ЛИТЕРАТУРА

1. **Ваграменко Я.А., Ляхов В.Н., Устинов В.М.** Пульсирующий режим при натекании стационарного неоднородного потока на преграду // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1979. — № 5.
2. **Раушенбах Б.В.** Вибрационное горение. — М.: ГИФМЛ, 1961.
3. **Кукинов А.Г.** Одномерные колебания потока в цилиндрической трубе // Тр. ЦАГИ. — 1970. — Вып. 1231.
4. **Герман Р.** Сверхзвуковые входные диффузоры. — М.: Физматгиз, 1960.
5. **Дёмин В.С.** Модель возникновения автоколебаний при натекании на полузакрытую трубу потока с радиальным распределением скорости // Моделирование в механике. — Новосибирск: ВЦ; ИТПМ СО АН СССР, 1988. — Т. 2(19), № 5.
6. **Дулов В.Г., Максимов В.П.** Термоакустика газоструйных резонаторов // Там же, 1987. — Т. 1(18), № 6.
7. **Елисеев Ю.Б., Черкез А.Я.** Об эффекте повышения температуры торможения при обтекании газом глубоких полостей // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1971. — № 3.
8. **Петунин А.Н.** Методы и техника измерений параметров газового потока. — М.: Машиностроение, 1972.
9. **Ерофеев В.К., Савин А.В.** Исследование аэроакустических процессов при взаимодействии газовых струй с полостями // Газодинамика и акустика струйных течений. — Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987.

г. Новосибирск *Поступила 10/1 1994 г.*

УДК 534.222.2

А.А. Аганин, М.А. Ильгамов

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗА В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ

Введение. Рассматриваются продольные колебания газа в трубе, один конец которой неподвижен, а другой перемещается по заданному периодическому закону. Стенки трубы считаются абсолютно жесткими. В случае малых значений амплитуды колебаний имеется большое количество экспериментальных исследований и аналитических решений [1—7]. Поэтому они могут быть использованы для тестовой проверки применяемых численных подходов. Вместе с тем до сих пор не изучены режимы колебаний в трубе при больших амплитудах перемещений поршня. Это главным образом связано с ограниченностью используемых методов исследования, которые, как правило, опираются на методы возмущений.

Здесь волновые процессы изучаются на основе численного интегрирования уравнений газовой динамики [8, 9], что позволило рассмотреть переходные процессы из начального состояния до периодически повторяющегося режима и снять жесткие ограничения на амплитуду колебаний.

Исследуются колебания при изменении частоты возбуждения ω в окрестности половины собственной частоты трубы $\Omega = \pi c_0/L$, где c_0 — скорость звука в невозмущенной среде в начальный момент времени $t = 0$, L — длина трубы (расстояние между закрытым концом и средним положением поршня). Изучается зависимость решения от отношения половины хода поршня l к длине трубы L в широком диапазоне изменения l/L. Не учитываются вязкие эффекты в газе, что допустимо для труб относительно большого диаметра [5].

Постановка задачи. Численное интегрирование уравнений динамики идеального газа ведется в двумерной области $0 \leqslant x \leqslant R$, $y_p(t) \leqslant y \leqslant L$ (рис. 1) при условии, что линия $x = 0$ является осью симметрии, нормальные составляющие вектора скорости на границах $y = L$ и $x = R$ равны нулю. Положение левой границы $y_p(t)$ определяется выражением

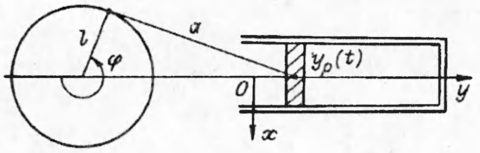


Рис. 1

$$y_p(t) = y_0 + \int_0^t v_p(t)dt,$$

где $y_0 = y_p(0)$, а $v_p(t)$ задается соотношениями

(1) $$v_p = l\omega\sin\varphi;$$

(2) $$v_p = l\omega\left[\sin\varphi - \frac{b}{2}\frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{1 - b^2\sin^2\varphi}}\right].$$

Здесь $\varphi = \omega t + \varphi_0$; $\varphi_0 = \varphi(0)$; $b = l/a$; a — длина шатуна. В начальный момент времени $t = 0$ параметры задачи принимались следующими: $\varphi_0 = \pi/2$, $y_0 = 0$, плотность $\rho(x, y) = \rho_0$, удельная внутренняя энергия $I(x, y) = I_0$, скорость $v(x, y) = v_0 = 0$ всюду, за исключением $y = y_0$, где $v(x, y_0) = v_p(0)$.

