

УДК 532.5.032, 533.6.011.5

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ГЛАДКИХ И ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Д. В. Хотяновский, А. Н. Кудрявцев

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
E-mails: khotyanovsky@itam.nsc.ru, alex@itam.nsc.ru

Выполнено прямое численное моделирование развития неустойчивости и перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине. Расчеты проведены для умеренных сверхзвуковых (число Маха набегающего потока $M = 2$) и гиперзвуковых ($M = 6$) скоростей. Моделировалось развитие пограничного слоя на этапах линейного роста возмущений, их нелинейного взаимодействия, стохастизации и формирования турбулентного течения. Рассмотрен случай ламинарно-турбулентного перехода, инициированного распределенной шероховатостью поверхности пластины, при числе Маха $M = 2$.

Ключевые слова: прямое численное моделирование, ламинарно-турбулентный переход, сверхзвуковой пограничный слой, распределенная шероховатость.

DOI: 10.15372/PMTF20170508

Введение. Исследование ламинарно-турбулентного перехода является актуальной задачей механики жидкости и газа. Внимание к данной задаче обусловлено тем, что при возникновении турбулентности существенно меняются свойства течения. При ламинарно-турбулентном переходе в пограничном слое происходит резкое увеличение силы сопротивления и тепловых потоков на поверхности обтекаемого тела. Поэтому уточнение механизмов возникновения турбулентности и разработка эффективных способов управления переходом позволят существенно повысить экономичность существующих транспортных средств и создать сверхзвуковые пассажирские самолеты и перспективные гиперзвуковые летательные аппараты нового поколения.

Начальный этап перехода к турбулентности в сверхзвуковых пограничных слоях, на котором происходит рост малых возмущений и который описывается линейной теорией гидродинамической устойчивости, хорошо изучен [1, 2], в отличие от процессов нелинейного развития и взаимодействия возмущений, непосредственно приводящих к переходу. Возможности аналитических подходов при исследовании данных явлений ограничены, а эксперименты в сверхзвуковых аэродинамических трубах весьма трудоемки и дорогостоящи. В этих условиях особое значение приобретает численное моделирование. Постоянное

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 14-11-00490 п). Расчеты проводились на вычислительном кластере Новосибирского государственного университета.

© Хотяновский Д. В., Кудрявцев А. Н., 2017

увеличение мощности компьютеров, совершенствование численных алгоритмов позволили провести прямое численное моделирование перехода к турбулентности на основе решения полных трехмерных уравнений Навье — Стокса. Первые расчеты нелинейного развития возмущений в сверхзвуковых пограничных слоях были выполнены в начале 90-х гг. XX в. [3, 4]. В настоящее время с использованием численного моделирования можно исследовать процессы, происходящие на всех стадиях перехода к турбулентности — от стадии преобразования течения в пограничном слое в волны неустойчивости пристенного сдвигового течения вследствие воздействия внешних акустических возмущений до стадии распада ламинарного течения в результате быстрого роста мелкомасштабных трехмерных пульсаций, сопровождающегося стохастизацией течения, что свидетельствует о переходе к турбулентности.

В данной работе представлены результаты численного моделирования перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое при числах Маха $M = 2, 6$, в частности перехода вследствие шероховатости обтекаемой поверхности.

Постановка задачи и численный метод. Моделирование развития неустойчивого сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине проводится в расчетной области, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда. Решаются трехмерные нестационарные уравнения Навье — Стокса для газа с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$ и числом Прандтля $Pr = 0,72$. Зависимость динамической вязкости μ от температуры T имеет вид степенного закона с показателем $0,76$, предполагается, что для вязких напряжений справедлива гипотеза Стокса.

Левая граница расчетной области находится на некотором расстоянии x_0 от передней кромки пластины, таком что пограничный слой во входном сечении является неустойчивым. Таким образом, в отличие от ряда других работ, в которых, в частности, изучается восприимчивость к внешним возмущениям, в данной работе пренебрегается эффектами, обусловленными наличием слабой ударной волны, сходящейся с передней кромки пластины, и взаимодействием с ней волн неустойчивости.

