при атмосферном давлении и температуре, равной 4 К). В настоящее время одним из наиболее перспективных путей решения указанной задачи является быстрое зажигание мишени [1]: сначала горючее с помощью одного драйвера сжимается до требуемой плотности, а затем его небольшая часть быстро нагревается другим зажигающим драйвером, в качестве которого используются пучки быстрых надтепловых частиц, электронов или ионов, а также макрочастицы и высокоскоростные гидродинамические потоки вещества. В результате нагрева появляется волна термоядерного горения или детонации, распространяющаяся по остальной части горючего.

Математической основой моделирования ИТС являются уравнения одножидкостной двухтемпературной гидродинамики с учетом электронной и ионной теплопроводности, собственного излучения плазмы и ее нагрева драйвером и заряженными продуктами термоядерных реакций [2]. Помимо моделирования конкретных мишеней и способов их зажи-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 12-01-00130, 14-08-00967), Совета по грантам Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (грант № НШ-6614.2014.2) и в рамках программ Отделения математических наук РАН (№ 3) и Президиума РАН (№ 2П).

гания представляют интерес свойства решений этих уравнений, содержащих волны термоядерного горения и детонации. Целью настоящей работы, как и предшествующих [3, 4], является изучение особенностей гидродинамических течений с плоскими волнами горения и детонации, включая их отражение от плоскости симметрии, в наиболее простом одномерном случае применительно к задачам быстрого зажигания термоядерных мишеней.

1. Постановка задачи. Используются справедливые в широком диапазоне параметров уравнения состояния водорода $p = p_H(\rho, T)$, $\varepsilon = \varepsilon_H(\rho, T)$ (p — давление; ε — удельная внутренняя энергия; ρ — плотность; T — температура), основанные на полуэмпирической модели [5], в которой модель Томаса — Ферми с квантовыми и обменными поправками [6] является асимптотикой при больших степенях сжатия ρ/ρ_s .

В начальный момент времени $t = 0$ в области $0 \leq x \leq H$ имеется неподвижный плоский слой смеси равных количеств дейтерия и трития с относительной атомной массой $A = 2,5$. Однотемпературные уравнения состояния смеси имеют вид

$$p = p(\rho, T) = p_H(A^{-1}\rho, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(\rho, T) = A^{-1}\varepsilon_H(A^{-1}\rho, T). \quad (1)$$

В точке $x = H$ первоначально находится свободная граница, на которую действуют давление p_a и зажигающий драйвер (с постоянной интенсивностью J в течение времени Δt): лазерное излучение ($J = 5 \cdot 10^{15}$ Вт/см², $\Delta t = 400$ нс, длина волны 0,25 мкм) либо пучок протонов ($J = 10^{19}$ Вт/см², $\Delta t = 50$ пс, кинетическая энергия протона 1 МэВ). В точке $x = 0$ ставится условие симметрии, соответствующее действию такого же драйвера на симметрично расположенный слой смеси.

Учитывается только первичная реакция синтеза ядер дейтерия и трития, в результате которой возникают α -частица и нейтрон, вылетающий из горючего без взаимодействия с ним.

Математическая модель содержит уравнения одножидкостной двухтемпературной гидродинамики с учетом электронной и ионной теплопроводности, собственного излучения плазмы и ее нагрева драйвером и α -частицами [2]:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x}; \quad (2)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}; \quad (3)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon_e}{dt} = -p_e \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial x} + \frac{3}{2} n_i k_B \frac{T_i - T_e}{\tau_T} + D_e + W_e + R; \quad (4)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon_i}{dt} = -p_i \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial x} + \frac{3}{2} n_i k_B \frac{T_e - T_i}{\tau_T} + D_i + W_i. \quad (5)$$

Здесь u — массовая скорость; $d/dt = \partial/\partial t + u \partial/\partial x$ — лагранжева производная по времени; $p = p_e + p_i$ — полное давление в системе; $p_e = p_e(\rho, T_e)$, $p_i = p_i(\rho, T_i)$ — давление электронов и ионов соответственно; $\varepsilon_e = \varepsilon_e(\rho, T_e)$, $\varepsilon_i = \varepsilon_i(\rho, T_i)$ — удельные внутренние энергии электронов и ионов; T_e , T_i — температуры электронов и ионов; \varkappa_e , \varkappa_i — электронная [7] и ионная [8] теплопроводность; третьи слагаемые в правой части уравнений (4), (5) определяют обмен энергией между электронами и ионами; $n_i = \rho(Am_u)^{-1}$ — концентрация ионов; m_u — масса, соответствующая единице атомного веса; k_B — постоянная Больцмана; τ_T — время релаксации температур [7]; D_e , D_i — скорость нагрева электронов и ионов зажигающим драйвером; W_e , W_i — скорость нагрева электронов и ионов α -частицами; R — скорость обмена энергией между электронами и собственным излучением плазмы.

При решении (2)–(5) уравнение состояния электронов выберем в виде, который соответствует тепловому движению идеального электронного газа с учетом вырождения в

полностью ионизованной плазме изотопов водорода:

$$p_e(\rho, T) = \frac{2}{3} \rho \varepsilon_e(\rho, T), \quad \varepsilon_e(\rho, T) = \frac{3}{2} R_A T \frac{\beta_e T}{3\rho^{2/3} + \beta_e T}.$$

Здесь $R_A = k_B N_A (Am_u)^{-1}$; N_A — число Авогадро; $\beta_e = (\pi/3)^{2/3} (m_e k_B / \hbar^2) (Am_u)^{2/3}$; m_e — масса электрона; $\hbar = h/(2\pi)$; h — постоянная Планка.

Уравнение состояния ионов в системе (2)–(5) зададим в виде

$$p_i(\rho, T) = p_H(A^{-1}\rho, T) - p_e(\rho, T),$$

$$\varepsilon_i(\rho, T) = A^{-1}\varepsilon_H(A^{-1}\rho, T) - \varepsilon_e(\rho, T),$$

чтобы в случае равенства температур $T = T_e = T_i$ получалось уравнение состояния (1): $p_e + p_i = p(\rho, T)$, $\varepsilon_e + \varepsilon_i = \varepsilon(\rho, T)$.

