

УДК 536.24+538.4

## **Влияние термофореза на тепло- и массоперенос при нелинейной смешанной МГД-конвекции вдоль вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, при наличии излучения**

**Н. Кишан<sup>1</sup>, С. Джагадха<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Османский университет, Хайдарабад, штат Телангана, Индия*

<sup>2</sup>*Институт технологии им. Мала Редди, Секундерабад, штат Телангана, Индия*

E-mail: kishan\_n@rediffmail.com

В работе представлены результаты исследования влияния термофореза на тепло- и массоперенос при смешанной магнитогидродинамической конвекции в несжимаемой вязкой электропроводной жидкости вдоль вертикальной плоской пластины при наличии излучения. Пластина проницаема и погружена в пористую среду. Для описания отклонения от модели Дарси используется модель течения Форхгеймера. Для описания переноса тепла излучением в уравнении энергии используется приближение Росселанда. Определяющая система дифференциальных уравнений трансформируется в систему обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием преобразования подобия. Нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения приводятся к линейным с помощью метода квазилинеаризации и затем решаются численно с использованием неявной конечно-разностной схемы. Проведен анализ полученных численных результатов по влиянию различных физических параметров, таких как число Гартмана, параметр смешанной конвекции  $Ra_d/Pe_d$ , число Рейнольдса  $Re_d$ , радиационный параметр  $R$ , параметр термофореза  $\tau$ , число Прандтля  $Pr$  и число Шмидта  $Sc$ . Коэффициент теплопередачи табулирован для различных значений физических параметров.

**Ключевые слова:** МГД, нелинейная пористая среда, смешанная конвекция, тепловое излучение, термофорез, неявная конечно-разностная схема.

### **Введение**

Наличие смешанного конвективного тепло- и массообмена является важным фактором при проектировании надежного оборудования для атомных электростанций, газовых турбин и различных двигателей для самолетов, ракет, спутников и космических аппаратов. С учетом важности всех этих приложений в работе [1] было проведено исследование переноса теплового излучения в сером оптически тонком газе на неподвижной вертикальной пластине. В работе [2] изучалось влияние излучения на течение микрополярной жидкости вдоль непрерывно движущейся пластины. В работе [3] было проанализировано влияние теплового излучения в диффузионном приближении Росселанда на смешанную конвекцию вдоль вертикальной пластины в равномерном потоке при постоянной температуре поверхности. Работы [4–6] были посвящены изучению влияния теплового излучения и теплопереноса в различных геометрических и прочих условиях течения.

За последние пять десятилетий выполнено много работ по смешанной конвекции в пограничном слое при течении в пористой среде. Подобного рода задачи имеют важные приложения в таких областях, как добыча геотермальной энергии, моделирование резервуаров нефти, перенос химических загрязнителей в различных промышленных процессах в окружающей среде. обстоятельные обзоры в этой области были сделаны многими исследователями, к ним относятся публикации [7–10]. Работы [11] и [12] доказали фактически, что конвективные течения в пористых средах имеют несомненно важное значение для рассматриваемых процессов. Как было указано в работе [13], в смешанных конвективных течениях подобие существует только если скорость и температура во внешнем потоке вдоль пластины изменяются как одинаковые степенные функции расстояния вдоль пластины. Также в смешанных конвективных течениях подобие имеет место в четырех случаях [12], два из которых соответствуют спутным потокам и два — встречным потокам. Эти течения могут быть направлены вдоль горячей пластины со спутным потоком (а) и с противотоком (б), а также вдоль холодной пластины со спутным потоком (в) и с противотоком (г). Из этих четырех случаев только два, а именно, (а) и (г) рассматриваются в настоящем исследовании.

По кинетической теории термофорез возникает вследствие того, что молекулы с высокой энергией горячей области жидкости, имеющие больший импульс, чем молекулы холодной области, сталкиваются с последними. Это приводит к миграции частиц в направлении, противоположном градиенту температуры: из теплых областей в более холодные. Термофорез имеет важное практическое значение в различных промышленных и инженерных приложениях, в том числе при сборе аэрозолей (тепловые осадители), для обеспечения безопасности ядерных реакторов, для предотвращения коррозии теплообменников и в контроле за микрозагрязнениями. Термофорез имеет важные приложения в производстве оптических волокон. В процессе модифицированного химического парофазного осаждения для построения пленок стекла ( $\text{GeO}_2$  и  $\text{SiO}_2$ ) используется осаждение частиц на стенки трубки. Термофорез может использоваться в чистых помещениях для предотвращения осаждения мелких частиц на электронных чипах. Так как размеры элементов цепи уменьшаются, потенциальные сбои из-за микрозагрязнения вследствие осаждения частиц увеличиваются.

Влияние термофореза с химической реакцией на вынужденную конвекцию играет важную роль в космической технике и в процессах, проходящих при высоких температурах. В некоторых приложениях пористых сред, таких как отвод тепла от ядерного топлива, подземное захоронение радиоактивных отходов, хранение продуктов питания, в экзо- и/или эндотермических химических реакциях и диссоциации жидкостей в реакторах с неподвижным слоем, имеют значение эффекты выделения (источник) или поглощения (сток) тепловой энергии рабочей жидкостью. Использование механизмов осаждения для повышения эффективности этих процессов может иметь явные преимущества при применении пигментов, химическом покрытии металлов, для удаления частиц из газового потока путем фильтрования. В работе [14] впервые использовался термофоретический перенос в простом одномерном потоке для измерения скорости термофореза. Термофорез в ламинарном потоке вдоль горизонтальной плоской пластины был изучен теоретически в работе [15]. Также он исследовался при естественной конвекции с переменными свойствами в ламинарном потоке вдоль холодной вертикальной плоской пластины [16]. Влияние магнитогидродинамики (МГД) на ламинарный пограничный слой вдоль пористого клина с термофоретическим осаждением частиц при различных условиях внешнего потока проанализировано в работе [17]. В [18] рассматривалось термофоретическое влияние на тепло- и массообмен при нелинейной смешанной МГД-конвекции вдоль пористого клина при наличии ддува или отсоса.

В работе [19] изучалось влияние магнитного поля и излучения на смешанный конвективный перенос тепла вдоль вертикальной плоской пластины. Пластина была проницаема и погружена в пористую среду, насыщенную жидкостью. Для описания отклонения от модели Дарси использовалась модель течения Форхгеймера.