Сначала в двумерной постановке проводится расчет основного течения, при этом на входной границе задаются профили продольной и поперечной скоростей и температуры, полученные из автомодельного решения уравнений пограничного слоя. Затем выполняется собственно моделирование процесса развития неустойчивых возмущений и перехода к турбулентности. Известны различные способы возбуждения волн неустойчивости, в частности нестационарный вдув-отсос на определенном участке поверхности пластины и использование внешнего источника акустических волн. В настоящей работе течение возбуждается нестационарными возмущениями, заданными на входной границе в виде суперпозиции собственных функций линейной задачи устойчивости, что соответствует переходу в случае внешних возмущений небольшой амплитуды, когда на начальной стадии развития неустойчивости преобладает описываемый линейной теорией экспоненциальный рост собственных мод.

При моделировании развития трехмерных возмущений на боковых границах расчетной области задаются периодические граничные условия, ее размер по размаху L_z принимается равным $2\pi/\beta$ (β — волновое число возмущения вдоль оси z). На верхней ($y = L_y$) и выходной ($x = x_0 + L_x$) границах задаются мягкие неотражающие условия, при этом для предотвращения отражения возмущений от выходной границы перед ней дополнительно вводится буферная область, в которой с помощью предложенной в [4] специальной техники осуществляется искусственная реламинаризация течения. Результаты тестовых расчетов свидетельствуют о минимальном воздействии выходной границы на поле течения внутри расчетной области. Все расчеты выполнены для температуры поверхности пластины, равной адиабатической температуре.

Для решения уравнений Навье — Стокса используется разработанный в Институте теоретической и прикладной механики СО РАН комплекс программ CFS3D. Уравнения решаются на структурированной расчетной сетке, которая сгущается вблизи поверхности пластины. Конвективные потоки вычисляются с помощью схемы WENO (weighted essentially non-oscillatory) [5] пятого порядка. Диффузионные члены аппроксимируются с четвертым порядком точности на компактном шаблоне. Интегрирование по времени выполняется с помощью явной схемы Рунге — Кутты — Гилла [6] четвертого порядка. Шаг по времени выбирается автоматически исходя из условия устойчивости. Подробное описание используемого метода численного решения уравнений Навье — Стокса приведено в [7]. Вычислительный алгоритм распараллелен путем геометрической декомпозиции расчетной области, для обмена данными между процессорами используется библиотека MPI (message passing interface). В расчетах использовалось до 96 ядер многопроцессорного вычислительного кластера.

Переход при числе Маха $M = 2$. Из линейной теории устойчивости [1, 2] следует, что при умеренных сверхзвуковых скоростях в пограничном слое неустойчива только одна, так называемая первая, мода возмущений. Возмущения этой моды представляют собой вихревые возмущения, подобные волнам Толлмина — Шлихтинга в несжимаемом пограничном слое. Однако в отличие от случая несжимаемой жидкости при $M = 2$ наиболее неустойчивыми являются трехмерные возмущения, распространяющиеся под достаточно большим ($50\text{--}70^\circ$) углом к потоку.

Механизмы развития неустойчивости в пограничных слоях при умеренных сверхзвуковых числах Маха на последующих, нелинейных стадиях экспериментально исследовались в работах [8–11]. На основе полученных результатов были предложены два возможных сценария перехода. Первый сценарий основан на резонансном взаимодействии наклонной основной волны с частотой ω_m , соответствующей максимальному коэффициенту роста, и двух волн субгармоник с частотой $\omega_m/2$, также распространяющихся под углом к потоку. При известном из линейной теории дисперсионном соотношении $\omega = \omega(\alpha, \beta)$ углы распространения субгармоник могут быть определены из условий фазового синхронизма. Данный несимметричный субгармонический резонанс был обнаружен экспериментально [10].

Второй возможный сценарий перехода предложен в работе [12] на основе результатов выполненного в ней прямого численного моделирования развития возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых ($M = 1,6$) пограничных слоях. Он предполагает нелинейное взаимодействие двух основных волн, распространяющихся под углами $\pm\chi$ к потоку. Вместе со стационарным вихревым возмущением эти волны образуют резонансную волновую триаду. Для такого механизма характерна меньшая пороговая амплитуда, при которой начинается нелинейное взаимодействие волн, что приводит к более быстрому переходу. Результаты проведенного в работе [13] сравнения расчетных и экспериментальных данных подтверждают наличие резонанса наклонных волн со стационарным волновым возмущением. Таким образом, результаты, представленные в [10, 13], свидетельствуют о существовании механизма перехода, имеющего резонансный характер.