Количество актов DT-реакции в единице объема за единицу времени [2] равно

$$F = n_D n_T \langle \sigma v \rangle_{DT},$$

где n_D , n_T — концентрации ядер дейтерия и трития; $\langle \sigma v \rangle_{DT}$ — осредненная по максвелловскому распределению ионов скорость реакции, зависящая от температуры T_i [9]. Выгорание ядер смеси описывается уравнением

$$\frac{dn_j}{dt} = -n_j \frac{\partial u}{\partial x} - F,$$

где индекс $j = D$ соответствует дейтерию, индекс $j = T$ — тритию.

В случае лазерного драйвера использовались две модели нагрева плазмы α -частицами: 1) простейший локальный нагрев в точке, где эти частицы возникли; 2) приближение “вперед-назад” стационарного кинетического уравнения в приближении Фоккера — Планка (подробнее об этом см. [3, 4]). В случае протонного драйвера использовался трековый метод [9], основанный на простых физических соображениях, используемых при описании дискретной среды. В направлении x расчетная область делится разностной сеткой на ячейки. Количество α -частиц, возникающих в ячейке с единичной площадью сечения в единицу времени, делится на несколько угловых групп с учетом изотропного распределения α -частиц по телесному углу. Все α -частицы одной группы движутся вдоль луча, пересекая одну или несколько ячеек сетки, и их торможение описывается уравнением

$$v \frac{dv}{d\xi} = a(x, v), \quad v(x_0) = v_0, \quad (6)$$

где v — скорость α -частиц; $v_0 \approx 13 \cdot 10^3$ км/с — их начальная скорость; $a(x, v)$ — скорость торможения (отрицательное по величине ускорение) α -частиц; $x = x_0 + \xi\mu$; x_0 — центр ячейки, в которой возникли α -частицы данной группы; ξ — координата вдоль луча; μ — косинус угла между осью x и направлением луча.

Скорость торможения равна $a(x, v) = a_e(T_e(x), \rho(x), v) + a_i(T_i(x), \rho(x), v)$. Здесь первое слагаемое в правой части соответствует электронам [10], второе слагаемое — ионам [11].

Решение уравнения (6) вместе с условием $v \geq v_{th}(x)$ ($v_{th} = (3k_B T_i / m_\alpha)^{1/2}$ — скорость термализации α -частиц; m_α — масса α -частицы) позволяет определить вклад группы в слагаемые W_e и W_i в правых частях уравнений (4), (5) для соответствующих ячеек сетки.

Формулы для расчета нагрева плазмы лазерным излучением и пучком протонов приведены в [4].

Собственное излучение плазмы описывается стационарным уравнением переноса в диффузионном приближении по телесному углу. По аналогии с работой [12] учитывается

охлаждение электронов за счет обратного комптоновского эффекта на основе известной приближенной формулы [13]

$$\frac{\partial q_\nu}{\partial x} = k(B(\nu, T_e) - u_\nu), \quad \frac{\partial u_\nu}{\partial x} = -3kq_\nu, \quad (7)$$

где ν — частота; $B(\nu, T_e)$ — функция Планка; $k = k(\rho, T_e, \nu)$ — коэффициент тормозного поглощения с учетом индуцированного излучения. Соответствующее слагаемое в правой части уравнения (4) имеет вид

$$R = -\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{4\sigma_T n_e U}{m_e c^2} k_B(T_e - T_r), \quad Q = \int_0^\infty q_\nu d\nu, \quad U = \int_0^\infty u_\nu d\nu, \quad (8)$$

где c — скорость света; σ_T — томсоновское сечение рассеяния фотонов на свободных электронах; T_r — температура фотонов, которая определяется равенством

$$\int_0^\infty B(\nu, T_r) d\nu = U.$$

При вычислении всех входящих в модель коэффициентов плазма полагается полностью ионизованной (концентрация электронов $n_e = n_i$).

Численный метод основан на расщеплении по физическим процессам. Для уравнений гидродинамики используется схема Годунова в переменных Лагранжа первого порядка точности. Для решения уравнений теплопроводности и обмена энергией между электронами и ионами используется неявная по времени схема. В проводимых ниже расчетах число узлов сетки по координате x и число угловых групп при расчете переноса α -частиц трековым методом выбраны таким образом, чтобы при их изменении в два раза результаты расчетов изменялись несущественно.

Сетка по частоте ν , для узлов которой решаются уравнения (7), выбиралась следующим образом. Сначала выбиралась грубая сетка $\nu'_i = 10^{-i}\nu_{\max}$, $i = 0, 1, \dots, N$. Внутри каждого интервала грубой сетки $\nu'_i \leq \nu \leq \nu'_{i-1}$, $i = 1, \dots, N$ вводилась дополнительная сетка ν_{ij} из n_i интервалов: $\log(\nu_{ij}/\nu'_{i-1}) = -j/n_i$, $j = 0, 1, \dots, n_i$. Параметры сетки менялись в диапазонах $8 \leq N \leq 10$, $1,5 \text{ ГК} \leq h\nu_{\max}/k_B \leq 140 \text{ ГК}$, $5 \leq n_i \leq 20$. Интегрирование по частоте в (8) выполняется по формуле трапеций.

Далее плоскость симметрии в точке $x = 0$ называется стенкой.

2. Нагрев излучением лазера. Ниже рассмотрены два вида волн термоядерного горения при начальной плотности $\rho_0 = \rho_s$ и $\rho_0 = 5\rho_s$ и $H = 5$ см. В первом случае $H\rho_0 \approx 1 \text{ г/см}^2$, во втором $H\rho_0 \approx 5 \text{ г/см}^2$. В обоих случаях возникает ударная волна, которая сначала отражается от стенки, а затем от фронта абляции. При $\rho_0 = \rho_s$ волна горения возникает после нескольких таких отражений, при $\rho_0 = 5\rho_s$ — после первого отражения от фронта абляции.

