

Закономерности коэффициента момента тангажа коническо-сферического тела на режимах самовозбуждающихся колебаний при числе Маха $M = 1,75$

Н.П. Адамов, Е.А. Часовников

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: chas@itam.nsc.ru

На основе обработки экспериментальных зависимостей угла тангажа от времени при свободных колебаниях конуса с задней полусферической частью получены коэффициенты момента тангажа, эквивалентные коэффициенты демпфирования тангажа и спектральные характеристики угла тангажа и коэффициента момента тангажа на режимах автоколебаний. Выявлено, что зависимость эквивалентного коэффициента демпфирования тангажа от амплитуды колебаний имеет гиперболический характер. Показано, что в частотном спектре угла тангажа и коэффициента момента тангажа доминирует одна частота. Обнаружено отсутствие гистерезиса в зависимостях коэффициента момента тангажа от угла атаки при автоколебаниях.

Ключевые слова: конус, самовозбуждающиеся колебания, автоколебания, амплитуда колебаний, коэффициент момента тангажа, эквивалентный коэффициент демпфирования тангажа.

Введение

Такие классические и простые тела вращения, как круговые конусы, широко используются в качестве объектов при экспериментальном изучении аэродинамических характеристик осесимметричных тел в колебательном движении по углу тангажа [1–5]. При свободном движении конусов часто индуцируются самовозбуждающиеся колебания, которые после окончания переходного процесса завершаются формированием незатухающих колебаний (автоколебаний) [1, 4, 5]. Следует отметить, что в настоящее время это сложное явление не удастся адекватно смоделировать с помощью численных методов [6], основанных на решении уравнений сплошной среды, поэтому экспериментальным методам исследований в аэродинамических трубах или в баллистических треках пока нет альтернатив. Вследствие больших технических и принципиальных сложностей этих методов механизмы автоколебаний осесимметричных тел до сих пор изучены недостаточно.

В работах [4, 5] были обнаружены самовозбуждающиеся колебания конуса с задней полусферической частью (рис. 1) при испытаниях в аэродинамической трубе на установке

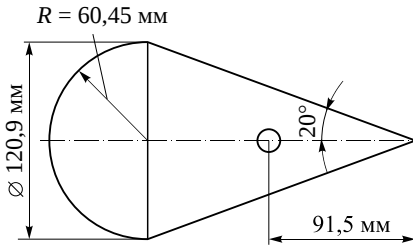


Рис. 1. Схема конуса.

Круглым маркером на оси симметрии отмечено положение оси вращения.

свободных колебаний по углу тангажа при числе Маха $M = 1,75$ и нулевом балансирующем угле атаки. Также было установлено, что для конусов с плоской задней поверхностью и с формами, достаточно близкими к плоской, такие автоколебания не реализуются [7].

В работе [8] авторы получили зависимость амплитуды автоколебаний указанного выше конуса с задней полусферической частью (коническо-сферического тела, везде далее просто конуса) от приведенной частоты (рис. 2), которая имела выраженный резонансный характер. В этой работе исследовались только кинематические характеристики свободного движения конуса.

Главной целью настоящего исследования является изучение особенностей коэффициента момента тангажа рассматриваемого конуса. Для этого были использованы экспериментальные данные работ [4, 5, 8, 9], в которых можно найти подробную информацию.

1. Методики обработки экспериментальных данных

Ниже кратко описываются методики определения коэффициента момента тангажа, его значений (квазистационарного коэффициента момента тангажа) и величин угла тангажа в моменты мгновенной остановки конуса, эквивалентных коэффициентов демпфирования тангажа и спектральных характеристик.