### Математическая постановка

Рассматривается ламинарная двумерная смешанная конвекция вдоль полубесконечной вертикальной пластины, погруженной в пористую среду с потоком электропроводной ньютоновской жидкости (рис. 1). Скорость потока равна  $u_\infty$ , выталкивающая сила может быть направлена вдоль потока или против него. Вдали от пластины окружающая среда и жидкость поддерживаются при постоянной температуре  $T_\infty$ . Жидкость считается серой, поглощающей и излучающей тепловое излучения без рассеяния, и приближение Росселанда используется для описания теплового потока излучения в уравнении энергии. Жидкость и пористая среда находятся в локальном термодинамическом равновесии, пористая среда предполагается прозрачной. Вследствие нагрева поглощающей жидкости и пластины солнечным излучением, тепло переносится от изотермической пластины в окружающую среду. Система координат выбирается таким образом, что ось  $x$  направлена вдоль пластины, а ось  $y$  — по нормали к пластине. Магнитное поле наложено в направлении  $y$ . Магнитное число Рейнольдса принимается малым, так что наведенным магнитным полем можно пренебречь. Пластина поддерживается при постоянной температуре  $T_w$ , которая выше, чем температура окружающей среды  $T_\infty$ . Распределение скорости вдува/отсоса предполагается степенной функцией вида  $v_w(x) = Ax^l$ , где  $A$  — константа,  $x$  — расстояние от передней кромки. Под этих допущениях уравнения пограничного слоя с использованием приближения Буссинеска для данной задачи имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\left[ 1 + \frac{\sigma \beta_0^2 K}{\rho \nu} \right] \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{C \sqrt{K}}{\nu} \cdot \frac{\partial(u^2)}{\partial y} = \pm \frac{Kg\beta}{\nu} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \alpha \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{\rho c_p} q_y^r \right] - \frac{\partial}{\partial y} (V_T T), \quad (3)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y} (V_T C), \quad (4)$$

здесь  $u$  и  $v$  являются компонентами скорости вдоль направлений  $x$  и  $y$ ,  $T$  — температура жидкости,  $K$  — постоянная проницаемости,  $C$  — эмпирическая константа,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\beta$  — коэффициент теплового расширения,  $\rho$  — плотность,  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении,  $\alpha$  — постоянная температуропроводность,  $\sigma$  — электрическая проводимость жидкости,  $\beta_0$  — напряженность магнитного поля,  $q_y^r$  — поток теплового излучения, который упрощается при использовании приближения Росселанда [20]:

$$q_y^r = -(4\sigma_0 / 3k^*) \cdot (\partial T^4 / \partial y), \quad (5)$$

здесь  $\sigma_0$  и  $k^*$  — постоянная Стефана–Больцмана и средний коэффициент

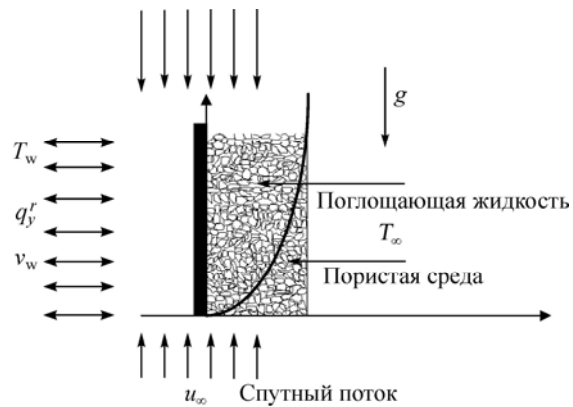


Рис. 1. Вертикальная пластина в пористой среде, насыщенной жидкостью.

поглощения;  $V_T = -kv \frac{\nabla T}{T} = -\frac{kv}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}$  — термофорическая вязкость, определенная в работе [21],  $k$  — термофорический коэффициент.

Граничные условия имеют вид:

$$v = Ax^l, \quad T = T_w \quad \text{при } y = 0 \quad \text{и} \quad u = u_\infty, \quad T = T_\infty \quad \text{при } y \rightarrow \infty, \quad (6)$$

где  $A$  — константа.

Учитывая уравнение неразрывности (1), введем функцию тока  $\psi$ :

$$u = \partial\psi/\partial y, \quad v = -\partial\psi/\partial x. \quad (7)$$

Подставляя (6) в (2)–(4) и используя преобразования подобия

$$\eta = \sqrt{\text{Pe}_x} \frac{y}{x}, \quad \psi = \alpha \sqrt{\text{Pe}_x} f(\eta), \quad \theta(\eta) = (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty), \quad \phi(\eta) = (C - C_\infty)/(C_w - C_\infty), \quad (8)$$

получим следующую систему уравнений:

$$(1 + \text{Na}^2) f'' + 2 \text{Re}_d f' \cdot f'' = \pm (\text{Ra}_d / \text{Pe}_d) \theta', \quad (9)$$

$$\theta'' + (1/2) f \theta' + (4/3) R ((C_T + \theta)^3 \theta')' - \tau \text{Pr} (\theta \theta'' + \theta'^2) = 0, \quad (10)$$

$$\phi'' / \text{Sc} - \tau (\theta' \phi' + \phi \theta'') + f \phi' / (2 \text{Pr}) = 0, \quad (11)$$

здесь  $\text{Re}_d = u_\infty d C / \nu$  — число Рейнольдса по диаметру поры,  $\text{Ra}_d = K g \beta (T_w - T_\infty) d / a \nu$  — число Рэлея по диаметру поры,  $\text{Pe}_d = u_\infty d / a$  — число Пекле по диаметру поры,  $\text{Na}^2 = \sigma \beta_0^2 k / \rho \nu$  — число Гартмана,  $R = 4 \sigma (T_w - T_\infty)^3 / (k k^*)$  — число Росселанда,  $\text{Ra}_d / \text{Pe}_d$  — определяющий параметр смешанной конвекции,  $C_T = T_\infty / (T_w - T_\infty)$  — температурный напор,  $\tau = -k(T_w - T_\infty) / T$ ,  $\text{Pr} = \nu / a$  и  $\text{Sc} = \nu / D$ .

Граничные условия (5) в терминах  $f$  и  $\theta$  принимают вид:

$$f(\eta) = f_w, \quad \theta(\eta) = 1, \quad \phi(\eta) = 1 \quad \text{при } \eta = 0, \quad f'(\eta) \rightarrow 1, \quad \theta(\eta) \rightarrow 0, \quad \phi(\eta) \rightarrow 0 \quad \text{при } \eta \rightarrow \infty. \quad (12)$$

В граничных условиях  $f = f_w = \text{const}$  для сохранения независимости от  $x$ , что необходимо для существования автомодельного решения.

Параметр вдува/отсоса в безразмерной форме записывается в виде

$$f_w = -2x / (A \alpha) \nu_w(x) \text{Pe}_x^l. \quad (13)$$

и не будет зависеть от  $x$  только если  $l = -1/2$ . Отрицательная степень распределения вдува/отсоса приводит к бесконечности вдува/отсоса на передней кромке, что нереально, но решение методом подобия по-прежнему будет давать точные результаты достаточно далеко от переднего края.

Коэффициент теплопередачи в терминах числа Нуссельта имеет вид:

$$\text{Nu}_x / \text{Pe}_x^{1/2} = -\theta'(0) \left[ 1 + (4R/3)(C_T + \theta(0))^3 \right]. \quad (14)$$

### Численные решения

Интегрируем систему обыкновенных дифференциальных уравнений (9)–(11) с граничными условиями (12) численно с помощью неявного конечно-разностного метода. Применение метода квазилинеаризации [22] к нелинейному уравнению (9) позволяет записать:

$$(1 + \text{Na}^2 + 2 \text{Re}_d \cdot F') f'' + 2 \text{Re}_d \cdot F'' \cdot f' = \pm (\text{Ra}_d / \text{Pe}_d) \theta' + 2 \text{Re}_d \cdot F'' \cdot F'. \quad (15)$$

Здесь предполагается, что  $F$  — значение  $f$  на  $n$  итерации, и  $f$  — значение на  $(n+1)$  итерации.