На рис. 1 для случая $\rho_0 = \rho_s$ показана волна горения, движущаяся к стенке. Приведены зависимости плотности, температуры ионов и скорости от координаты x в различные моменты времени. Видно, что в области перед фронтом волны, где температура ионов мала, возникает течение с линейным профилем скорости

$$u(x, t) = \varphi(t)x, \quad (9)$$

принадлежащее известному семейству решений уравнений гидродинамики, в которое входят произвольная функция одного аргумента и три произвольные постоянные [14]. Интегрируя обыкновенное дифференциальное уравнение, возникающее при подстановке (9)

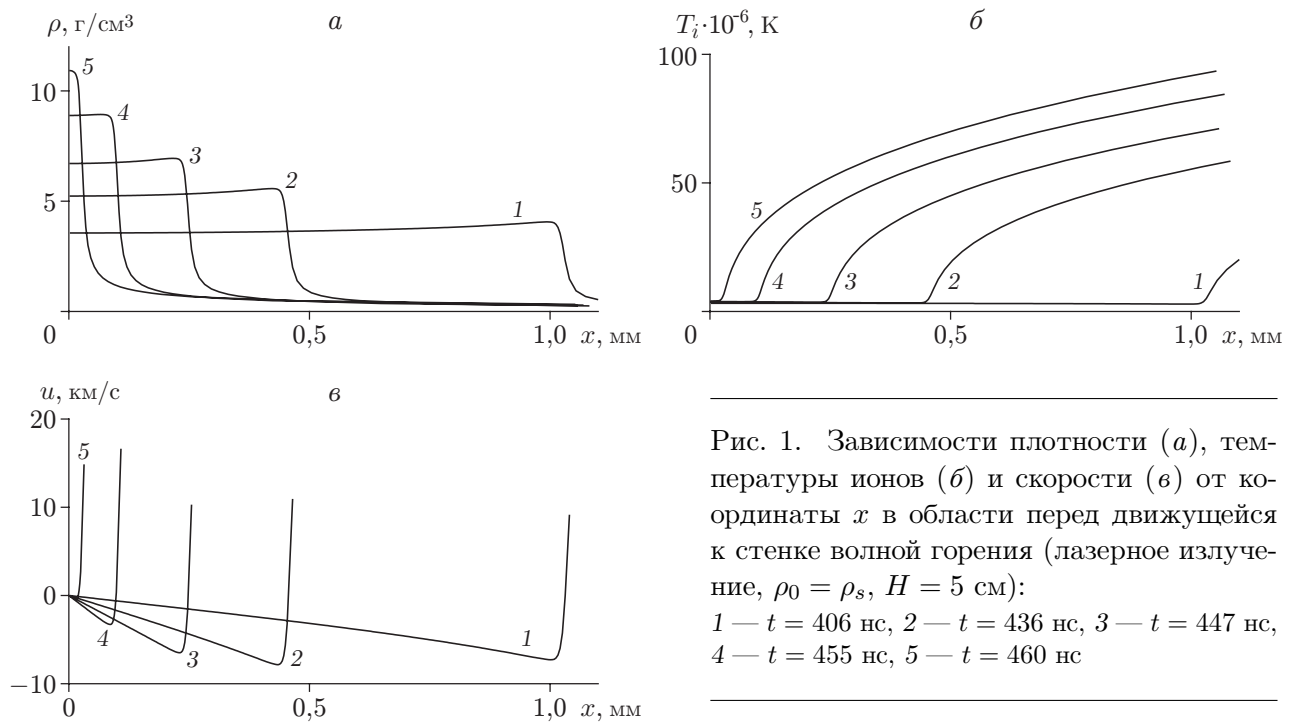


Рис. 1. Зависимости плотности (а), температуры ионов (б) и скорости (в) от координаты x в области перед движущейся к стенке волной горения (лазерное излучение, $\rho_0 = \rho_s$, $H = 5$ см):
 1 — $t = 406$ нс, 2 — $t = 436$ нс, 3 — $t = 447$ нс,
 4 — $t = 455$ нс, 5 — $t = 460$ нс

в уравнение неразрывности (2), получаем применимую ко всему семейству решений формулу

$$\rho(s, t) = \rho(s, t_1) \exp\left(-\int_{t_1}^t \varphi(t') dt'\right), \quad s = s(x, t) = \int_0^x \rho(x', t) dx', \quad (10)$$

где s — лагранжева координата. В данном случае, поскольку $\varphi(t) < 0$, плотность в области перед фронтом волны горения увеличивается со временем и практически не зависит от x (см. рис. 1). Максимальное значение плотности приблизительно равно 10 г/см^3 .

Волна, показанная на рис. 1, является волной медленного горения с малым перепадом давления в области горения. Появление сжимающего (соответствующего сжатию вещества) профиля скорости обусловлено способностью этой волны вызывать движение вещества в области перед ее фронтом вследствие дозвуковой скорости распространения [15].

Из рис. 1, в следует, что отрицательная скорость в области перед фронтом волны горения (кривые 3–5) исчезает при ее приближении к стенке. Это обеспечивает безударный характер течения после отражения волны.

Заключительную стадию процесса, происходящего после отражения волны горения от стенки, будем называть стадией разлета. На рис. 2 приведены функции $\rho(x)$ и $u(x)$ в различные моменты времени. Видно, что волна горения отражается в виде ограниченной слабым разрывом волны с линейным растягивающим (соответствующим растяжению вещества; $\varphi(t) > 0$) профилем скорости. Плотность со временем уменьшается и, как и в случае сжимающего профиля между падающей волной горения и стенкой, слабо зависит от x .