Прежде всего зависимость угла тангажа (угла атаки) от времени $\theta(t)$ сглаживается с помощью цифрового фильтра низкой частоты — фильтра Баттерворта. Частота среза фильтра принимается в 5 раз больше частоты колебаний конуса в потоке. Во избежание фазового сдвига фильтрация осуществляется в прямом и обратном направлениях по времени. Затем сигнал интерполируется сплайнами, после чего определяются первая $\dot{\theta}(t)$ и вторая $\ddot{\theta}(t)$ производные угла тангажа по времени. Далее находятся моменты времени, соответствующие $\dot{\theta}(t) = 0$, в которые рассчитываются максимальные и минимальные значения угла тангажа $\theta_{\max}$ и $\theta_{\min}$, а также соответствующие угловые ускорения $\ddot{\theta}_{\min}$ и $\ddot{\theta}_{\max}$. С использованием уравнения движения конуса находится коэффициент момента тангажа:

$$m_z(t) = \frac{I_z \cdot \ddot{\theta} - M_{fr}}{qSl},$$

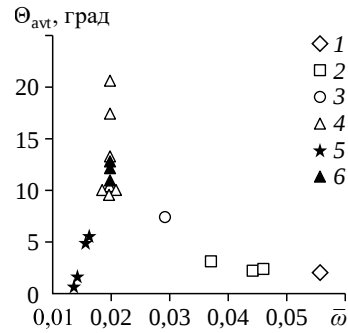


Рис. 2. Зависимость амплитуды автоколебаний от приведенной частоты.

$I_z = 2,2 \cdot 10^{-3}$ (1), $3,15 \cdot 10^{-3}$ (2), $6,59 \cdot 10^{-3}$ (3), $14 \cdot 10^{-3}$ кг·м² (4); $I_z = 23,3 \cdot 10^{-3}$ (5), $14 \cdot 10^{-3}$ (6) кг·м² (носик конуса закруглен).

где I_z — момент инерции конуса относительно оси вращения, $M_{\text{тр}}$ — момент сил трения в подшипниках качения, q — скоростной напор, S и l — характерная площадь и характерная длина конуса. Значения $m_z(t)$ при $\dot{\theta}(t) = 0$ представляют собой квазистационарные значения коэффициента момента тангажа $m_{z\text{kst}}$.

Эквивалентные аэродинамические производные, включая эквивалентный коэффициент демпфирования тангажа, определялись по второму методу работы [10] посредством аппроксимации коэффициента момента тангажа эквивалентным его значением на участке колебаний, включающем N периодов колебаний:

$$m_z = (m_z^\alpha)_\Theta \theta + \left(m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}} \right)_\Theta \frac{1}{V} \dot{\theta},$$

где $(m_z^\alpha)_\Theta$ и $\left(m_z^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\bar{\alpha}} \right)_\Theta$ — эквивалентная производная статической устойчивости и эквивалентный коэффициент демпфирования тангажа (постоянные величины на рассматриваемом участке колебаний). Более полное описание приведенных выше методик можно найти в работе [10].

Рассмотрим методику определения спектральных характеристик при автоколебаниях. Вначале из сигнала $\theta(t)$ вырезается участок автоколебаний между начальным и конечным значениями θ_{max} (рис. 3). Этот интервал времени принимается в качестве периода колебаний T . Для коэффициента момента тангажа $m_z(t)$ выбирается этот же временной отрезок.

Участок реализации аппроксимируется рядом Фурье:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(2\pi k f_1 t) + b_k \sin(2\pi k f_1 t)],$$

где $f_1 = 1/T$.

Коэффициенты ряда определяются выражениями:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos(2\pi k f_1 t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin(2\pi k f_1 t) dt. \quad (1)$$

При численном спектральном анализе с использованием метода трапеций для вычисления интегралов формулы (1) преобразуются к следующему виду:

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \cos(2\pi k f_1 i \Delta t), \quad b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} y_i \sin(2\pi k f_1 i \Delta t), \quad (2)$$

где $n = T/\Delta t$, $\Delta t = 1/f_d = 1/1000 = 0,001$ с, f_d — частота опроса (дискретизации).

Амплитуда k -ой гармоники имеет вид:

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}. \quad (3)$$

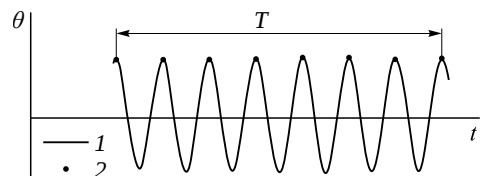


Рис. 3. Зависимость угла тангажа от времени (1) и максимальные значения θ_{max} (2).