Критерием сходимости является условие:  $|F-f| < 10^{-5}$ .

С помощью неявной конечно-разностной схемы для уравнений (10), (11) и (15) получим

$$a[i]f[i-1] + b[i]f[i] + c[i]f[i+1] = d[i], \quad (16)$$

$$a_1[i]\theta[i-1] + b_1[i]\theta[i] + c_1[i]\theta[i+1] = d_1[i], \quad (17)$$

$$a_2[i]\phi[i-1] + b_2[i]\phi[i] + c_2[i]\phi[i+1] = 0, \quad (18)$$

$$\text{где } a[i] = 1 + \text{Ha}^2 + 2 \text{Re}_d F_1[i] - 0,5 \cdot h \cdot 2 \text{Re}_d \cdot F_2[i], \quad b[i] = -2 \cdot (1 + \text{Ha}^2 + 2 \text{Re}_d F_1[i]),$$

$$c[i] = (1 + \text{Ha}^2 + 2 \text{Re}_d F_1[i]) + 0,5 \cdot h \cdot 2 \text{Re}_d \cdot F_2[i], \quad d[i] = h \cdot h \cdot (\pm \text{Ra}_d / \text{Pe}_d) \theta' + 2 \text{Re}_d F'' \cdot F',$$

$$a_1[i] = 1 + (4/3) \cdot RQ^3 - \tau \text{Pr} \theta[i] - 0,5 \cdot h \cdot (0,5 \cdot f[i] + 8RQ^2 \theta_1[i] - 2\tau \text{Pr} \theta_1[i]),$$

$$b_1[i] = -2 \cdot (1 + (4/3) \cdot RQ^3 - \tau \text{Pr} \theta[i]) - h \cdot h \cdot \tau \cdot \text{Pr} \cdot \theta_2[i],$$

$$c_1[i] = 1 + (4/3) \cdot RQ^3 - \tau \text{Pr} \theta[i] + 0,5 \cdot h \cdot (0,5 \cdot f[i] + 8RQ^2 \theta_1[i] - 2 \cdot \tau \cdot \text{Pr} \theta_1[i]),$$

$$d_1[i] = h \cdot h \cdot (4RQ^2 \theta_1^2[i] - \tau \text{Pr} \theta[i] \theta_2[i] - \tau \text{Pr} \theta_1^2[i]), \quad a_2[i] = 1/\text{Sc} - 0,5 \cdot h \cdot (1/2 \text{Pr}) f[i] - \theta_1[i],$$

$$b_2[i] = -2(1/\text{Sc}) - h \cdot h \cdot \tau \theta_2[i], \quad c_2[i] = 1/\text{Sc} + 0,5 \cdot h \cdot (1/2 \text{Pr}) f[i] - \theta_1[i],$$

$$A[i] = 1 + \text{Ha}^2 + 2 \text{Re}_d \cdot F_1[i], \quad B[i] = 2 \text{Re}_d \cdot F_2[i], \quad D[i] = \pm (\text{Ra}_d / \text{Pe}_d) \theta' + 2 \text{Re}_d F'' F',$$

$$A_1[i] = 1 + (4/3) \cdot RQ^3 - \tau \text{Pr} \theta[i], \quad B_1[i] = 0,5 \cdot f[i] + 8RQ^2 \theta_1[i] - 2\tau \text{Pr} \theta_1[i],$$

$$C_1[i] = -\tau \text{Pr} \theta_2[i], \quad D_1[i] = 4RQ^2 \theta_1^2[i] - \tau \text{Pr} \theta[i] \theta_2[i] - \tau \text{Pr} \theta_1^2[i],$$

$$A_2[i] = 1/\text{Sc}, \quad B_2[i] = (1/2 \text{Pr}) f[i] - \theta_1[i], \quad C_2[i] = -\tau \theta_2[i].$$

Система связанных уравнений (16)–(18) решается итерационным методом Гаусса–Зейделя с помощью кода на языке С. Итерационная процедура начинается решением уравнения для концентрации, затем следуют решения уравнений энергии и импульса и она продолжается до достижения сходимости. Чтобы получить сходящееся решение, была установлена точность  $10^{-5}$  для зависимых переменных  $f'$  и  $\theta, \phi$ .

### Результаты и обсуждение

В настоящем разделе представлен анализ результатов расчетов, проведенных с помощью неявной конечно-разностной схемы и метода Гаусса–Зейделя с использованием кода на языке С для различных значений физических параметров, таких как магнитный параметр  $\text{Ha}$ , параметр смешанной конвекции  $\text{Ra}_d/\text{Pe}_d$ , числа Рейнольдса  $\text{Re}_d$ , радиационного параметра  $R$ , параметра термофореза  $\tau$ , чисел Прандтля  $\text{Pr}$  и Шмидта  $\text{Sc}$ . Полученные данные представлены на рис. 2–12. При сравнении результатов расчетов настоящей работы для коэффициента теплоотдачи  $\text{Nu}_x/(\text{Pe}_x)^{0,5}$  с данными работы [19] обнаруживается хорошее согласование, что свидетельствует о точности полученных численных результатов.

Влияние магнитного параметра  $\text{Ha}$  на профили скорости, температуры и концентрации для спутных потоков ( $\text{Ra}_d/\text{Pe}_d > 0$ ) показано на рис. 2, а для противотока ( $\text{Ra}_d/\text{Pe}_d < 0$ ), отсоса ( $f_w = 0,5$ ) и вдува ( $f_w = -0,5$ ) — на рис. 3. Из рисунков видно, что

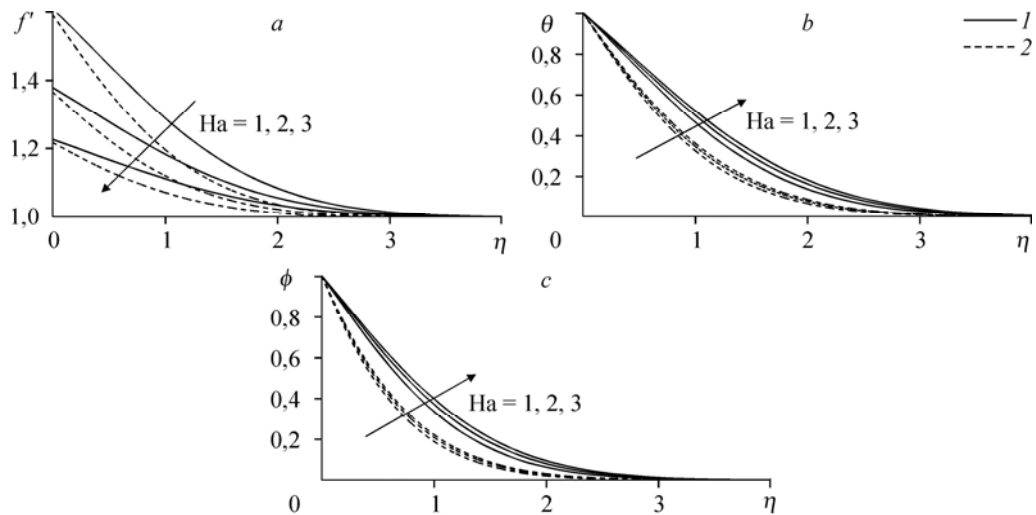


Рис. 2. Влияние магнитного параметра  $Ha$  для  $f_w = -0,5$  (1) и  $0,5$  (2) при спутных потоках  $Ra_d/Pe_d = 3$ ,  $Re_d = 1$ ,  $R = 0,5$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).