Решение уравнений гидродинамики с линейным профилем скорости и постоянными по координате x значениями термодинамических функций можно получить из уравнения

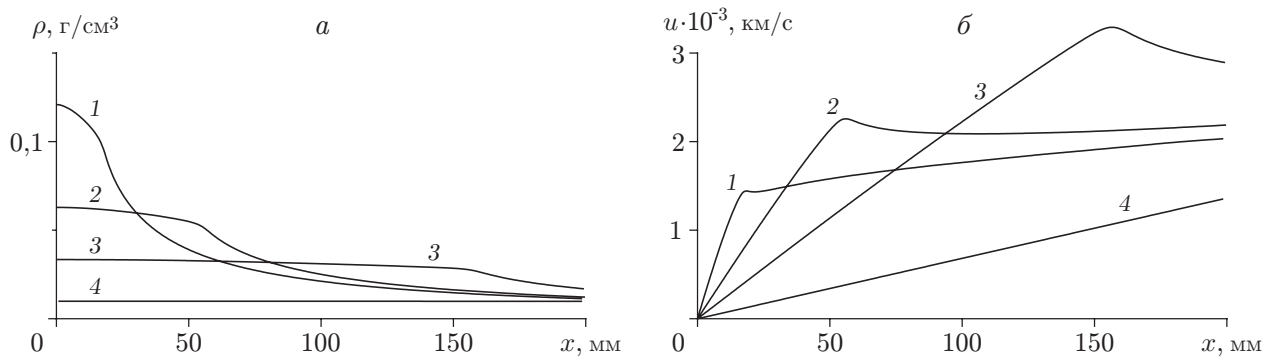


Рис. 2. Зависимости плотности (а) и скорости (б) от координаты x на стадии разлета (параметры те же, что на рис. 1):
 1 — $t = 470$ нс, 2 — $t = 480$ нс, 3 — $t = 500$ нс, 4 — $t = 600$ нс

движения (3). Полагая в (3) $\partial p / \partial x = 0$ и подставляя скорость в виде (9), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение $\dot{\varphi} + \varphi^2 = 0$, решение которого имеет вид

$$\varphi(t) = (C + t)^{-1} \tag{11}$$

(C — произвольная постоянная). Подставляя (11) в (10), находим

$$\rho(t) = \rho_* C / (C + t) = \rho_* C \varphi(t), \tag{12}$$

где $\rho_* = \rho(0)$ — постоянная.

Для того чтобы использовать формулы (11), (12) в случае рассмотренных выше течений со сжимающим и растягивающим профилями скорости, целесообразно полагать, что отраженная волна образуется в момент $t = 0$. До отражения $t < 0$, поэтому, выбрав $C < 0$, получаем $\varphi < 0$, $\rho > 0$, $d\rho/dt > 0$. После отражения $t > 0$, поэтому, выбрав $C > 0$, имеем $\varphi > 0$, $\rho > 0$, $d\rho/dt < 0$. В п. 3 для случая отражения детонационной волны показано, что постоянную C в (11), (12) можно выбрать таким образом, чтобы функции $\varphi(t)$ и $\rho(t)$ с высокой точностью соответствовали результатам расчетов.

Рассмотрим случай $\rho_0 = 5\rho_s$. На рис. 3 показаны функции $\rho(x)$, $T_i(x)$ и $u(x)$ в различные моменты времени. В первые три момента видна волна горения, движущаяся к стенке (кривые 1–3). Как и в случае $\rho_0 = \rho_s$, температура в области перед фронтом волны мала, а возникновение перед волной сжимающего профиля скорости приводит к быстрому увеличению плотности до значения $\rho \approx 100$ г/см³. В отличие от профиля в случае $\rho_0 = \rho_s$ этот профиль не является линейным, так как волна горения находится достаточно далеко от стенки. Модуль производной du/dx и плотность быстро увеличиваются вблизи волны горения и слабо меняются вблизи стенки.

Следующей стадии течения соответствуют кривые 4, 5 на рис. 3. На рис. 3, в видно, что волна горения превращается в пару детонационных волн, движущихся в противоположных направлениях. Между этими волнами возникает течение с растягивающим линейным профилем скорости, в котором плотность уменьшается со временем. Температура ионов в этой области увеличивается со временем вследствие нагрева их α -частицами.

Заметим, что перед фронтом детонационной волны, движущейся к стенке, имеется небольшой предвестник, а отрицательная скорость на фронте этой волны очень велика ($u \approx 5000$ км/с) по сравнению со скоростью в области перед фронтом волны медленного горения ($u \approx 1000$ км/с) (кривая 3 на рис. 3, в).

Кривые б на рис. 3 соответствуют детонационной волне, отраженной от стенки. Большое значение температуры ионов ($T_i \approx 4 \cdot 10^9$ К) обусловлено указанным выше большим