Кроме того, $b = 0{,}2732$, что соответствует эксперименту в [3]. Во всех известных теоретических работах принимался закон (1). Выражение (2) представляет собой закон колебания поршня в двигателе и рассматривалось только в [8, 9].

Расчет велся по двумерной методике в безразмерных переменных. В качестве параметров при обезразмеривании принимались невозмущенные значения плотности ρ_0, скорости звука c_0 и длина трубы L. В ходе вычислений размер ячеек по оси Oy определялся равенством $\Delta y = (L - y_p(t))/N_y$ (N_y — число ячеек сетки вдоль оси Oy). По радиальной координате в сетке имела место одна ячейка $\Delta x = R = 0{,}1L$. Таким образом, сетка была подвижной в продольном направлении и неизменной по радиусу.

Выбор количества ячеек и численная сходимость. На рис. 2 приведены результаты расчетов на разных сетках: $N_y = 20, 40, 80, 160, 320$. Показано изменение во времени давления в точке возле закрытого конца трубы (*а*) и скорости в точке, расположенной на равном удалении от поршня и неподвижного конца трубы (*б*). Входные данные задачи следующие: $\rho_0 = 1{,}03235$, $I_0 = 1{,}8085$, $l/L = 0{,}03225$, $b = 0{,}25$, $\varphi_0 = 90°$, $\omega = 0{,}5\Omega$, $y_p\ (t = 0) = 0$, закон колебания поршня (2). Основные особенности решения со всеми экстремальными значениями давления передаются во всех вариан-

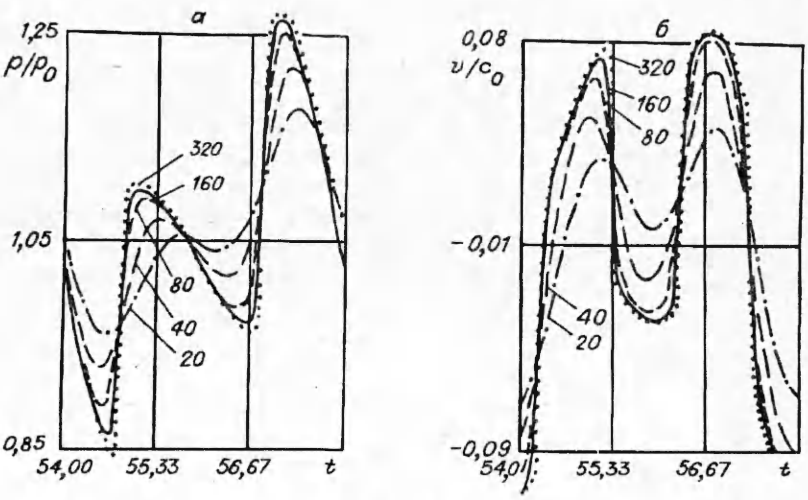
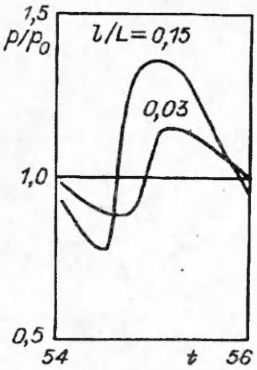


Рис. 2

Рис. 3



тах счета. Вместе с тем численные значения близки друг к другу лишь при $N_y \geqslant 80$.

На основе проведенных расчетов на разных сетках можно заключить, что для анализа задач рассматриваемого класса необходимо проводить вычисления с использованием не менее 80 ячеек. Это утверждение относится к изменению давления. Однако там, где необходимо, число ячеек должно быть увеличено.

Ряд расчетов проводился для оценки вклада в решение выражения, стоящего в знаменателе соотношения (2) под знаком радикала. Оказалось, что наличие корня не оказывает заметного влияния. На рис. 3, где приведены временные зависимости давления у закрытого конца, результаты графически совпадают для законов $v_p = -0{,}5l\omega b\sin 2\varphi$ и $v_p = -0{,}5l\omega b\sin 2\varphi/\sqrt{1-b^2\sin^2\varphi}$. Решения близки как для малых значений l/L ($l/L = 0{,}03$), так и для больших ($l/L = 0{,}15$).