скорость жидкости при увеличении магнитного параметра  $Ha$  в спутных потоках уменьшается (рис. 2а), в то время как для противотока наблюдается обратное явление (рис. 3а). Из рис. 2 и 3 следует, что температура и концентрация жидкости увеличиваются с увеличением магнитного параметра  $Ha$  как при отсосе ( $f_w = 0,5$ ), так и при вдуве ( $f_w = -0,5$ ) в спутных потоках, в то время как при противотоке наблюдается обратное явление. Влияние поперечного магнитного поля на движение электропроводящей жидкости порождает объемную силу, называемую силой Лоренца, которая имеет тенденцию тормозить движение жидкости. Из графиков видно, что профили скорости, температуры и концентрации получаются выше в случае вдува, чем в случае отсоса. Интересно, что при противотоке профили скорости оказываются выше для отсоса в сравнении со случаем вдува, в то время как в спутных потоках наблюдается обратная тенденция (рис. 3а).

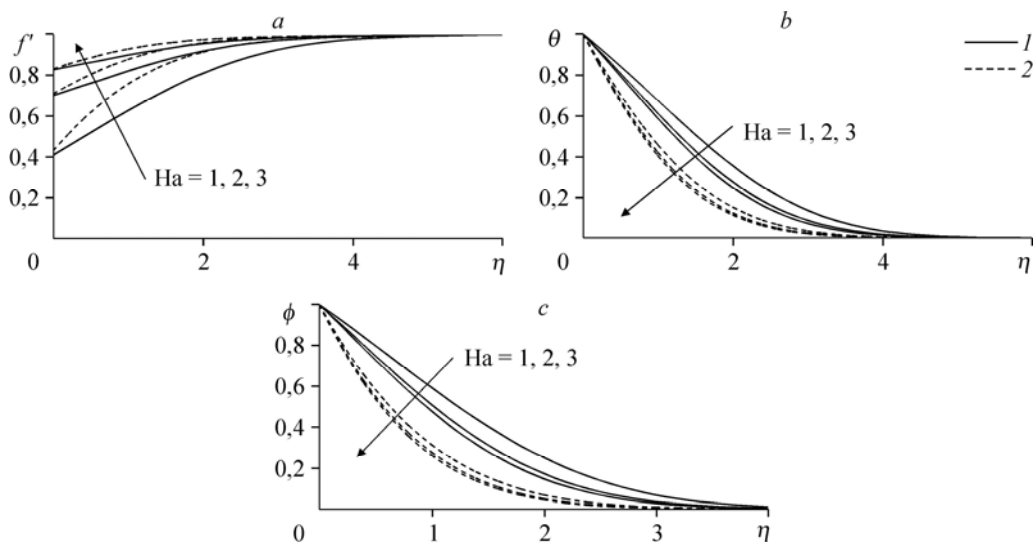


Рис. 3. Влияние магнитного параметра  $Ha$  для  $f_w = -0,5$  (1) и  $0,5$  (2) при противотоке  $Ra_d/Pe_d = -2$ ,  $Re_d = 1$ ,  $R = 0,5$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).

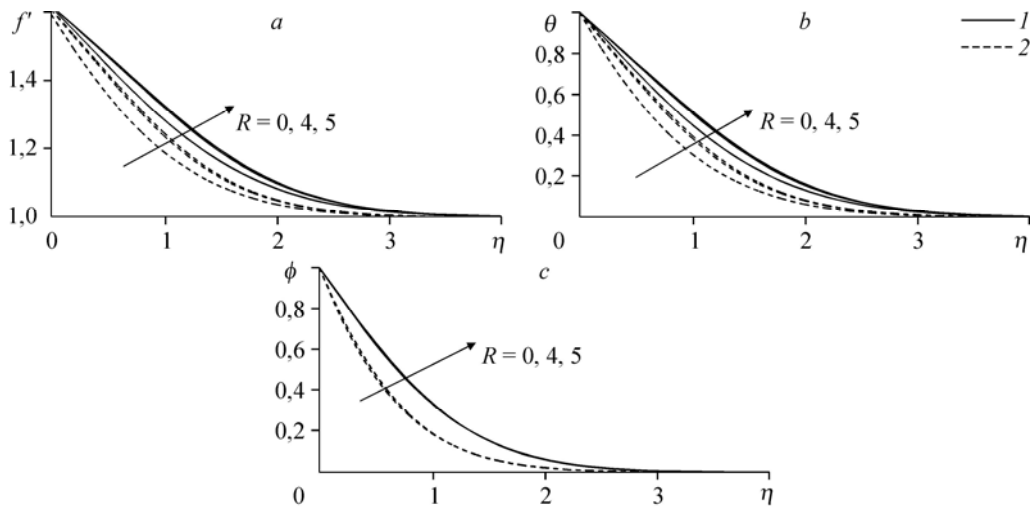


Рис. 4. Влияние параметра излучения  $R$  для  $f_w = -0,5$  (1) и  $0,5$  (2) при спутных потоках  $Ra_d/Pe_d = 3$ ,  $Re_d = 1$ ,  $Na = 1$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).

На рис. 4 и 5 представлены типичные профили скорости, температуры и концентрации для различных значений радиационного параметра  $R$  для спутных потоков и противотока соответственно. Графики представлены как для отсоса ( $f_w = 0,5$ ), так и для вдува ( $f_w = -0,5$ ). Как можно заметить, скорость увеличивается с увеличением радиационного параметра  $R$  в спутных потоках как для отсоса ( $f_w = 0,5$ ), так и для вдува ( $f_w = -0,5$ ). Однако при противотоке профили скорости уменьшаются с увеличением радиационного параметра  $R$ . Следует отметить, что при отсосе скорость в спутных потоках уменьшается, в то время как для противотока она увеличивается. Также увеличение значения радиационного параметра приводит к увеличению профилей температуры и концентрации как в спутных потоках, так и при противотоке.