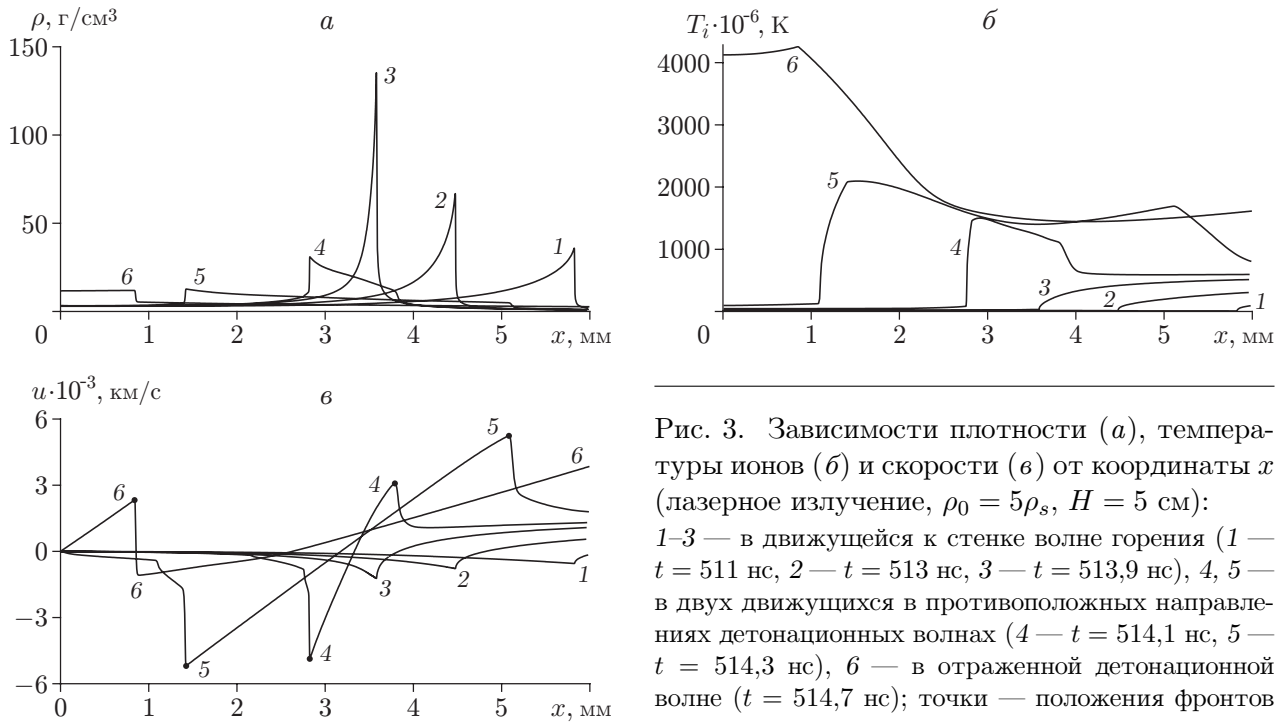


Рис. 3. Зависимости плотности (а), температуры ионов (б) и скорости (в) от координаты x (лазерное излучение, $\rho_0 = 5\rho_s$, $H = 5$ см): 1–3 — в движущейся к стенке волне горения (1 — $t = 511$ нс, 2 — $t = 513$ нс, 3 — $t = 513,9$ нс), 4, 5 — в двух движущихся в противоположных направлениях детонационных волнах (4 — $t = 514,1$ нс, 5 — $t = 514,3$ нс), 6 — в отраженной детонационной волне ($t = 514,7$ нс); точки — положения фронтов детонационных волн

значением скорости в падающей волне. Как и в случае $\rho_0 = \rho_s$, скорость за отраженной волной имеет растягивающий линейный профиль, а плотность слабо зависит от x и уменьшается со временем.

3. Нагрев пучком протонов. Известно большое количество работ, в которых исследуется зажигание предварительно сжатого DT-горючего пучком протонов. В этих работах используется численное решение двумерной осесимметричной задачи с радиусом горючего, существенно большим радиуса пучка. Отметим, в частности, работу [16], в которой приведена зависимость необходимой для зажигания интенсивности пучка J_{\min} от начальной плотности, имеющая вид $J_{\min} \sim \rho_0^{0,95}$. Ниже приводятся некоторые результаты вычислений, характеризующих процесс зажигания горючего. Помимо пучка с интенсивностью $J_1 = 10^{19}$ Вт/см² и длительностью $\Delta t = 50$ пс рассматривался пучок с той же энергией, но с меньшей интенсивностью $J_2 = 10^{18}$ Вт/см² и длительностью $\Delta t = 500$ пс. Горючее, плотность которого равна $\rho_0 = 25\rho_s$, зажигается обоими пучками. При $\rho_0 = 100\rho_s$ горючее зажигается только пучком с длительностью $\Delta t = 50$ пс, а при $\rho_0 = 10^3\rho_s$ зажигание отсутствует в случае обоих пучков. Это обусловлено тем, что с увеличением ρ_0 уменьшается размер l нагреваемой протонами области: $l \sim \rho_0^{-1}$, в то время как скорость гидродинамических процессов определяется температурой, которая слабо зависит от ρ_0 . Если к моменту $t = \Delta t$ ударная волна, образующаяся вследствие быстрого увеличения давления в области нагрева, удаляется от этой области на достаточно большое расстояние, то зажигания не происходит. Полученные результаты соответствуют зависимости $J_{\min}(\rho_0)$ в [16]: значение $J_{\min}(100\rho_s) \approx 6 \cdot 10^{18}$ Вт/см² находится между J_2 и J_1 , а значение $J_{\min}(10^3\rho_s) \approx 5 \cdot 10^{19}$ Вт/см² превышает значение J_1 .

Ниже приводятся результаты расчета для параметров $\rho_0 = 100\rho_s$, $J = 10^{19}$ Вт/см², $\Delta t = 50$ пс и значений $H = 0,5; 2,5$ мм, соответствующих значениям $H\rho_0 \approx 1; 5$ г/см². Приблизительно через 150 пс после начала облучения образуется детонационная волна известного типа [15] с примыкающей к ее фронту волной разрежения. Образованию дето-