Зависимость решения от формы возбуждения. На рис. 4, 5 представлены графики временных зависимостей давления возле закрытого конца трубы. При этом расчетными кривыми являются штриховые. Рис. 4 относится к закону (1), а рис. 5 — к закону (2). На рис. 6 показано изменение размаха колебаний за период в той же точке в зависимости от частоты колебаний в окрестности $\omega = 0{,}5\Omega$, расчетными здесь также являются штриховые линии, среди них кривые *1*, *3* относятся к законам (1) и (2) соответственно, а *2* отвечает возбуждению, которое получается из выражения (2) путем пренебрежения первым слагаемым в квадратных скобках. Из рис. 4—6, где $l/L = 0{,}03225$, видно, что переход от закона (2) к закону (1) сопровождается значительными изменениями. Так, размах колебаний давления при $\omega = 0{,}5\Omega$ за период уменьшается почти в 2 раза. Меняется и сама форма колебаний: при законе (1) (рис. 4) происходит чередование скачков по величине, которые отличаются друг от друга приблизительно в 2 раза. А при законе (2) скачки почти не изменяются.

Сплошными линиями на рис. 6 приведены для сравнения кривые, полученные по выражению

$$p = -\frac{\rho_0 c_0 \omega^* l^*}{\sin(\omega^* L/c_0)}\cos\omega^* t,$$

которое является решением уравнений линейной акустики при граничном условии

$$v_p = \omega^* l^* \sin\omega^* t. \tag{3}$$

При этом кривая *1* получается из (3) при $\omega^* = \omega$, $l^* = l$, а *2* — при $\omega^* = 2\omega$, $l^* = -lb/4$. Ясно, что в первом случае $\omega = 0{,}5\Omega$ даст для закона (3) первый нелинейный резонанс, а во втором — первый линейный резонанс.

Колебания при сильном возбуждении. Известно, что при малых амплитудах колебаний поршня вне окрестности резонансов нелинейные слагаемые

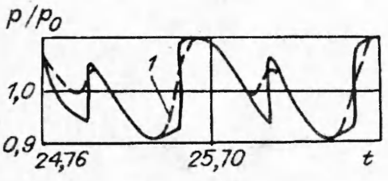


Рис. 4

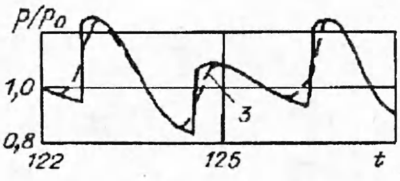


Рис. 5

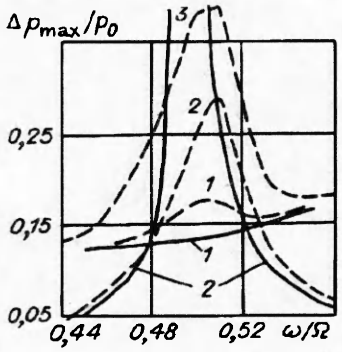


Рис. 6

проявляются слабо. Поэтому решения линейной и нелинейной задач должны быть близки. Это и наблюдается на рис. 6: с отклонением от $\omega = 0{,}5\Omega$ штриховые кривые *1* и *2* сходятся к сплошным.

Влияние нелинейных слагаемых в окрестности первого нелинейного резонанса при малых значениях хода поршня подробно рассмотрено в [3] как теоретически на основе решения нелинейных уравнений газовой динамики для неизменной энтропии, так и экспериментально. Аналитическое решение и экспериментальные данные из [3] приведены сплошными линиями на рис. 4 и 5 соответственно. В обоих случаях наблюдается хорошее согласование с ними численного решения. Имеется расхождение лишь в окрестности разрывов, что вполне естественно для численных методик, которые обладают схемной вязкостью.

Таким образом, сравнение с решениями линейной и нелинейной задач, а также с экспериментальными данными для малого хода поршня показывает, что численные результаты правильно отражают основные особенности решения.

Из рис. 6 видно, что максимальные значения штриховых кривых неточно соответствуют $\omega = 0{,}5\Omega$ (наблюдается отклонение около 2 %). Это же самое можно видеть на рис. 7, 8. На рис. 7 приведены зависимости размаха колебаний давления у закрытого конца трубы за период времени $58 \leqslant t \leqslant 62$. При этом сплошные линии соответствуют частоте $\omega = 0{,}5\Omega$, а штриховые — тем частотам из окрестности $0{,}5\Omega$, при которых размах колебаний принимает экстремальное значение. Из рисунка видно, что с увеличением l/L расхождение между сплошными и штриховыми кривыми возрастает. При $l/L = 0{,}12$ для кривых *2* оно составляет ≈ 25 %.