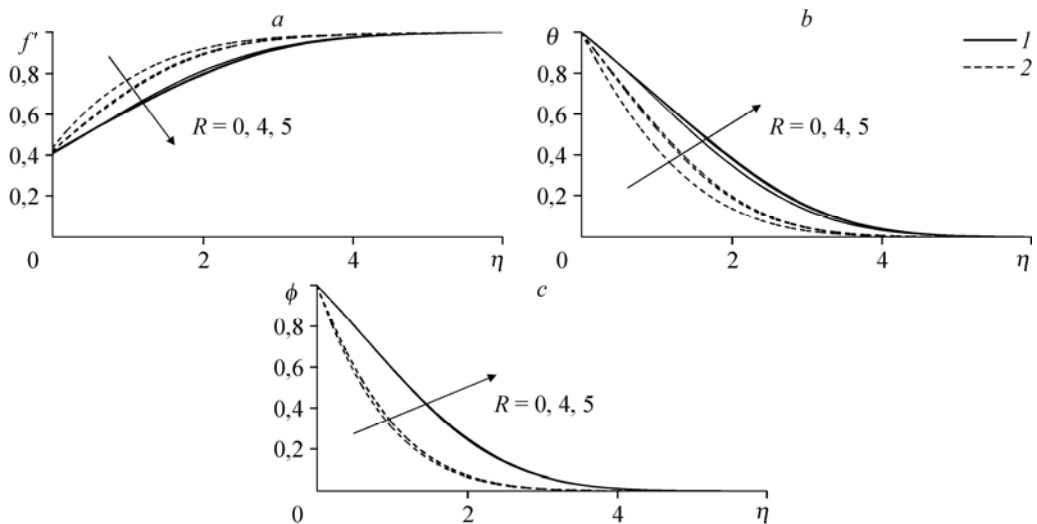


Рис. 5. Влияние параметра излучения  $R$  для  $f_w = -0,5$  (1) и  $0,5$  (2) при противотоке  $Ra_d/Pe_d = -2$ ,  $Re_d = 1$ ,  $Na = 1$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).

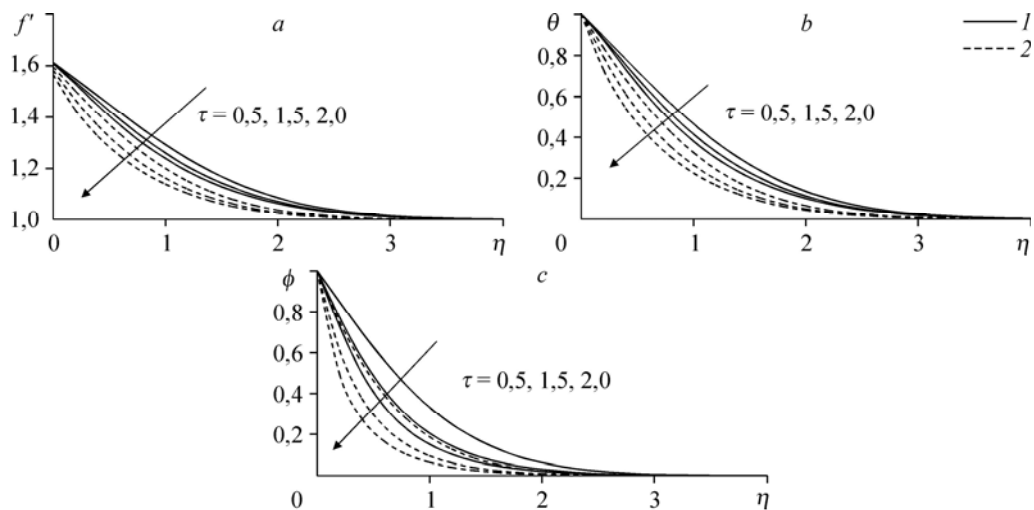


Рис. 6. Влияние параметра термофореза  $\tau$  для  $f_w = -0,5$  (1) и  $0,5$  (2) при спутных потоках  $Ra_d/Pe_d = 3$ ,  $Re_d = 1$ ,  $R = 0,5$ ,  $Na = 1$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).

Влияние параметра термофореза  $\tau$  на профили скорости, температуры и концентрации представлены на рис. 6 для спутных потоков. Очевидно, что профили скорости, температуры и концентрации уменьшаются при увеличении параметра термофореза  $\tau$  как для отсоса, так и для вдува. Влияние параметра термофореза  $\tau$  для противотока показано на рис. 7. Видно, что оно приводит к увеличению скорости и уменьшению температуры и концентрации как для отсоса ( $f_w = 0,5$ ), так и для вдува ( $f_w = -0,5$ ). Из графиков следует, что влияние термофореза снижается в спутных потоках и увеличивается при противотоке.

Влияние параметра отсоса и вдува на профили скорости, температуры и концентрации представлены на рис. 8 в спутных потоках и на рис. 9 — при противотоке. Как видно из рисунков, при отсосе жидкости скорость в спутных потоках уменьшается,

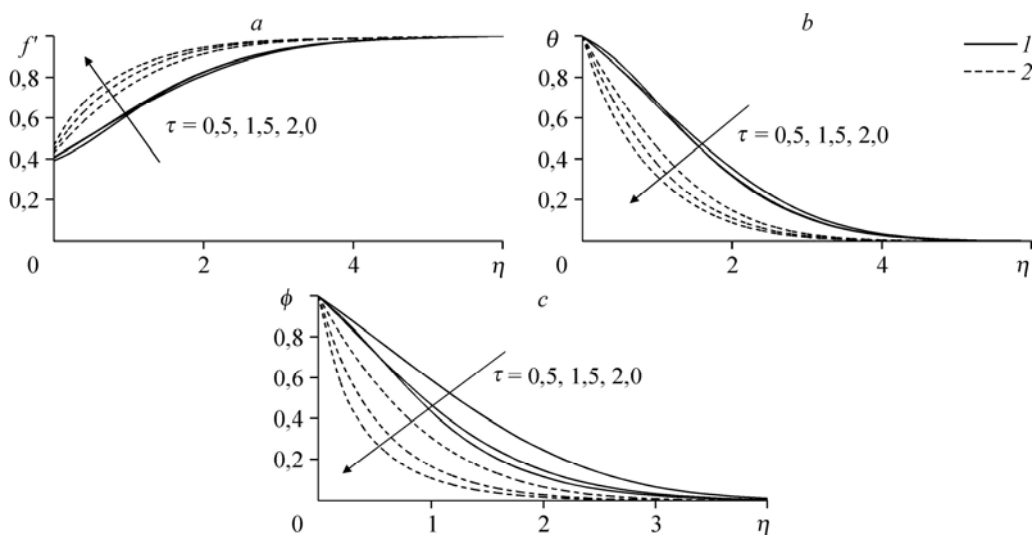


Рис. 7. Влияние параметра термофореза  $\tau$  для  $f_w = -0,5$  (1) и  $0,5$  (2) при противотоке  $Ra_d/Pe_d = -2$ ,  $Re_d = 1$ ,  $R = 0,5$ ,  $Na = 1$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).