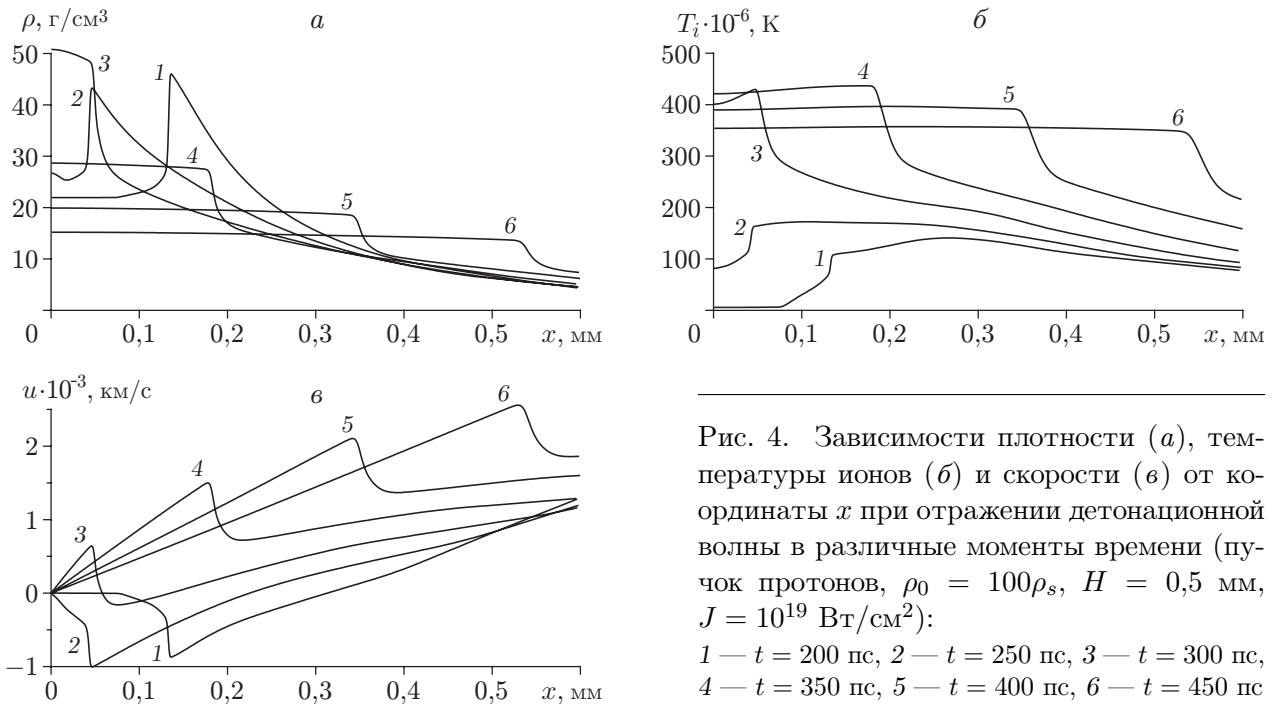


Рис. 4. Зависимости плотности (а), температуры ионов (б) и скорости (в) от координаты x при отражении детонационной волны в различные моменты времени (пучок протонов, $\rho_0 = 100\rho_s$, $H = 0,5$ мм, $J = 10^{19}$ Вт/см²):
 1 — $t = 200$ пс, 2 — $t = 250$ пс, 3 — $t = 300$ пс, 4 — $t = 350$ пс, 5 — $t = 400$ пс, 6 — $t = 450$ пс

национной волны предшествует небольшой интервал времени, в течение которого распространяются ударная волна и догоняющая ее волна медленного горения.

На рис. 4 показан процесс отражения детонационной волны от стенки $x = 0$ в случае $H = 0,5$ мм. Приведены функции $\rho(x)$, $T_i(x)$ и $u(x)$ в различные моменты времени. Моменты $t = 200, 250$ пс соответствуют детонационной волне до ее отражения от стенки. В области перед детонационной волной возникает предвестник (кривая 1 на рис. 4,б), обусловленный наличием электронной теплопроводности, нагревом α -частицами (вблизи волны) и собственным излучением высокотемпературной плазмы (на больших расстояниях от фронта). На рис. 4,в видно, что при $t = 250$ пс (кривая 2) предвестник детонационной волны превратился в течение между волной и стенкой с линейным профилем скорости.

Кривые 3–6 на рис. 4 соответствуют течению после отражения детонационной волны. Как и в случае отражения волн горения, рассмотренных в п. 2, между отраженной детонационной волной и стенкой возникает течение с линейным профилем скорости и термодинамическими функциями, зависящими от времени и практически постоянными по координате x .

Для данного варианта течения найдено значение постоянной $C = 40$ пс, при котором зависимости (11), (12) хорошо согласуются с расчетными зависимостями. Момент образования отраженной волны t_* и постоянная ρ_* в (12) определяются из условия $\max_t(\rho(0, t)) = \rho(0, t_*) = \rho_*$. В результате получаем значения $\rho_* \approx 80$ г/см³, $t_* \approx 270$ пс. Угол наклона φ и плотность ρ для моментов времени $t = 300, 350, 400, 450$ пс на рис. 4 определялись в точке x , координата которой приблизительно в два раза меньше координаты фронта отраженной детонационной волны. Соответствующие значения, входящие в формулы (11), (12), обозначим через φ_a и ρ_a . В табл. 1 приведены значения относительных погрешностей $\delta\rho = |1 - \rho_a/\rho|$ и $\delta\varphi = |1 - \varphi_a/\varphi|$ в указанные моменты времени. Из табл. 1 следует, что обе погрешности не превышают 3 %.

На рис. 5 для варианта $H = 2,5$ мм приведены функции $\rho(x)$, $T_i(x)$ и $u(x)$ в различные моменты времени. Кривые 1–4 соответствуют течению до отражения детонационной

Таблица 1

Относительная погрешность вычисления плотности и угла наклона по формулам (12), (11) при $C = 40$ пс в различные моменты времени t

t , пс	$\delta\rho$	$\delta\varphi$
300	0,030	0,020
350	0,020	0,001
400	0,020	0,010
450	0,003	0,030