Содержание и принятые обозначения рис. 8 соответствуют рис. 6. Отличие в том, что здесь $l/L = 0{,}12$. Сравнение рис. 6 и 8 показывает, что с увеличением хода поршня изменяются как поведение кривых при одинаковых законах возбуждения, так и различия между кривыми, отвечающими разным законам. Например, отклонение максимального значения в сторону больших частот по оси абсцисс во всех законах увеличивается. Однако сами максимальные значения и степень отклонения для различных законов неодинаковы. Так, если при $l/L = 0{,}03225$ максимум кривой *2* по оси ординат находится между соответствующими значениями кривых *1* и *3* (причем почти на одинаковом удалении от них), то при $l/L = 0{,}12$ среднее

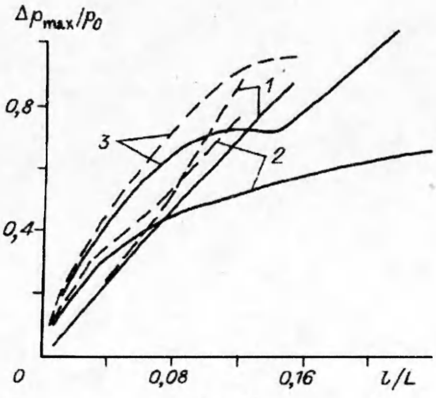


Рис. 7

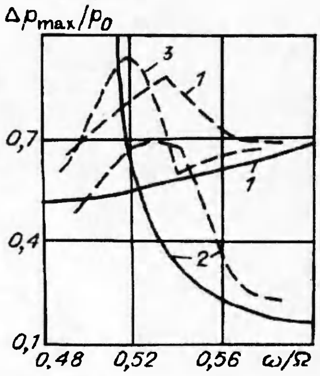


Рис. 8

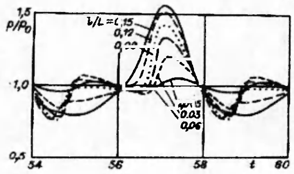


Рис. 9

положение занимает максимум кривой *1*. Кроме того, здесь разность между этим максимумом и наибольшим значением кривой *2* существенно превосходит (почти в 4 раза) аналогичную разность между максимумами кривых *1* и *3*.

Увеличение l/L оказывает значительное влияние не только на величину размаха колебаний, но и на форму колебаний. На рис. 9 приведено изменение давления за период в точке у закрытого конца трубы в диапазоне l/L от 0,005 до 0,15 для закона (2) и частоты $\omega = 0{,}5\Omega$. Видно, что при $l/L = 0{,}005$ отклонения от среднего значения $p/p_0 = 1{,}0$ в большую и меньшую сторону почти одинаковы. При $l/L = 0{,}15$ они уже отличаются более чем в 2,5 раза, причем с ростом l/L передний максимум постоянно увеличивается, в то время как минимум доходит до $\approx 0{,}75$ при $l/L = 0{,}09$, а затем вновь начинает возрастать. Таким образом, с увеличением l/L происходит сход с резонанса. Это видно как по изменению формы колебаний (рис. 9), так и по величине их размаха (рис. 7).

Переходный режим. Применение численного метода позволяет рассматривать переходные процессы во всем интервале от начального невозмущенного состояния до периодически повторяющегося режима. Для разных частот, величин хода поршня и законов возбуждения они являются различными по длительности протекания, по характеру изменения параметров. На рис. 10, 11 для $l/L = 0{,}03225$ приведены временные зависимости давления при $\omega = 0{,}51\Omega$, законе (2) (рис. 10) и $\omega = 0{,}5\Omega$, законе (1) (рис. 11). Видно, что в первом случае конечная форма колебания получается почти сразу. С течением времени происходит лишь некоторое изменение численных значений. Процесс устанавливается уже при $t \approx 16$. Во втором случае колебания устанавливаются только при $t \geqslant 45$, а до этого происходят существенные изменения формы колебаний, амплитуда которых сначала уменьшается (до $t \approx 30$), а затем постепенно увеличивается до установившегося значения.

Выводы. Проведенные исследования показывают, что при малом ходе поршня ($l/L = 0{,}03225$) результаты, полученные на основе численного решения уравнений газовой динамики, хорошо согласуются как с решением линейных уравнений вне области резонанса, так и с решением нелинейных уравнений при первом нелинейном резонансе $\omega = 0{,}5\Omega$. В этом случае наблюдается также хорошее согласование с данными из эксперимента. Установлено, что наличие корня в знаменателе второго закона возбуждения слабо влияет на решение.