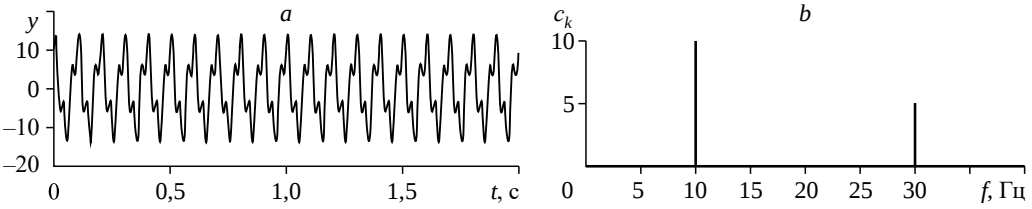


Рис. 4. Зависимости $y(t)$ (a) и амплитуды k -ой гармоники от частоты колебаний (b) для тестового сигнала $y = 10 \cdot \cos(2\pi \cdot 10 \cdot t) + 5 \cdot \sin(2\pi \cdot 30 \cdot t)$ при $f_d = 1000$ Гц, $N = 100$, $f_1 = 0,1$ Гц.

На рис. 4b приведен спектр тестового сигнала, представленного на рис. 4a. Расчеты по формулам (2) и (3) для тестового сигнала показывают высокую точность определения амплитуд и частот гармоник.

2. Обсуждение результатов

Рассмотрим вначале эквивалентный коэффициент демпфирования тангажа. На рис. 5b, 6b приведены зависимости эквивалентного коэффициента демпфирования тангажа от амплитуды колебаний для реализаций, полученных вблизи резонансного пика при $I_z = 14 \cdot 10^{-3}$ кг·м² и представленных на рис. 5a, 6a ($\bar{\omega} = 0,0197$, № протокола 4130; $\bar{\omega} = 0,0198$, № протокола 4159). Видно, что эти зависимости имеют выраженный гиперболический характер и отличаются при разных приведенных частотах колебаний. Для испытаний

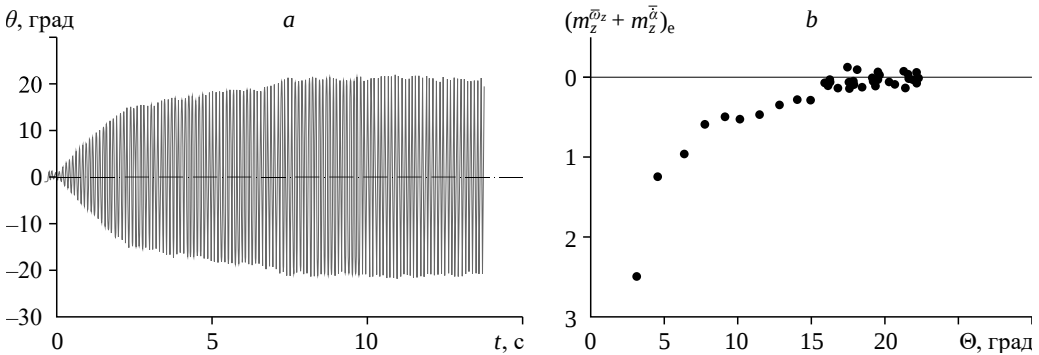


Рис. 5. Зависимости угла тангажа от времени (a) и эквивалентного коэффициента демпфирования тангажа от амплитуды колебаний (b) для протокола № 4130.