При проведении численного моделирования [12–18] в основном рассматривался второй сценарий. Это обусловлено тем, что при моделировании субгармонического резонанса не могут быть использованы периодические граничные условия по размаху, поскольку волновые числа гармоники и субгармоник в этом направлении, вообще говоря, несоизмеримы. В результате размер расчетной области вдоль оси z и, следовательно, объем необходимых вычислительных ресурсов существенно увеличиваются.

В расчетах число Рейнольдса, определенное по толщине пограничного слоя $\delta_0 = \sqrt{\nu_\infty x_0 / U_\infty}$ на входной границе $x = x_0$, было выбрано равным $Re = U_\infty \delta_0 / \nu_\infty = 500$, при этом число Рейнольдса, рассчитанное по расстоянию от передней кромки пластины,

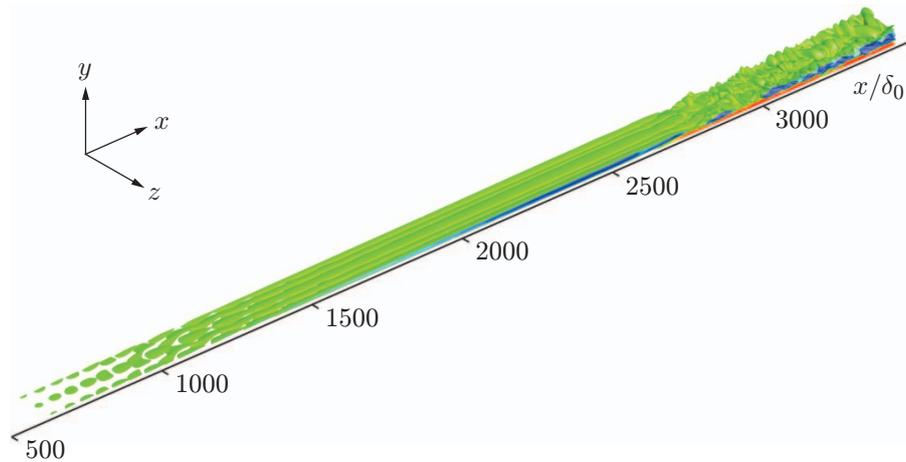


Рис. 1. Изоповерхности пульсаций продольной компоненты скорости в случае нелинейного развития возмущения в виде суперпозиции трехмерных волн неустойчивости ($M = 2$)

составляло $Re_x = U_\infty x / \nu_\infty = Re^2 = 2,5 \cdot 10^5$. При данных параметрах потока температура пластины равна адиабатической температуре $T_w / T_\infty = 1,676$ (индекс “ ∞ ” соответствует значениям величин вне пограничного слоя, индекс w — значениям величин на стенке). Размер расчетной области по продольной координате равен $L_x = 3000\delta_0$, по нормальной координате — $L_y = 100\delta_0$. Расчетная сетка состояла из $N_x \times N_y \times N_z = 1024 \times 150 \times 64 \approx 9,8 \cdot 10^6$ ячеек.

Анализ характеристик линейной устойчивости проводится для автомодельного основного течения на входной границе расчетной области в предположении развития возмущений по пространству: возмущения пропорциональны величине $\exp[i(\alpha x + \beta z - \omega t)]$ (ω — вещественная круговая частота возмущения; $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$; α_r и β — составляющие волнового вектора вдоль осей x и z соответственно; $-\alpha_i$ — коэффициент роста возмущения; $\chi = \arctg(\beta/\alpha_r)$ — угол распространения возмущения). Частотный параметр $F = \nu_\infty \omega / U_\infty^2$ и угол χ варьируются, что позволяет определить диапазоны параметров неустойчивых возмущений и параметров возмущений с максимальными коэффициентами роста. Результаты расчетов характеристик линейной устойчивости для данного случая приведены в [18].

