

исходит интенсивное перемешивание ПВ с воздухом, что приводит к выравниванию электропроводности.

Анализ результатов измерений показал, что в области  $\tau \geq 100$   $x - t$ -диаграммы фронта ударной волны передней границы свечения и границы ПВ — воздух можно описать аналитическими зависимостями вида

$$\xi_i = A_i \tau^{2/3},$$

где  $i=0, 1, 2$  отвечают фронту ударной волны, передней границе свечения и границе ПВ — воздух соответственно,  $A_0=19,3$ ;  $A_1=15,9$ ;  $A_2=11,9$ .

Дифференцируя зависимости  $\xi_i = \xi_i(\tau)$ , можно построить распределение массовой скорости газа в ударной волне. Оказалось, что в распределении имеется область между фронтом ударной волны и передней границей свечения, в которой массовая скорость постоянна в данный момент времени. Эта область расширяется по мере распространения ударной волны. В более глубоких слоях ударной волны массовая скорость уменьшается с расстоянием приблизительно по линейному закону. Такое поведение отличается от распределения в сферической ударной волне, в которой массовая скорость на фронте и на границе ПВ — воздух примерно одинакова [6].

Отставание передней границы свечения от фронта ударной волны в воздухе, по-видимому, связано с кинетикой образования окиси, а затем двуокиси азота [8].

Сопоставим зависимости давления от времени в проходящей ударной волне и в отраженной от жесткой стенки. На рис. 3  $t_0$  — время прихода фронта ударной волны в данное сечение трубы,  $p_{10}$  — давление на фронте проходящей ударной волны,  $p_{20}$  — давление на жесткой стенке в момент отражения. Значения  $p_{10}$  и  $p_{20}$  находились по скорости фронта с учетом реальных величин показателя адиабаты воздуха в ударной волне [9]. На рис. 3, 1 показана зависимость для проходящей ударной волны, рассчитанная на основании модели сильного взрыва [10] с использованием экспериментальной  $x - t$ -диаграммы фронта и расчетного распределения давления по расстоянию в ударной волне. В области ударно-сжатого воздуха совпадение с экспериментом хорошее, в продуктах взрыва измеренное давление ниже расчетного. Сравнение с экспериментальными результатами [5] и расчетной зависимостью  $p(t)$  при отражении ударной волны от абсолютно жесткой стенки [11] показывает, что уменьшение давления со временем на жесткой стенке происходит более резко, чем в проходящей ударной волне.

Полученные результаты расширяют представления о реальном механизме распространения ударной волны при взрыве плоского заряда ВВ в ударной трубе.

Поступила в редакцию  
15/V 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Попель, О. А. Синкевич, А. Л. Шевченко. ФГВ, 1977, 13, 6.
2. Дафф, Блэквелл. Приборы для научных исследований, 1966, 37, 5.
3. D. A. Freiwald. J. Appl. Phys., 1972, 43, 5.
4. Э. Э. Лин, А. И. Фунтиков. ФГВ, 1979, 15, 5.
5. Э. Э. Лин, А. В. Сиренко, А. И. Фунтиков. ФГВ, 1979, 15, 2.
6. В. В. Адушкин. ПМТФ, 1963, 5.
7. Ю. А. Медведев, Б. С. Пункевич, Б. М. Степанов. ФГВ, 1972, 8, 3.
8. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
9. Ф. А. Баум и др. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
10. Л. И. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967.
11. Г. В. Степанова. ФГВ, 1976, 12, 3.

#### РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЕ

Б. Е. Гельфанд, А. В. Губанов, Е. И. Тимофеев  
(Москва)

Продолжающиеся исследования динамики распространения ударных волн в газожидкостных средах пузырьковой структуры продемонстрировали ряд их нелинейных свойств, связанных со сжимаемостью газовой составляющей смеси. Здесь необходимо отметить теоретические работы по описанию структуры слабых ударных волн в жидкости с пузырьками газа и влиянию сорта газа на характер колебаний.

ший давления за фронтом ударной волны [1—3]. Для учета этих процессов приходится вводить в рассмотрение сложные соотношения, описывающие теплообмен в пузырьках. В других случаях, например при анализе макроскопической картины изменения средних параметров за волной (как при отражении на границе раздела), не требуется детального описания поведения газовых включений.