$$I_z = 14 \cdot 10^{-3} \text{ кг·м}^2, \bar{\omega} = 0,0197, N = 2,5$$

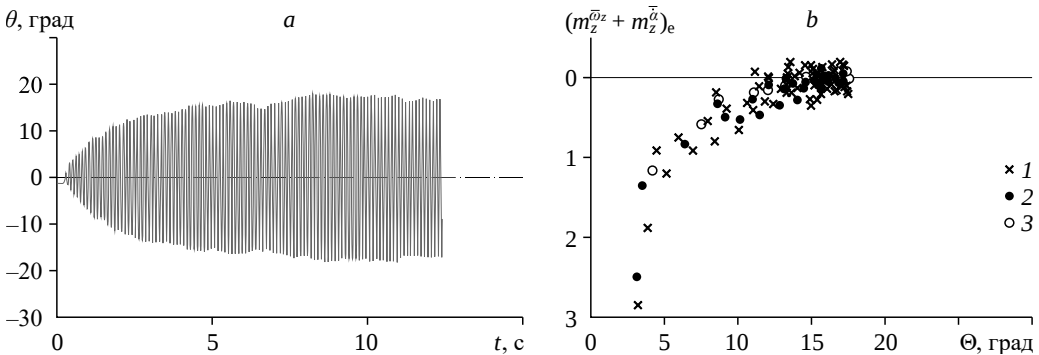


Рис. 6. Зависимости угла тангажа от времени (a) и эквивалентного коэффициента демпфирования тангажа от амплитуды колебаний (b) для протокола № 4159.

$$I_z = 14 \cdot 10^{-3} \text{ кг·м}^2, \bar{\omega} = 0,0198; b: N = 1,5 (1), 2,5 (2), 4,5 (3).$$

с меньшими амплитудами автоколебаний вследствие значительных погрешностей такой характер указанных зависимостей не очевиден [5]. Кроме того, анализ показал, что эквивалентная производная статической устойчивости $(m_z^\alpha)_\Theta$ слабо зависит от амплитуды и приведенной частоты (см. также работу [9]).

Представляет интерес рассмотрение аэродинамических характеристик конуса на режимах автоколебаний. На рис. 7 приведены зависимости амплитуд c_k от частоты для протокола № 4159. Нетрудно заметить, что как в спектре угла тангажа (рис. 7a), так и в спектре коэффициента момента тангажа (рис. 7b) доминирует одна гармоника, что свидетельствует о близости колебательной системы к линейной. Такой же вывод следует из анализа других реализаций.

Важные закономерности можно выявить при рассмотрении зависимости коэффициента момента тангажа от угла атаки (см. пример на рис. 8a). Видно, что несмотря на фильтрацию сигнала имеет место существенный разброс данных. С целью увеличения точности был использован метод сечений. Сущность этого метода была изложена в работе [11] и заключается в следующем. В зависимости угла атаки (тангажа) от времени $\alpha(t)$ находятся все моменты времени, соответствующие некоторому постоянному углу атаки. Затем в эти моменты времени определяются значения $m_z(t)$ и значения $\dot{\theta}(t)$. После применения метода сечений производилось осреднение значений $m_z(t)$ отдельно для положительной угловой скорости движения конуса и для отрицательной. Пример такой обработки приведен на рис. 8b. Угол атаки менялся в диапазоне $\alpha = -20^\circ \div 20^\circ$ с шагом 1° . Видно, что значения $m_z(\alpha)$ при положительной и отрицательной угловой скорости практически совпадают во всем диапазоне углов атаки, т.е. в зависимости $m_z(\alpha)$ отсутствует гистерезис. На рис. 8b представлены также квазистационарные значения $m_{z\text{kst}}$ для исследуемого конуса и для такого же конуса с задним сферическим сегментом, центр которого совпадает с осью вращения (модель 1 [7]). Нетрудно видеть, что все приведенные аэродинамические характеристики близки между собой. Считая, что для модели 1 квазистационарная производная $m_{z\text{kst}}^\alpha$ совпадает со статической производной $m_{z\text{ст}}^\alpha$, можно сделать важный вывод о том, что коэффициент момента тангажа конуса на режиме автоколебаний совпадает со стационарным.