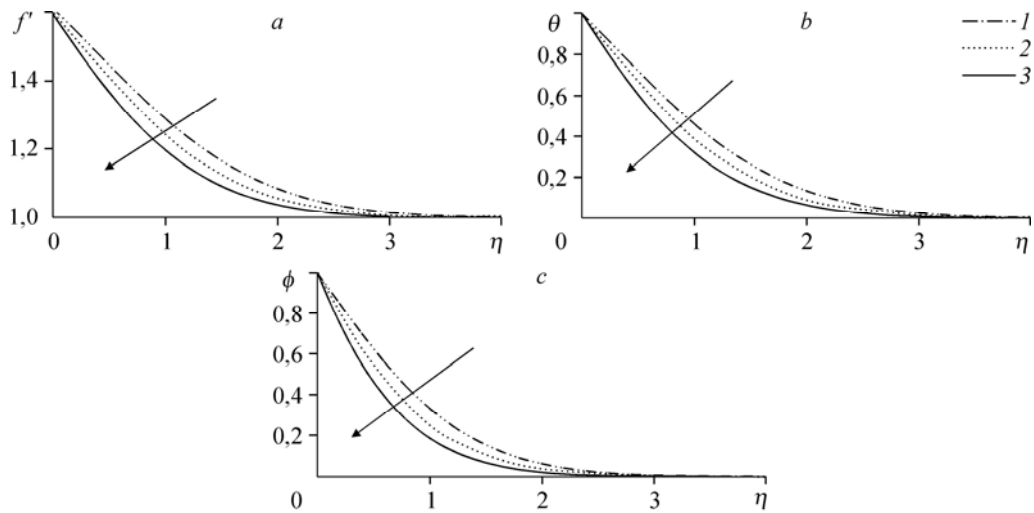


Рис. 8. Влияние ддува ( $f_w = -0,5$ ) (1) и отсоса ( $f_w = 0,5$ ) (3) ( $f_w = 0$ ) (2)) при спутных потоках  $Ra_d/Pe_d = 3$ ,  $Re_d = 1$ ,  $Ha = 1$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (a), профиль температуры (b) и профиль концентрации (c).

в то время как при противотоке она увеличивается. Можно заметить, что температурные и концентрационные профили уменьшаются при увеличении параметра термофореза  $\tau$  как в спутных потоках, так и при противотоке.

Рисунки 10 (для ддува) и 11 (для отсоса) иллюстрируют влияние параметра смешанной конвекции  $Ra_d/Pe_d$  на профили скорости, температуры и концентрации. Как следует из рис. 10, скорость увеличивается с увеличением параметра смешанной конвекции как в спутных потоках, так и при противотоке, как для отсоса ( $f_w = 0,5$ ), так

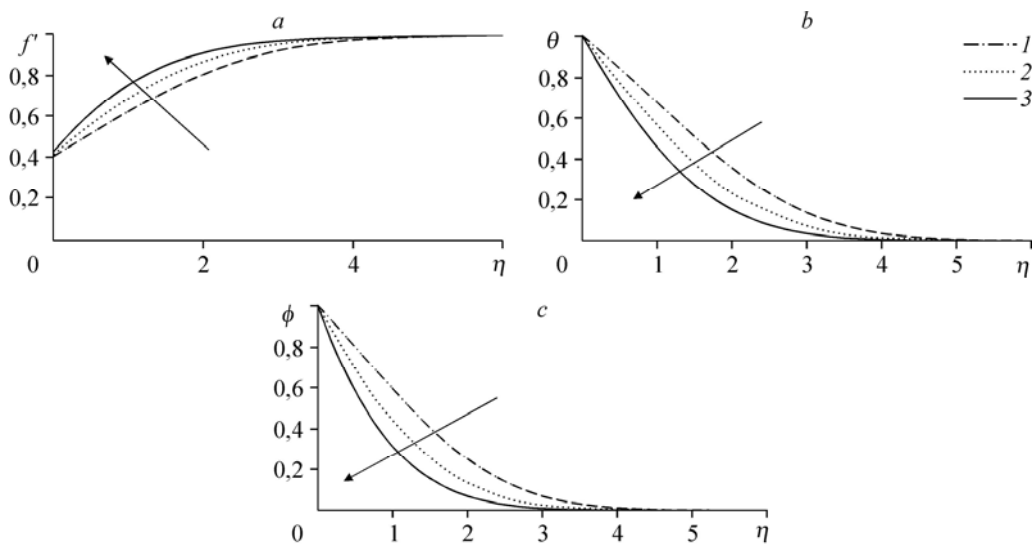


Рис. 9. Влияние ддува ( $f_w = -0,5$ ) (1) и отсоса ( $f_w = 0,5$ ) (3) ( $f_w = 0$ ) (2)) при противотоке  $Ra_d/Pe_d = -2$ ,  $Re_d = 1$ ,  $Ha = 1$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$  на профиль скорости (a), профиль температуры (b) и профиль концентрации (c).

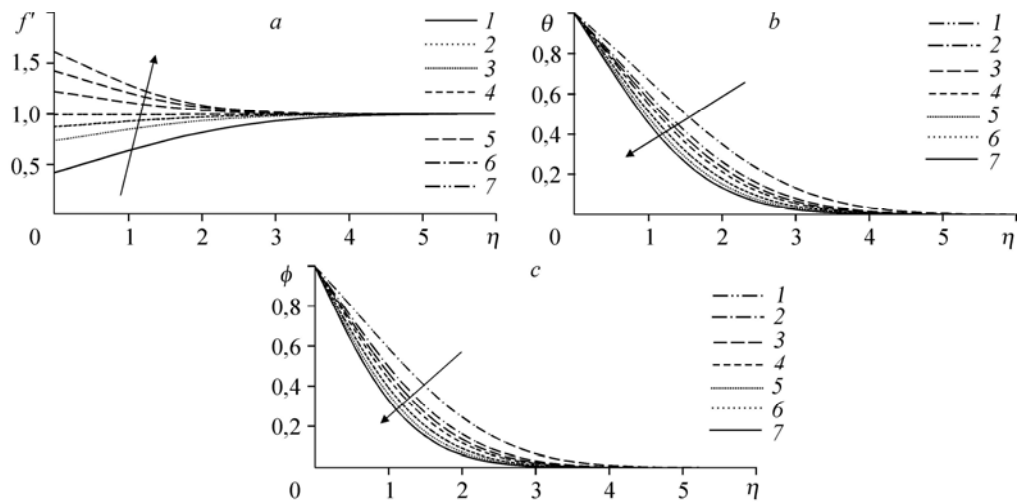


Рис. 10. Влияние параметра смешанной конвекции  $Ra_d/Pe_d$  при вдуве ( $f_w = -0,5$ ,  $Re_d = 1$ ,  $Na = 1$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$ ) на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).  
 $Ra_d/Pe_d = -2$  (1),  $-1$  (2),  $-0,5$  (3),  $0$  (4),  $1$  (5),  $2$  (6),  $3$  (7).

и для вдува ( $f_w = -0,5$ ). Профили температуры и концентрации уменьшаются с увеличением параметра смешанной конвекции как в спутных потоках, так и при противотоке, как для отсоса ( $f_w = 0,5$ ), так и для вдува ( $f_w = -0,5$ ).

Влияние числа Шмидта на профили концентрации показано на рис. 12 (для отсоса и вдува в спутных потоках — на рис. 12а, а при противотоке — на рис. 12b). Из этих графиков можно заметить, что наблюдается уменьшение концентрации жидкости с увеличением числа Шмидта при противотоке и в спутных потоках как для отсоса ( $f_w = 0,5$ ), так и для вдува ( $f_w = -0,5$ ).