В экспериментальных исследованиях невозможно охватить все случаи взаимодействия ударных волн с двухфазной средой, поэтому необходимо построить простую модель для расчета развития ударно-волнового возмущения в двухфазной среде. В ряде случаев вполне разумно отвлечься от определения тонкой структуры ударной волны, заданной спецификой колебаний, и теплообмена газовых включений, как это делалось в [4, 5]. На основе опытных данных можно описать изменение макроскопических характеристик ударных волн при некоторых явлениях в двухфазных средах, как процесс в изотермическом газе с уравнением состояния [4]

$$p\beta(1-\beta)^{-1}=\text{const},$$

которое можно представить в виде

$$p(\rho_f - \rho)(\rho - \rho_g)^{-1} = \text{const},$$

где  $p$  — давление в среде;  $\beta = V_g(V_g + V_f)^{-1}$  — объемное содержание газа в жидкости;  $V_g, V_f$  — объем газа и жидкости;  $\rho_f$  — плотность жидкости;  $\rho = \beta\rho_g + (1 - \beta)\rho_f$  — плотность двухфазной среды;  $\rho_g$  — плотность газа.

Подход к расчету ударно-волновых процессов в пузырьковых средах, как в изотермическом газе, сделан в [5], где получены практически важные выводы, впоследствии подтвержденные экспериментально [6, 7]. Опыты, выполненные в [7, 8], выявили особенности движения ударных волн в двухфазных средах, во многом напоминающие особенности распространения ударных волн в газах при переменных плотности и скорости звука. Интересно сравнить эти известные опытные данные с результатами расчетов поведения ударных волн в двухфазной среде, рассматриваемой аналогично [5], как непрерывный континuum с представленным выше уравнением состояния, не учитывая осцилляции и теплообмен газовых включений в жидкости.

Ниже такая модель для расчета ударно-волновых явлений в газожидкостных смесях пузырьковой структуры развивается при анализе двух случаев нестационарного движения ударной волны: увеличение амплитуды ударных волн в смеси жидкости с пузырьками растворимого газа, затухание коротковолновых возмущений с линейным или нелинейным законом уменьшения давления за фронтом ударной волны в двухфазной среде.

Во многих технологических процессах по трубам транспортируются хорошо растворимые в жидкости (воде) газы, например, углекислый газ ( $\text{CO}_2$ ) или аммиак ( $\text{NH}_3$ ). При определенных условиях углекислый газ может быть полностью растворен в воде и никак не будет влиять на движение ударных волн. Однако при всплеске сбросе давления, например при разгерметизации трубопровода, может образоваться двухфазная смесь с произвольным распределением концентрации газа по длине трубы. В вертикальных трубопроводах следует ожидать возрастания концентрации пузырьков газа по высоте трубы.

Рассмотрим задачу о распространении волны давления от свободной границы пространства, заполненного жидкостью с пузырьками газа и ограниченного с другой стороны жесткой стенкой. Объемная доля газа  $\beta_0$  меняется по высоте столба жидкости. В начальный момент времени

$$\beta_0 = \beta^*(1 - hh_0^{-1})^N.$$

Здесь  $h$  — высота столба жидкости с пузырьками газа, отсчитываемая от свободной поверхности;  $\beta^*$  — концентрация газа на свободной поверхности;  $h_0$  и  $N > 0$  — некоторые произвольные постоянные. Распределение начальной плотности газожидкостной среды по высоте столба определяется уравнением

$$\rho_0 = \beta_0 \rho_g + (1 - \beta_0) \rho_f.$$

Записанное ранее уравнение состояния жидкости с пузырьками газа не имеет предельного перехода в уравнение состояния жидкости. Поэтому при решении поставленной задачи уравнение состояния среды представлялось как комбинация уравнений состояния жидкости и газа

$$p - p_0 = B[(\rho_f \rho_{f0}^{-1})^n - 1], \quad (1)$$

$$\rho \rho_g^{-1} = \text{const}. \quad (2)$$

В уравнении (1) (уравнение Тэтта)  $B = 3045$  бар;  $n = 7,15$ ;  $\rho_{f0}$  — плотность жидкости при давлении  $p_0$ . В результате подстановки уравнений состояния фаз в выражение для плотности получается уравнение состояния газожидкостной среды

$$\rho = (1 - \beta) \rho_{f0} [(p - p_0) B^{-1} + 1]^{1/n} + \beta p \text{ const}^{-1}.$$

Для малорастворимого газа массовая доля газа

$$\mu = \beta \rho_s [(1 - \beta) \rho_f + \beta \rho_g]^{-1} = \text{const при } \beta = \text{const}$$

по высоте столба. Для рассматриваемой задачи, когда задано распределение  $\beta$  по координате, распределение  $\mu$  постоянно в координатах Лагранжа. Подставив

$$\beta = \mu \rho_f [(1 - \mu) \rho_g + \mu \rho_f]^{-1}$$

в уравнение состояния, получим связь между  $\rho$  и  $p$  через начальные параметры.