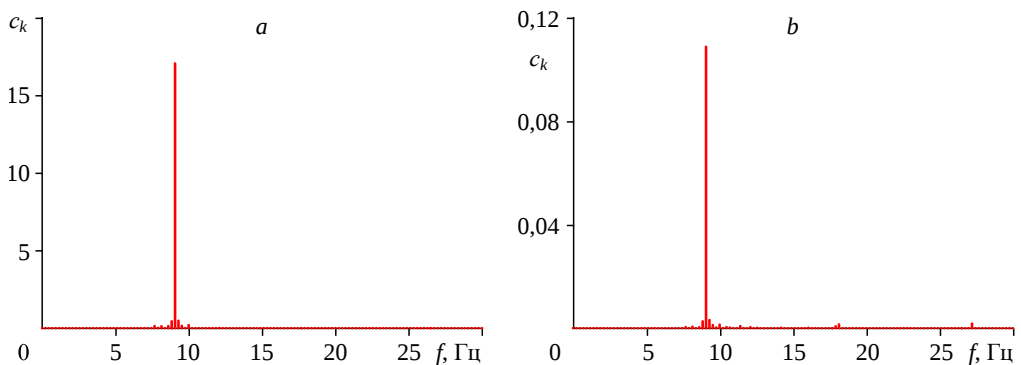


Рис. 7. Спектр сигнала на участке автоколебаний для угла тангажа (a) и коэффициента момента тангажа (b).

№ протокола 4159, $f_1 = 0,231$ Гц.

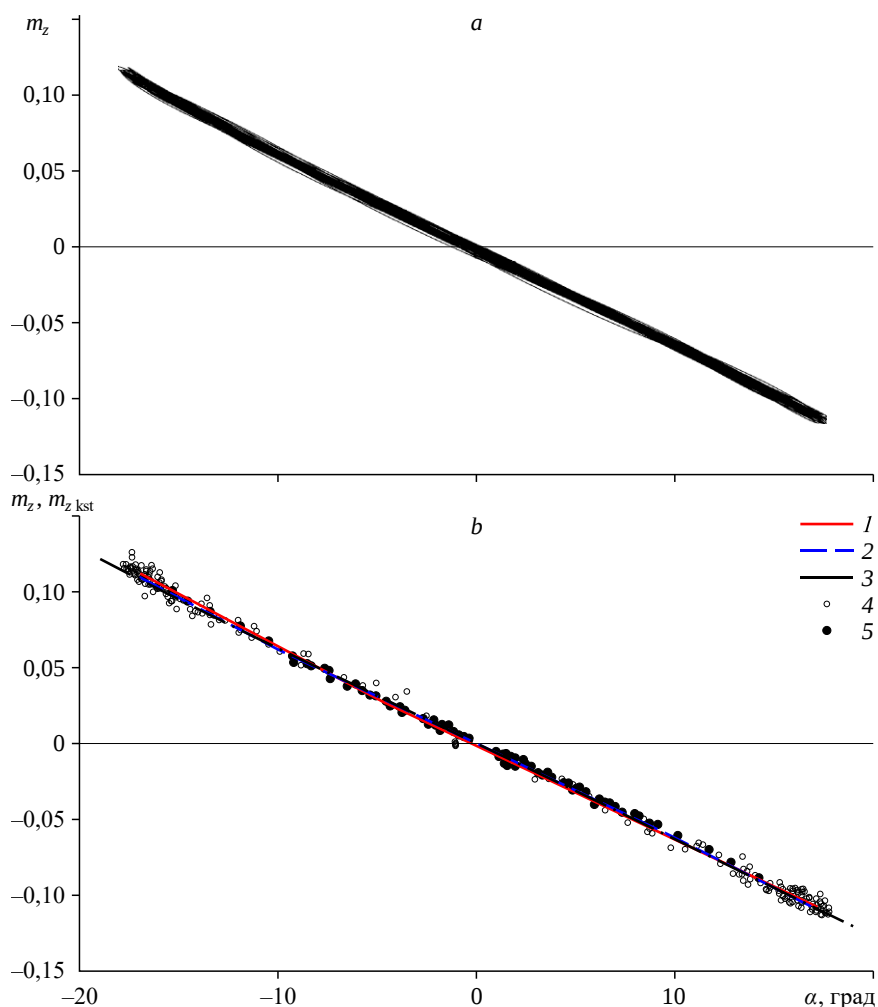


Рис. 8. Зависимость коэффициента момента тангажа от угла атаки на участке автоколебаний для протокола № 4159.