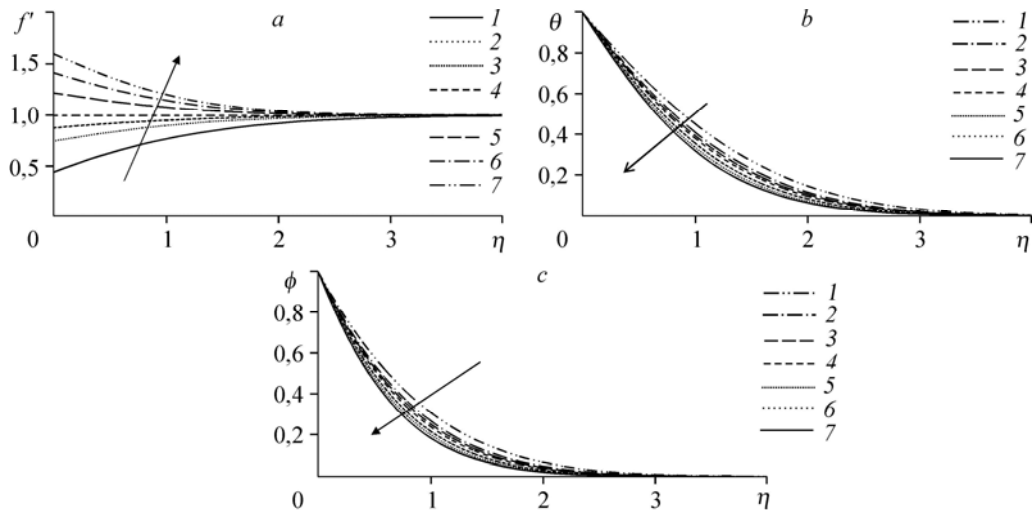


Рис. 11. Влияние параметра смешанной конвекции  $Ra_d/Pe_d$  при отсосе ( $f_w = 0,5$ ,  $Re_d = 1$ ,  $Na = 1$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Sc = 1$ ) на профиль скорости (а), профиль температуры (b) и профиль концентрации (с).  
 $Ra_d/Pe_d = -2$  (1),  $-1$  (2),  $-0,5$  (3),  $0$  (4),  $1$  (5),  $2$  (6),  $3$  (7).

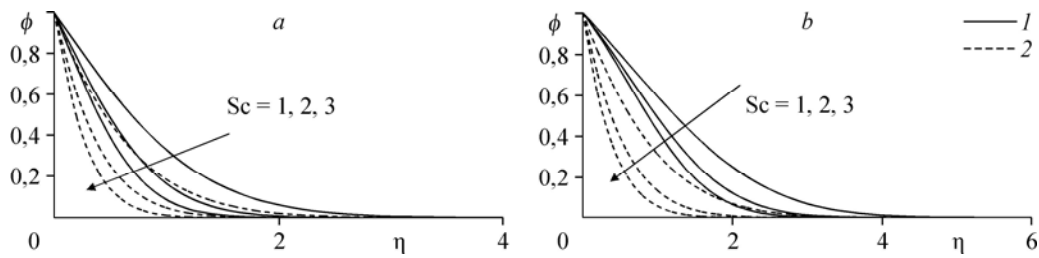


Рис. 12. Влияние числа Шмидта  $Sc$  для  $Pe_d = 1$ ,  $R = 0,5$ ,  $\tau = 0,5$ ,  $C_T = 0,1$ ,  $Pr = 0,73$ ,  $Ha = 1$  на профиль концентрации при спутных потоках  $Ra_d/Pe_d = 3$  (а) и при противотоке  $Ra_d/Pe_d = -2$  (б).  $f_w = -0,5$  (1),  $0,5$  (2).

В табл. 1, 2 представлены результаты для коэффициента теплоотдачи в терминах числа Нуссельта  $Nu_x/Pe_x^{1/2}$  для вдува и отсоса, параметра смешанной конвекции, магнитного параметра, параметра излучения и параметра вдува/отсоса для спутных потоков при противотоке соответственно. Результаты указывают, что при увеличении параметра излучения коэффициент теплоотдачи значительно возрастает как в спутных потоках, так и при противотоке. Можно заметить, что с ростом параметра смешанной конвекции величина  $Nu_x/Pe_x^{1/2}$  увеличивается в спутных потоках и уменьшается при противотоке. Влияние магнитного параметра  $Ha$  приводит к уменьшению  $Nu_x/Pe_x^{1/2}$  в спутных потоках и увеличению при противотоке. Величина  $Nu_x/Pe_x^{1/2}$  имеет большее значение для случая отсоса по сравнению со случаем вдува.

Таблица 1

Коэффициент теплообмена при различных значениях  $f_w$ ,  $Ra_d/Pe_d$ ,  $Ha$  и  $R$  для спутных потоков

$f_w$	$Ra_d/Pe_d$	$Ha$	$R$	$Nu_x/Pe_x^{1/2}$
0,5	1	1	0,5	1,438397
0,5	2	1	0,5	1,498197
0,5	3	1	0,5	1,551292
-0,5	1	1	0,5	0,897877
-0,5	2	1	0,5	0,964936
-0,5	3	1	0,5	1,023794
0,5	1	1	0,5	1,438397
0,5	1	2	0,5	1,410096
0,5	1	3	0,5	1,393298
-0,5	1	1	0,5	0,897877
-0,5	1	2	0,5	0,865939
-0,5	1	3	0,5	0,846771
0,5	2	1	0	0,859563
0,5	2	1	0,5	1,498197
0,5	2	1	1	2,085446
-0,5	2	1	0	0,519037
-0,5	2	1	0,5	0,964936
-0,5	2	1	1	1,394489

Таблица 2

Коэффициент теплообмена при различных значениях  $f_w$ ,  $Ra_d/Pe_d$ ,  $Ha$  и  $R$  при противотоке

$f_w$	$Ra_d/Pe_d$	$Ha$	$R$	$Nu_x/Pe_x^{1/2}$
0,5	-1	1	0,5	1,286653
0,5	-2	1	0,5	1,179772
0,5	-3	1	0,5	1,014022
-0,5	-1	1	0,5	0,721974
-0,5	-2	1	0,5	0,589785
-0,5	-3	1	0,5	0,370393
0,5	-1	1	0,5	1,286653
0,5	-1	2	0,5	1,325055
0,5	-1	3	0,5	1,343979
-0,5	-1	1	0,5	0,721974
-0,5	-1	2	0,5	0,767493
-0,5	-1	3	0,5	0,789678
0,5	-2	1	0	0,683744
0,5	-2	1	0,5	1,179772
0,5	-2	1	1	1,634087
-0,5	-2	1	0	0,29863
-0,5	-2	1	0,5	0,589785
-0,5	-2	1	1	0,877262

### Заключение

В настоящей работе рассмотрено влияние термофореза и излучения на тепло- и массообмен при смешанной конвекции в насыщенной жидкостью пористой среде при влиянии магнитного поля с использованием модели Дарси–Форхгеймера. Радиационный тепловой поток моделировался в приближении Росселанда. Дифференциальные уравнения задачи преобразуются в систему обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью преобразования подобия. Нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения приводятся к линейным с помощью метода квазилинеаризации и решаются численно с использованием неявной конечно-разностной схемы.

