Отсюда величина отношения φ равна

$$\varphi = \frac{\sqrt{\dfrac{\eta^2 K^2 L_{\text{н}}}{L_{1f}}}}{\sqrt{\dfrac{\eta^2 \Psi L_{\text{н}}}{L'_{1f}\dfrac{1+\alpha-K^2}{1+\alpha}}}} = \sqrt{\frac{K^2 L'_{1f}\dfrac{1+\alpha-K^2}{1+\alpha}}{\Psi L_{1f}}}.$$

Для обеспечения идентичности (у обоих способов) режима деформации первичного контура и перемещения магнитного потока в область трансформации необходимо, чтобы $L_{1f} = L'_{1f}(1+\alpha-K^2)/(1+\alpha)$. Поэтому окончательно имеем $\varphi = K/\sqrt{\Psi}$.

В таблице приведены значения эффективности φ предложенного способа по сравнению с трансформаторным, вычисленные для различных K.

K	Ψ	φ
0,75	0,20	1,69
0,80	0,25	1,60
0,85	0,30	1,55
0,90	0,40	1,43
0,95	0,52	1,32

Как видно из таблицы, новый способ значительно эффективнее известного. Необходимо подчеркнуть, что при генерировании магнитного потока в нагрузке, индуктивность которой равна начальной индуктивности предыдущего деформируемого контура, коэффициент усиления энергии возрастает пропорционально φ^2, т. е. в 2,86—1,75 раза (для K, равного 0,75—0,95 соответственно) в расчете на каждую ступень.

Разработанный способ генерирования магнитного потока реализован практически. Экспериментально получены: коэффициент усиления энергии $0{,}9 \cdot 10^6$; коэффициент увеличения магнитного потока 310.

Поступила 10 X 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. **Patent U. S. off.** N 3.356.869, 5.12, 1967.
2. **Павловский А. И., Людаев Р. З., Пляшкевич Л. Н., Гурин В. Е.** Описание изобретения 266100.17.03.1970. Бюл. изобретений, 1970, № 11.
3. **Кнопфель Г.** Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.

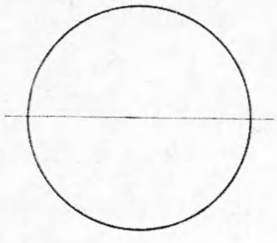
УДК 537.811+537.82

О МАКСИМАЛЬНОЙ СИЛЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОВОДНИКОВ С ТОКОМ

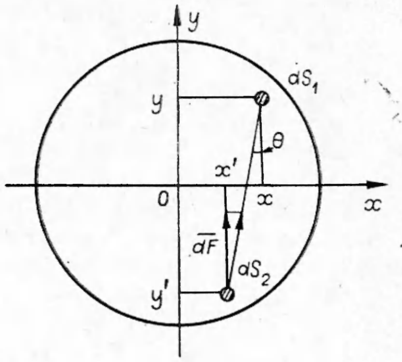
Ю. А. Дрейзин, Л. В. Кульницкая

(Москва)

1. Пондеромоторное взаимодействие проводников с током лежит в основе многочисленных технических приложений. В ряде случаев возникает вопрос о максимальной силе взаимодействия на единицу длины параллельных цилиндрических проводников, по каждому из которых течет ток I. При заданной величине тока эта сила зависит от формы сечения проводников, их взаимного расстояния и расположения и может быть как угодно велика, если сечения проводников достаточно малы и близко расположены. Такой способ увеличения пондеромоторной силы приводит, однако,



Ф и г. 1



Ф и г. 2

к увеличению сопротивления проводников и соответственно омических потерь. Поэтому представляет интерес задача о выборе формы сечения проводников при заданной площади сечения S или, если считать ток равномерно распределенным, при заданной плотности тока j (и полном токе). К такой постановке задачи мы пришли при оптимизации параметров электродинамического вибратора для вибросейсмического зондирования. Полученное в данной работе решение этой задачи состоит в том (фиг. 1), что сила взаимодействия максимальна при полукруглой форме сечения каждого из проводников (конечно, при противоположно направленных токах между проводниками должна быть изоляционная прослойка, толщиной которой мы при постановке математической задачи пренебрегаем)

2. Для простоты решим задачу в предположении, что максимальная сила взаимодействия F достигается при одинаковых формах сечения каждого из двух проводников, причем эти сечения расположены симметрично относительно осей x и y (фиг. 2) и описываются уравнением $x = \pm f(|y|)$, где $0 \leqslant y \leqslant a$ для верхнего сечения, $-a \leqslant y \leqslant 0$ — для нижнего. Каждые два элемента dS_1 и dS_2 сечений проводников взаимодействуют с силой, вертикальная компонента которой равна (обозначения видны из фиг. 2)

$$(1) \qquad dF = k dS_1 dS_2 \frac{\cos\theta}{r_{1,2}} = k dS_1 dS_2 \frac{y + |y'|}{(y + |y'|)^2 + (x - x')^2},$$