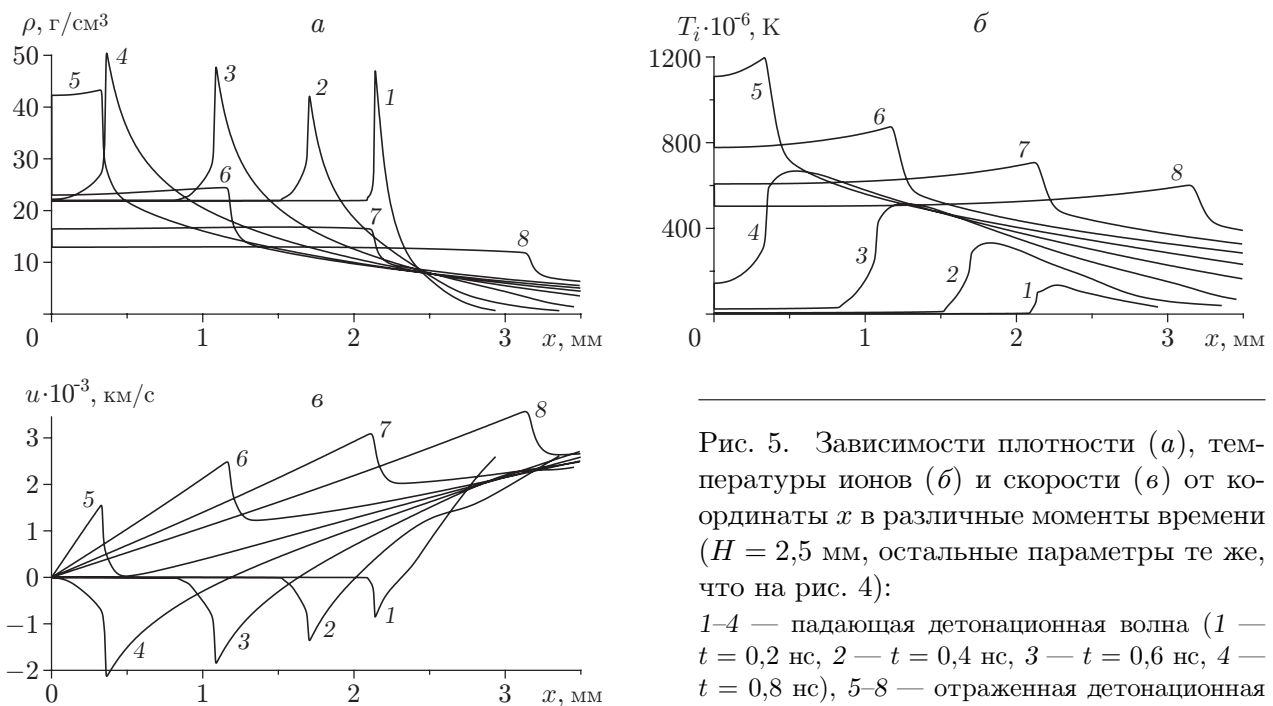


Рис. 5. Зависимости плотности (а), температуры ионов (б) и скорости (в) от координаты x в различные моменты времени ($H = 2,5$ мм, остальные параметры те же, что на рис. 4):

1–4 — падающая детонационная волна (1 — $t = 0,2$ нс, 2 — $t = 0,4$ нс, 3 — $t = 0,6$ нс, 4 — $t = 0,8$ нс), 5–8 — отраженная детонационная волна (5 — $t = 1$ нс, 6 — $t = 1,2$ нс, 7 — $t = 1,4$ нс, 8 — $t = 1,8$ нс)

волны от стенки. Интенсивность детонационной волны растет со временем. К моменту отражения детонационной волны температура ионов и скорость достигают значений порядка $T_i = 7 \cdot 10^8$ К, $u = 2000$ км/с. Большая скорость падающей детонационной волны обуславливает температуру ионов, приближенно равную $1,3 \cdot 10^9$ К. Далее, как и в рассмотренном выше случае $H = 0,5$ мм, между отраженной детонационной волной и стенкой возникает течение с линейным профилем скорости и слабой зависимостью термодинамических функций от координаты x .

4. Анализ полученных результатов. В настоящей работе рассмотрено поведение волн медленного горения, распространяющихся навстречу друг другу по термоядерному горючему, предварительно сжатому и нагретому несколькими ударными волнами, вызванными одновременным действием одинаковых лазерных импульсов на обе стороны плоской мишени. При распространении таких волн горения в области перед их фронтом образуется сжимающий профиль скорости, что может приводить к быстрому увеличению плотности горючего между сходящимися волнами. При отражении волны горения от плоскости симметрии профиль скорости является линейным. После отражения течение остается безударным.

Таблица 2

Коэффициент выгорания B в зависимости от параметров задачи

Драйвер	$H\rho_0 \approx 1 \text{ г/см}^2$			$H\rho_0 \approx 5 \text{ г/см}^2$		
	ρ_0/ρ_s	H , мм	B	ρ_0/ρ_s	H , мм	B
Лазер	1	50	0,33	5	50	0,7
Протоны	100	0,5	0,32	100	2,5	0,67

Установлено, что если увеличение плотности в области перед волной медленного горения происходит вдали от плоскости симметрии, то эта волна может превратиться в пару детонационных волн, движущихся в противоположных направлениях.

Для задачи, в которой рассматривается нагрев горючего пучком протонов, показано, что необходимая для зажигания топлива интенсивность пучка увеличивается вместе с начальной плотностью в соответствии с известной формулой, полученной по результатам двумерных расчетов. В случае зажигания быстро образуется детонационная волна известного типа с примыкающей к ее фронту волной разрежения.

В работе [4] показано, что коэффициент выгорания топлива существенно зависит только от параметра $H\rho_0$, как и в случае разлета сферической мишени [17]. Такой характер зависимости подтверждают результаты численных расчетов, выполненных в настоящей работе (табл. 2).

При $H\rho_0 \approx 1 \text{ г/см}^2$ наиболее существенное увеличение коэффициента выгорания происходит на стадии разлета после отражения детонационной волны. В случае инициирования зажигания пучком протонов энергия нейтронов увеличивается в 200 раз. В случае $H\rho_0 \approx 5 \text{ г/см}^2$ на стадии разлета коэффициент выгорания увеличивается приблизительно в два раза, при этом энергия нейтронов увеличивается в 2000 раз.

Эффективность горения на стадии разлета в основном обусловлена пространственной однородностью термодинамических функций между плоскостью симметрии и фронтом отраженной детонационной волны. Заметим, что такая однородность за фронтом отраженной волны не является типичной для решений уравнений гидродинамики в случае сферической или цилиндрической геометрии. Например, в известном автомодельном решении о сходящейся сферической ударной волне, продолженном за момент ее схлопывания, значение плотности в точке симметрии равно нулю (см., например, [18]).

Решение уравнений гидродинамики с линейным профилем скорости и постоянными по пространственным координатам термодинамическими функциями найдено аналитически с точностью до произвольной постоянной. Для одного из вариантов задачи показана возможность выбора этой постоянной таким образом, чтобы решение с высокой точностью описывало полученную в расчетах зависимость плотности от времени после отражения детонационной волны.