Пусть к свободной поверхности полупространства в момент  $t=0$  прикладывается импульс давления в виде ступеньки с давлением на фронте  $p_1$ . Рассмотрим случай плоского одномерного движения среды. Уравнения сохранения массы и импульса изотермической среды в форме Лагранжа будут

$$\begin{aligned} \partial/\partial t \cdot [\rho \cdot \partial x/\partial h] &= 0, \\ \partial u/\partial t + \rho^{-1} \cdot \partial p/\partial x &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $u$  — скорость среды;  $x$  — текущая координата;  $h$  — значение  $x$  при  $t=0$ . Система (3) решалась численным методом по схеме «крест», описанной в [9] применительно к результатам, полученным в [7, 8]. Для сглаживания решения в конечно-разностную схему вводилась псевдовязкость по методу Неймана — Рихтмайера [9]. Система (3) приводилась к безразмерному виду с использованием величин  $t = t\tau^{-1}$ ,  $h = h l^{-1}$ ,  $u = u c_f^{-1}$ ,  $\bar{p} = p p_*^{-1}$ ,  $p = \rho \rho_{f0}^{-1}$ . Здесь  $c_f$  — скорость звука в жидкости,  $l$  — линейный размер. Масштаб времени  $\tau$  выбирался из соображения удобства моделирования физического процесса. При таком способе приведения системы дифференциальных уравнений к безразмерному виду масштабы различных величин связаны соотношениями:

$$p_* (\rho_{f0} c_f^2)^{-1} = 1, \quad c_f \tau l^{-1} = 1,$$

где  $c_f^2 = B \rho_{f0}^{-1}$ ,  $h_0$  (масштаб в распределении концентрации по высоте столба) для всех расчетов брался равным 1,1 м. Расстояние от свободной поверхности до жесткой стенки в безразмерном виде для всех расчетов бралось равным  $\bar{h}=1$ .

На рис. 1 представлены профили давления волн в среде для случая  $\Delta p_1 = -12$  бар,  $\rho_0 = 3$  бара,  $\beta^* = 20\%$ ,  $N=2$  и профиль давления на жесткой стенке при тех же значениях  $\Delta p_1$ ,  $\rho_0$ ,  $\beta^*$ , по  $N=5$  (штриховая линия). По оси ординат отложена величина  $\varphi = p/p_1$ , а по оси абсцисс — время  $t$ .

Известно, что при расчете по схеме «крест» с введением псевдовязкости профили изменения параметров за волной получаются осциллирующими. Чтобы не привлекать внимание к этой особенности расчетов, их результаты представлены в форме зависимости осредненной величины рассчитываемого параметра от расстояния или времени.

Проведем сравнение полученных результатов с экспериментом. На рис. 2 представлена типичная осциллограмма распространения ударной волны в системе вода —  $\text{CO}_2$  с неравномерным распределением газа по высоте столба. Эксперимен-

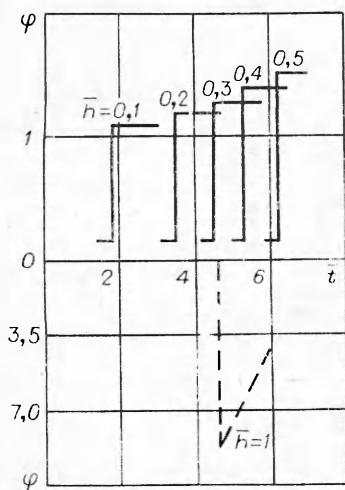


Рис. 1.

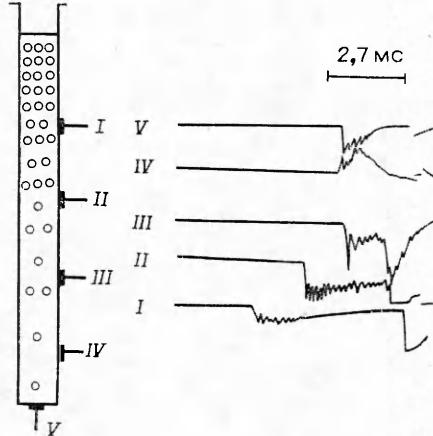


Рис. 2.