Кроме того, установлено, что при $\omega = 0{,}5\Omega$ и изменении l/L в интервале от 0 до 0,20 на начальном участке времени при использовании закона (2) во всех вариантах имеет место преобладание первого слагаемого, представляющего собой закон (1). Затем роль второго слагаемого возрастает и при больших значениях времени становится преобладающей. При ходе поршня ($l/L > 0{,}03$) оба слагаемых вносят в решение примерно равный вклад, причем влияние первого из них с ростом l/L все более увеличивается. При законе (1) на начальном интервале времени происходит существенная перестройка формы колебания от начальной до установившегося состояния.

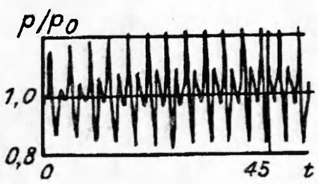


Рис. 10

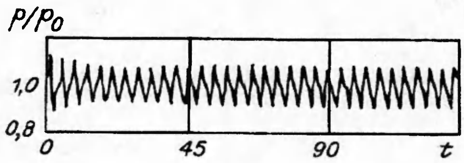


Рис. 11

В целом при больших значениях хода поршня вклад нелинейных эффектов значительно возрастает, вследствие чего изменение параметров при общем законе (2) существенно отличается от их изменения при использовании отдельных его слагаемых и от простой суммы полученных таким образом результатов.

Работа выполнена в соответствии с грантом № 93—013—17940 Российского фонда фундаментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Saenger R.A., Hudson G.E.** Periodic shock waves in resonating gas columns // J. Acoust. Soc. Amer. — 1960. — V. 32, N 8. — P. 961—971.
2. **Chester W.** Resonant oscillations in closed tubes // J. Fluid Mech. — 1964. — V. 18, N 1. — P. 44—64.
3. **Галиев Ш.У., Ильгамов М.А., Садыков А.В.** О периодических ударных волнах в газе // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1970. — № 2. — С. 57—66.
4. **Keller J.J.** Third order resonances in closed tubes // ZAMP. — 1976. — V. 27, N 3. — P. 303—323.
5. **Zaripov R.G., Ilgamov M.A.** Nonlinear gas oscillations in a pipe // J. Sound and Vibr. — 1976. — V. 46, N 2. — P. 245—257.
6. **Seymour B.R., Mortell M.R.** A finite rate theory of resonance in a closed tube: discontinuous solutions of a functional equation // J. Fluid Mech. — 1980. — V. 99, N 2. — P. 365—382.
7. **Althaus R., Thomann.** Oscillations of a gas in a closed tube near half the fundamental frequency // J. Fluid Mech. — 1987. — V. 183, N 2. — P. 147—161.
8. **Аганин А.А., Кузнецов В.Б., Кутдусов Р.М. и др.** Нелинейные колебания газа в закрытой трубе с подвижным поршнем. — М., 1990. — Деп. в ВИНИТИ 04.09.90, № 4883—890.
9. **Аганин А.А., Кузнецов В.Б., Кутдусов Р.М. и др.** Вынужденные колебания в трубе с закрытым концом. — М., 1990. — Деп. в ВИНИТИ 20.04.90, № 2123—В90.

г. Казань *Поступила 10/XII 1993 г.*

УДК 534.2

В.Б. Курзин

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АКТИВНОГО РЕЗОНАНСНОГО ПОГЛОТИТЕЛЯ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ

Для подавления акустических колебаний широкое применение в технике имеют резонансные поглотители типа резонатора Гельмгольца. В классической форме резонатор Гельмгольца действует как реактивный поглотитель и имеет тот недостаток, что его эффективность ограничена довольно узким диапазоном частот. Оказалось, что этот недостаток в значительной мере может быть устранен путем создания струи, истекающей из горла резонатора. В этом случае часть акустической энергии расходуется на образование нестационарной вихревой пелены, сбегающей с кромки горла резонатора, и, таким образом, осуществляется активное поглощение акустических колебаний.

Некоторые закономерности влияния струи на эффективность применения резонатора в качестве динамического поглотителя акустических колебаний были исследованы численно в рамках плоской модели в [1]. В настоящей работе этот вопрос рассмотрен в более общей пространственной постановке задачи. В асимптотическом приближении получены аналитические зависимости амплитуды вынужденных акустических колебаний в замкнутой области от параметров активного резонатора.