где $k = (\mu_0/2\pi) j_1 j_2$. Поэтому полная сила взаимодействия, являющаяся функционалом от $f(y)$, может быть записана в виде

$$(2) \qquad F[f(y), f(y')] = k \int_0^a dy \int_0^a dy' \int_{-f(y)}^{f(y)} dx \int_{-f(y')}^{f(y')} \frac{y + y'}{(y + y')^2 + (x - x')^2} dx'.$$

Требуется найти максимум этого функционала при дополнительном условии

$$(3) \qquad \int_0^a 2f(y)\, dy = S.$$

Варьируя (2) по f и учитывая (3) с помощью неопределенных множителей Лагранжа, получаем нелинейное интегральное уравнение для f

$$(4) \qquad \int_0^a \left[\operatorname{arctg} \frac{f(y) + f(y')}{y + y'} + \operatorname{arctg} \frac{f(y') - f(y)}{y + y'}\right] dy' = \lambda.$$

Подынтегральное выражение в (4) имеет простой геометрический смысл. Оно равно углу α, под которым видна горизонтальная хорда нижнего сечения, лежащая на расстоянии y' от оси x, из точки с ординатой y на контуре верхнего сечения. Это позволяет угадать одно из возможных решений уравнения (4):

$$f(y)=\sqrt{a^2-y^2}.$$

Оно соответствует полуокружности, и выполнение (4) следует из того геометрического факта, что любая хорда видна под одним и тем же углом из всех точек окружности.

Далее возникает два вопроса: соответствует ли найденная форма сечения локальному максимуму F; нет ли других решений, отвечающих более высоким локальным максимумам.

Ответ на первый вопрос дается исследованием второй вариации функционала (2) вблизи найденного решения:

$$\delta^2F[f(y),f(y')]=\frac{k}{a^2}\int_0^a\int_0^a\left[-\frac{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-y'^2}}{y+y'}(\delta f(y))^2+\right.$$

$$\left.+\frac{2(a^2+yy')}{y+y'}\delta f(y)\,\delta f(y')-\frac{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-y'^2}}{y+y'}(\delta f(y'))^2\right]dydy'.$$

С учетом вытекающего из (3) условия на δf

$$\int_0^a\delta f(y)\,dy=0$$

выражение для δ^2F можно переписать в виде

$$\delta^2F[f(y),f(y')]=\frac{k}{a^2}\left\{\int_0^a\int_0^a\left[-\frac{\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-y'^2}}{y+y'}((\delta f(y))^2+\right.\right.$$

$$\left.+(\delta f(y'))^2)+\frac{2(a^2+yy')}{y+y'}\delta f(y)\,\delta f(y')\right]dydy'-$$

$$\left.-\int_0^a\int_0^a 2a\frac{y+y'}{y+y'}\delta f(y)\,\delta f(y')\,dydy'\right\}=-\frac{k}{a^2}\int_0^a\int_0^a\frac{1}{y+y'}\{[\sqrt{a^2-y^2}\sqrt{a^2-y'^2}-$$

$$-(a-y)(a-y')]((\delta f(y))^2+(\delta f(y'))^2)+(a-y)(a-y')(\delta f(y)-$$

$$-\delta f(y'))^2\}\,dydy',$$

откуда с учетом неравенства

$$\sqrt{a^2-y^2}>a-y\quad(0<y<a)$$

сразу видно, что $\delta^2F<0$, т. е. найденное решение соответствует локальному максимуму.

Для ответа на второй вопрос был разработан и численно реализован алгоритм максимизации функционала (2) итерационным методом. (Все решения нелинейного интегрального уравнения (4) аналитически получить не удается.) При различных исходных формах сечения этот алгоритм неизменно приводил к найденному выше решению. Это позволяет думать, что получено полное решение задачи.

Вычисление максимальной силы взаимодействия для найденной формы сечения дает

$$F_{\max}=\frac{2\sqrt{2}}{3\pi^{3/2}}\mu_0\frac{I^2}{\sqrt{S}}=2{,}1277\frac{I^2}{\sqrt{S}}\ (\text{Н/м}).$$

Для сравнения укажем, что для двух круглых, вплотную прижатых друг к другу проводов (заданного сечения) сила взаимодействия составляет 83% от максимальной.