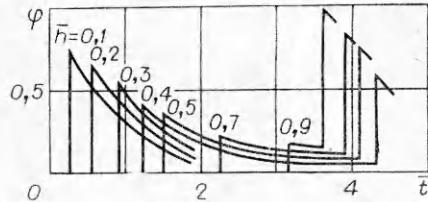
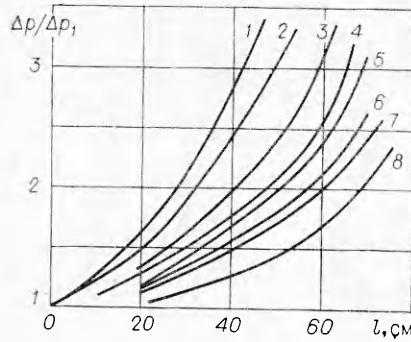


Рис. 4.

Рис. 3.

ты проводились на установке, описанной в [7]. Отличие заключается в том, что один из пьезодатчиков давления, ранее расположенный на боковой стенке, теперь регистрирует давление на дне ударной трубы,  $p_0 = 3$  бара,  $\beta^* = 5,9\%$ . В проходящей волне датчики I—IV зарегистрировали перепад давления  $\Delta p = 14, 18, 34, 60$  бар соответственно. Видно, что по мере продвижения в глубь среды амплитуда волн растет. На дне трубы при  $\Delta p = 160$  бар профиль волны треугольный, что согласуется с расчетным профилем, представленным на рис. 1.

В [7] показано, что коэффициент увеличения перепада давления на фронте (отношение перепадов давления  $\beta^* = \Delta p / \Delta p_1$ ) зависит от  $\Delta p_1$ . Аналогичный результат наблюдается и в расчете. На рис. 3 представлены зависимости  $\Delta p / \Delta p_1$  от расстояния от границы полупространства, заполненного двухфазной средой. Кривые 7, 6, 5, 4 построены при  $p_0 = 3$  бара  $\beta^* = 20\%$ ,  $N = 2$  и для  $\Delta p_1 = 5, 12, 47, 27$  бар соответственно. Видно, что кривая 4 лежит выше кривых 6 и 5, т. е. существует такой перепад давления  $\Delta p_1^*$ , для которого отношение  $\Delta p / \Delta p_1$  максимально. Кривые 1, 2 построены при тех же значениях параметров  $\beta^*$ ,  $p_0$  для  $\Delta p_1 = 12$  и 5 бар, но для  $N = 5$ , что соответствует большему убыванию концентрации по высоте столба. В этом случае  $\beta^*$  выше. Кривые 3, 8 построены по экспериментальным данным, представленным в [4] для волн давления  $\Delta p_1 = 15$  и 7 бар,  $\beta^* = 4,5-5\%$ ,  $p_0 = 3$  бара. Видно, что между экспериментальными данными и расчетом имеется удовлетворительное согласие. Рассмотрим другой пример нестационарного движения волны давления в двухфазной среде, а именно движение ударных волн треугольного профиля. В [5] подробно рассмотрена задача о распространении сильных волн в газожидкостной среде в плоском случае. Задача же о сферическом взрыве представлена в [5] без сопоставления с каким-либо экспериментом. Здесь рассматривается задача о распространении волн с  $p < 200$  бар в газо-жидкостной среде для плоского и сферического случаев применительно к результатам, полученным в [8].

Постановка задачи для плоского случая такая же, как и выше, только концентрация газа по высоте столба жидкости постоянна. Уравнения сохранения массы и импульса для случая сферической симметрии записываются в виде

$$\partial/\partial t \cdot [\rho x^2 \cdot \partial x/\partial h] = 0, \quad \partial u/\partial t + \rho^{-1} \cdot \partial p/\partial x = 0.$$

К свободной поверхности пространства прикладывается импульс давления с законом изменения давления за фронтом волны

$$p = p_F(1 - tT^{-1})^k.$$

Здесь  $p_F$  — давление на фронте ударной волны;  $k$  — постоянная, характеризующая убывание давления за фронтом ударной волны;  $T$  — постоянная, характеризующая длину волны. Для всех расчетов  $T = 0,2$ . Расстояние от границы полупространства в сферическом случае до центра симметрии равно  $0,1h$ .