Приведенные значения коэффициентов выгорания и усиления являются максимально возможными значениями в случае зажигания с торцов цилиндрической мишени, предложенной в [19] для случая сжатия газообразного дейтерия лазерным импульсом. Предположим, что при зажигании указанной цилиндрической мишени основную роль играет только нагрев α -частицами, а боковой разлет горючего, передача тепла от горючего к стенке и собственное излучение плазмы несут незначительную роль. Такое предположение имеет определенные основания. Плотность горючего в рассмотренном варианте приблизительно равна 22 г/см^3 . Плотность оболочки при ее сжатии может превышать это значение в 10 раз. Например, в работе [20] рассматривается оболочка из золота с плотностью 400 г/см^3 . Изменение радиуса горючего в оболочке за время $t = 150 \text{ пс}$, в течение которого в соответствии с проведенными расчетами возникает детонационная волна, может оказаться незначительным.

Замагниченность оболочки может приводить к существенному уменьшению теплового потока в нее [19]. Отметим также работу [21], в которой при моделировании зажигания аналогичной мишени пучком тяжелых ионов сделан вывод, что процессы переноса излучения не являются определяющими при зажигании.

Если сделанное выше предположение верно, то появляется возможность оценивать энергию зажигания E_{ig} цилиндрической мишени по результатам одномерных расчетов. Для зажигания мишени необходимо, чтобы значительная часть энергии α -частиц оставалась в горючем и они не вылетали за его пределы. Чтобы приближенно учесть этот эффект, достаточно решить одномерную задачу трековым методом с траекториями α -частиц, ограниченными цилиндрической поверхностью радиусом R_α , который является параметром метода и отождествляется с радиусом горючего и радиусом пучка. Если в решении одномерной задачи возникает волна термоядерного горения, то $E_{ig} = \pi R_\alpha^2 J \Delta t$. Если $R_\alpha = 0$, то зажигания не происходит. Увеличивая R_α , можно найти приближенное значение, начиная с которого мишень зажигается. При дальнейшем увеличении R_α параметры горения, например коэффициент выгорания, меняются незначительно. Результаты расчетов по такой квазиодномерной модели качественно согласуются с известной зависимостью $E_{ig} \sim \rho_0^{-2}$ [22]. При $\rho_0 = 100\rho_s$ с использованием этой модели получаем $R_\alpha = 0,1$ мм, $E_{ig} \approx 160$ кДж.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуськов С. Ю. Быстрое зажигание мишеней инерциального синтеза // Физика плазмы. 2013. Т. 39, № 1. С. 3–59.
2. Афанасьев Ю. В., Гамалий Е. Г., Розанов В. Б. Основные уравнения динамики и кинетики лазерной плазмы // Тр. Физ. ин-та АН СССР. 1982. Т. 134. С. 10–31.
3. Хищенко К. В., Чарахчян А. А. Об одном свойстве двух симметрично сходящихся плоских волн термоядерного горения // Вопр. атом. науки и техники. Сер. Мат. моделирование физ. процессов. 2013. Вып. 3. С. 30–40.
4. Charakhch'yan A. A., Khishchenko K. V. Symmetrically converging plane thermonuclear burn waves // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2013. V. 55. P. 105011.
5. Khishchenko K. V. Equations of state for two alkali metals at high temperatures // J. Phys.: Conf. Ser. 2008. V. 98. P. 032023.
6. Калиткин Н. Н., Кузьмина Л. В. Таблицы термодинамических функций при высокой концентрации энергии. М., 1975. (Препр. / Ин-т проблем механики АН СССР; № 35).
7. Калиткин Н. Н., Костомаров Д. П. Математические модели физики плазмы (обзор) // Мат. моделирование. 2006. Т. 18, № 11. С. 67–94.
8. Силин В. П. Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971.
9. Бракнер К. Управляемый лазерный синтез / К. Бракнер, С. Джорна. М.: Атомиздат, 1977.
10. Выговский О. Б., Ильин Д. А., Левковский А. А. и др. Торможение быстрых заряженных частиц в идеальной плазме с произвольной степенью вырождения. М., 1990. (Препр. / Физ. ин-т АН СССР; № 72).
11. Сивухин Д. В. Кулоновские столкновения в полностью ионизованной плазме // Вопросы теории плазмы: Сб. науч. тр. М.: Атомиздат, 1964. Вып. 4. С. 81–187.
12. Марчук Г. И., Имшенник В. С., Баско М. М. Физика термоядерного взрыва шара из сжиженного дейтерия нормальной плотности // Успехи физ. наук. 2009. Т. 179. С. 289–295.
13. Зельдович Я. Б. Взаимодействие свободных электронов с электромагнитным излучением // Успехи физ. наук. 1975. Т. 115. С. 161–197.
14. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972.

15. **Ландау Л. Д.** Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.
16. **Atzeni S.** Inertial fusion fast ignitor: Igniting pulse parameter window vs the penetration depth of the heating particles and the density of the precompressed fuel // *Phys. Plasmas*. 1999. V. 6. P. 3316–3326.
17. **Баско М. М.** Физические основы инерциального термоядерного синтеза. М.: Моск. инж.-физ. ин-т, 2009.
18. **Забабахин Е. И.** Явления неограниченной кумуляции / Е. И. Забабахин, И. Е. Забабахин. М.: Наука, 1988.
19. **Пашинин П. П., Прохоров А. М.** Получение высокоплотной дейтериевой плазмы при лазерном нагреве специальной газовой мишени // *Журн. эксперим. и теорет. физики*. 1972. Т. 62. С. 189–194.
20. **Rams R., Meyer-ter-Vehn J.** On thermonuclear burn propagation in a pre-compressed cylindrical DT target by a heavy ion beam pulse // *Laser Part. Beams*. 2014. V. 32. P. 41–47.
21. **Чуразов М. Д., Аксенов А. Г., Забродина Е. А.** Воспламенение термоядерных мишеней пучком тяжелых ионов // *Вопр. атом. науки и техники. Сер. Мат. моделирование физ. процессов*. 2001. Вып. 1. С. 20–28.
22. **Tabak M., Hammer J., Glinsky M. E., et al.** Ignition and high gain with ultrapowerful lasers // *Phys. Plasmas*. 1994. V. 1. P. 1626–1634.

Поступила в редакцию 16/X 2014 г.