a — исходная реализация, b — осредненная реализация:

1 — угловая скорость положительная, 2 — угловая скорость отрицательная,
3 — линейная аппроксимация $m_z(\alpha)$, 4, 5 — квазистационарные значения соответственно для конуса и модели 1, полученные для всего переходного процесса.

Заключение

В результате обработки исходных экспериментальных данных при свободных колебаниях конуса получены коэффициенты момента тангажа и различные его характеристики. Обнаружено, что эквивалентный коэффициент демпфирования тангажа существенно зависит от приведенной частоты и амплитуды колебаний, причем последняя зависимость имеет гиперболический характер. Эквивалентная производная статической устойчивости слабо зависит от этих параметров.

Анализ частотного спектра угла тангажа и коэффициента момента тангажа при автоколебаниях конуса показал доминирование первой гармоники. Выявлено, что на режимах автоколебаний конуса значения коэффициента момента тангажа при положительной и отрицательной угловой скорости практически совпадают между собой и близки к стационарным величинам.

Список литературы

1. Федяевский К.К., Блюмина Л.Х. Гидродинамика отрывного обтекания. М.: Машиностроение, 1977. 120 с.
2. Липницкий Ю.М., Красильников А.В., Покровский А.Н., Шманенков В.Н. Нестационарная аэродинамика баллистического полета. М.: Физматлит, 2003. 174 с.
3. Adcock J.B. Some experimental relations between the static and dynamic stability characteristics of sting-mounted cones with bulbous bases // Transactions of the 3rd Technical Workshop on Dynamic Stability Problems. Paper 5. Vol. II, NASA Ames Research Center, Moffett Field, Calif., Nov., 1968. P. 37–44.
4. Adamov N.P., Chasovnikov E.A. Self-induced oscillations of a cone with a hemispherical rear part at low supersonic velocities // American Institute of Physics Conf. Proceedings. 2018. Vol. 2027. P. 030150-1–030150-5.
5. Мищенко Н.А., Часовников Е.А. Исследование самовозбуждающихся колебаний по тангажу коническо-сферического тела при числе Маха $M = 1,75$ и двух моментах инерции // Сибирский физический журнал. 2023. Т. 18, № 1. С. 43–52.
6. Murman S.M. Dynamic viscous simulations of atmospheric-entry capsules // AIAA Paper. 2008. No. 2008-6911. P. 1–21.
7. Adamov N.P., Gurin A.M., Chasovnikov E.A. Methodical investigations of aerodynamic derivatives of a sharp cone on a setup with free oscillations at supersonic velocities // American Institute of Physics Conf. Proceedings. 2018. Vol. 2027. P. 030151-1–030151-8.
8. Часовников Е.А. Влияние приведенной частоты на кинематику самовозбуждающихся колебаний коническо-сферического тела при числе Маха $M = 1,75$ // Теплофизика и аэромеханика. 2024. Т. 31, № 3. С. 475–481.
9. Часовников Е.А. Математическое моделирование самовозбуждающихся колебаний по тангажу коническо-сферического тела при числе Маха $M = 1,75$ с использованием гипотезы вынужденных колебаний // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 5. С. 951–964.
10. Часовников Е.А., Часовников С.А. Методы определения эквивалентного аэродинамического демпфирования моделей спускаемых аппаратов при испытаниях на установке свободных колебаний // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 1. С. 1–8.
11. Часовников Е.А. Особенности аэродинамического момента и демпфирования тангажа модели возвращаемого аппарата при свободных колебаниях на сверхзвуковых скоростях // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 3. С. 347–355.

*Статья поступила в редакцию 19 сентября 2024 г.,
принята в публикацию 8 ноября 2024 г.*