На рис. 4 представлены типичные профили давления за ударной волной в газо-жидкостной среде с начальными параметрами  $\beta_0 = 2\%$  и  $p_0 = 1$  бар для импульса давления, приложенного к границе,  $p_F = 100$  бар;  $k = 2$ . Как видно, исходная волна вырождается в возмущение с профилем, близким к прямоугольному импульсу давления, что согласуется с экспериментальными наблюдениями [8]. На рис. 5 представлен график зависимости давления на фронте ударной волны от расстояния. Во всех случаях длина волны, приложенная к границе полупространства, равна 130 мк. Кривая 4 соответствует случаю, изображеному на рис. 4. Кривая 2 ( $k = 5$ ) соответствует более резкому спаду давления за фронтом волны. Наиболее сильное затухание происходит на расстоянии до 0,5 м,

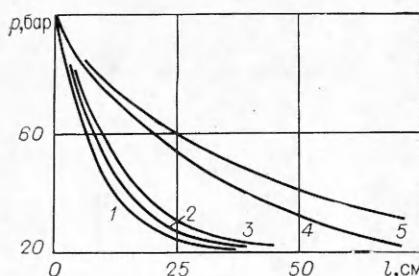


Рис. 5.

а затем волна почти не затухает. Кривая 5 построена по экспериментальным данным, представленным в работе [8] при  $\beta_0=2,7\%$ . Видно, что имеется удовлетворительное согласие результатов расчета с экспериментом.

Влияние начальной концентрации на затухание ударной волны сказывается в том, что с увеличением начальной концентрации волна затухает быстрее (см. рис. 5, 3,  $p_0=1$  бар,  $\beta_0=10\%$ ,  $k=5$ ). Рассчитанное давление отражения на жесткой стенке в случае, изображенном на рис. 2, составило  $\sim 100$  бар. Сравнение давлений на стенке и исходного показывает, что в ряде случаев, когда прослойка газожидкостной среды вплотную прилегает к стенке, она не является средством демпфирования ударных волн. Ранее этот результат экспериментально получен в [6].

В работе [10] рассматривалась задача о взаимодействии ступенчатого возмущения давления со слоем кавитационных пузырьков вблизи твердой стенки. На основе расчетов в [10] сделан вывод о появлении на стенке серии импульсов повышенного давления, но пока вывод [10] не подтвержден, а изменение давления происходит так, как показано на рис. 1 и 4.

Затухание волны в случае сферической симметрии иллюстрирует рис. 5, 1 для  $\beta_0=2\%$ ,  $p_0=1$  бар,  $k=2$ . Видно, что кривая 1 лежит ниже кривой 4, для которой значения  $\beta_0$ ,  $p_0$ ,  $k$  те же.

Таким образом, рост амплитуды проходящей ударной волны объясняется тем, что ударная волна при своем движении встречает перед собой все более плотную среду. Качественно подтвержден экспериментальный результат об увеличении амплитуды проходящей волны давления в двухфазной системе с переменной концентрацией газа.

Удовлетворительное соответствие экспериментальных и расчетных результатов получено и для задачи о распространении коротковолновых возмущений по двухфазной среде пузырьковой структуры. Показано, что увеличение концентрации газа в жидкости приводит к более интенсивному затуханию ударных волн. На затухание волны заметное влияние оказывает и величина начального импульса волны. При одинаковом давлении на фронте волны  $p_F=100$  бар, волна, для которой  $k=5$  (кривая 2 рис. 5), затухает быстрее волны, для которой  $k=2$  (кривая 4). Полученные результаты позволяют прогнозировать явление распространения ударных волн в газожидкостной среде в широком диапазоне изменения начальных параметров среды и давлений ударных волн.

Поступила в редакцию  
15/XII 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Р. И. Нигматулин, Н. С. Хабеев, В. И. Шагапов. Докл. АН СССР, 1974, 214, 4.
2. А. А. Губайдуллин, А. И. Ивандаев, Р. И. Нигматулин. Докл. АН СССР, 1976, 226, 6.
3. С. С. Кутателадзе, А. П. Бурдуков и др. Докл. АН СССР, 1972, 207, 2.
4. Г. К. Бэтчелор. Механика (сб. пер.), № 3, 1968.
5. Б. Р. Паркин, Ф. Р. Гилмор, Г. А. Бруд.—В сб.: Подводные и подземные взрывы. М.: Мир, 1974.
6. Б. Е. Гельфанд, С. А. Губин и др. МЖГ, 1974, 6.
7. Б. Е. Гельфанд, В. В. Степанов и др. Докл. АН СССР, 1978, 239, 1.
8. Б. Е. Гельфанд, А. В. Губанов и др. МЖГ, 1977, 1.
9. Р. Рихтмайер, К. Мортон. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.
10. В. К. Кедринский. ПМТФ, 1968, 4.