Получены следующие результаты:

1. В спутных потоках скорость жидкости уменьшается при увеличении параметров термофореза, вдува/отсоса и магнитного параметра, а при противотоке увеличивается. В спутных потоках скорость жидкости увеличивается с увеличением радиационного параметра, в то время как для противотока она уменьшается. Влияние параметра смешанной конвекции приводит к увеличению скорости как в спутных потоках, так и при противотоке.

2. Профиль температуры возрастает при увеличении параметра магнитного поля и параметра излучения в спутных потоках, в то время как для противотока температурный профиль понижается при увеличении параметра магнитного поля и параметра термофореза. Увеличение параметра излучения приводит к повышению температуры при противотоке, а увеличение параметров термофореза, вдува/отсоса и параметра смешанной конвекции приводит к понижению температуры как в спутных потоках, так и при противотоке.

3. Влияние параметра магнитного поля, а также параметра излучения приводит к увеличению концентрации в спутных потоках, при этом действие параметра магнитного поля уменьшается при противотоке. Концентрация повышается с увеличением радиационного параметра  $R$  и понижается с увеличением параметров термофореза, вдува/отсоса, параметра смешанной конвекции и числа Шмидта как в спутных потоках, так и при противотоке.

### Список обозначений

$C_p$ — теплоемкость при постоянном давлении,	$Sc$ — число Шмидта,
$C_T$ — отношение температур,	$x, y$ — координаты,
$D$ — коэффициент диффузии,	$T$ — температура жидкости,
$Re_d$ — число Пекле,	$\alpha$ — теплопроводность,
$\eta$ — параметр подобия,	$v$ — кинематическая скорость,
$Pr$ — число Прандтля,	$B$ — коэффициент теплового расширения,
$g$ — ускорение свободного падения,	$\rho$ — плотность жидкости,
$Re_d$ — число Рейнольдса,	$\sigma$ — проводимость жидкости,
$K$ — проницаемость пористой среды,	$\psi$ — функция тока,
$R$ — параметр излучения,	$\theta$ — безразмерная температура,
$\tau$ — параметр термофореза,	$Na$ — число Гартмана,
$Ra_d$ — число Рэлея,	$\phi$ — безразмерная концентрация,
$f$ — безразмерная функция тока,	$B_0$ — напряженность магнитного поля,
$Nu_x$ — число Нуссельта,	$q_y^r$ — тепловой поток излучения.
$u, v$ — компоненты скорости жидкости,	

### Индексы

$w$ — условия на стенке,	$\infty$ — условия в потоке.
--------------------------	------------------------------

### Список литературы

1. England W.G., Emery A.F. Thermal radiation effects on laminar free convection boundary layer of an absorbing gas // J. Heat Transfer. 1969. Vol. 31. P. 37–44.
2. Raptis A. Flow of a micro polar fluid past a continuously moving plate by the presence of radiation // Heat Mass Transfer. 1988. Vol. 4. P. 2865–2866.

3. **Hossain M.A., Takhar H.S.** Radiation effects on mixed convection along a vertical plate with uniform surface temperature // Heat Mass Transf. 1996. Vol. 31. P. 243–248.
4. **Duwairi H.M., Damesh R.A.** Magnetohydrodynamic natural convection heat transfer from radiate vertical porous surface // Heat Mass Transfer. 2004. Vol. 40. P. 787–792.
5. **Duwairi H.M.** Viscous and joule heating effects on forced convection flow from radiate isothermal porous surfaces // Int. J. of Numer Methods for Heat Fluid and Flow. 2005. Vol. 15. P. 429–440.
6. **Damesh R.A., Duwairi H.M., Al-Odat M.** Similarity analysis of magnetic field and thermal radiation effects on forced convection flow // Turkish. J. Eng. Environ. Sci. 2006. Vol. 30. P. 83–89.
7. **Nield D.A., Bejan A.** Convection in porous media. 2nd ed. N.Y.: Springer, 1999. 546 p.
8. **Ingham D.B., Pop I.** Transport phenomena in porous media I. Oxford, Pergamon: 1998. P. 205–231.
9. **Bejan A., Khair K.R.** Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium // J. Heat Mass Transfer. 1985. Vol. 28. P. 909–918.
10. **Trevisan O.V., Bejan A.** Combined heat and mass transfer by natural convection in a porous medium // Adv. Heat Transfer. 1990. Vol. 20. P. 315–352.
11. **Ingham D.B., Pop I.** Transport phenomena in porous media II. Oxford: Pergamon, 2002. P. 341–364.
12. **Vafai K.** Handbook of porous media. 2nd ed. New York: Taylor & Francis, 2005. P. 379–381.
13. **Aly E.H., Elliot L., Ingham D.B.** Mixed convection boundary-layer flow over a vertical surface embedded in a porous medium // Eur. J. Mechanics B/Fluids. 2003. Vol. 22. P. 529–543.
14. **Goldsmith P., May F.G.** Diffusiophoresis and thermophoresis in water vapour systems // Aerosol Sci. / Ed: Davies C.N. London: Academic Press, 1966. P. 163–194.
15. **Goren S.L.** Thermophoresis of aerosol particles in laminar boundary layer on flat plate // J. Colloid Interface Sci. 1977. Vol. 61. P. 77–85.
16. **Jayaraj S., Dinesh K.K., Pallai K.L.** Thermophoresis in natural convection with variable properties // Heat Mass Transfer. 1999. Vol. 34. P. 469–475.
17. **Anbuezhian N., Srinivasan K., Kandasamy R.** Magnetohydrodynamic laminar boundary-layer flow over a porous wedge with thermophoresis particle deposition in the presence of variable stream conditions // Meccanica. 2012. Vol. 47. P. 515–528.
18. **Loganathan P., Puvi Arasu P.** Thermophoresis effects on non-Darcy MND mixed convective heat and mass transfer past a porous wedge in the presence of suction/injection // Theoret. Appl. Mech. Belgrade, 2010. Vol. 37, No. 3. P. 203–227.
19. **Srinivasacharya D., Pranitha J., Ram Reddy Ch.** MHD and radiation effects on non-Darcy mixed convection // Nonlinear. Sci. 2010. Vol. 10, No. 1. P. 61–69.
20. **Sparrow E.M., Cess R.D.** Radiation heat transfer. Washington, DC: Hemisphere Publ. Corp., 1978. 366 p.
21. **Talbot L., Cheng R.K., Scheffer R.W., Wills P.** Thermophoresis of particles in a heated boundary layer // Fluid Mech. 1980. Vol. 101. P. 737–758.
22. **Bellman R.B., Kalaba R.E.** Quasilinearization and nonlinear boundary value problem. N.Y.: Elsevier, 1965. 218 p.

*Статья поступила в редакцию 23 апреля 2013 г.,  
после доработки — 11 июня 2015 г.*