На основное течение накладывалась суперпозиция двух неустойчивых возмущений, распространяющихся под углами $\chi = \pm 55^\circ$ к направлению основного течения. Безразмерная частота возмущений $F = 6,2 \cdot 10^{-5}$ является частотой, при которой коэффициент роста максимален, амплитуда составляет 0,5 % скорости невозмущенного потока. Результат моделирования эволюции такого возмущенного поля показан на рис. 1.

Развитие возмущений включает несколько этапов. После завершения этапа линейного роста из продольных вихревых структур, характерные размеры которых в нормальном и трансверсальном направлениях имеют порядок толщины пограничного слоя, формируется вторичное течение. Заметим, что формирование подобных структур наблюдалось также в [4]. Из анализа распределений завихренности в поперечных сечениях следует, что на начальном этапе продольные вихри развиваются независимо друг от друга, однако при движении вниз по потоку их поперечный размер медленно увеличивается. В некоторый момент в вихревое движение вовлекается все поперечное поле течения.

Затем развивается вторичная неустойчивость, при которой происходит быстрый рост трехмерных флуктуаций, приводящий к ламинарно-турбулентному переходу. Мгновенные поля газодинамических величин становятся хаотичными (см. рис. 1).

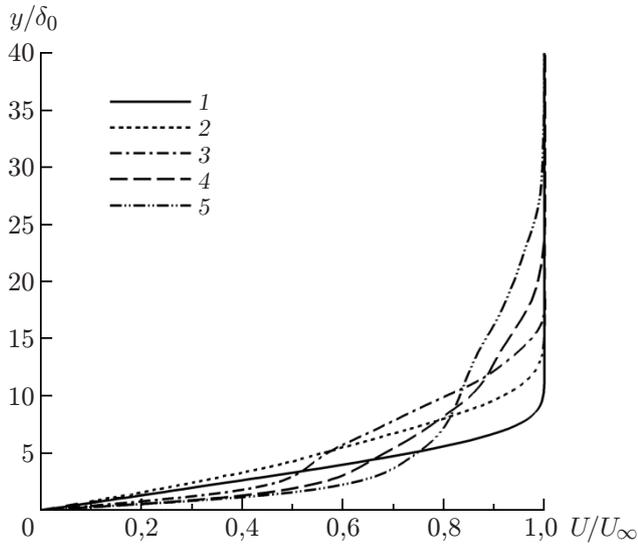


Рис. 2

Рис. 2. Профили средней скорости в различных сечениях ($M = 2$):

1 — $x/\delta_0 = 1000$, 2 — $x/\delta_0 = 2000$, 3 — $x/\delta_0 = 2800$, 4 — $x/\delta_0 = 3000$, 5 — $x/\delta_0 = 3400$

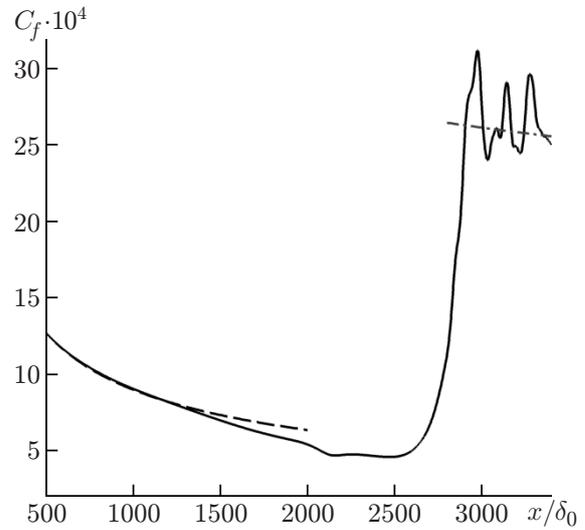


Рис. 3

Рис. 3. Распределение коэффициента трения вдоль пластины ($M = 2$):

сплошная линия — результаты прямого численного моделирования, штриховая — результаты расчета для ламинарного пограничного слоя, штрихпунктирная — результаты расчета для турбулентного пограничного слоя

Профили скорости среднего течения, полученные в результате осреднения по времени (на интервале, равном восьми периодам вводимого возмущения) и по величине L_z , показаны на рис. 2. Видно, что профиль скорости, соответствующий ламинарному пограничному слою и практически совпадающий с профилем, соответствующим автомодельному решению уравнений пограничного слоя, становится промежуточным, включающим точку перегиба, а затем более наполненным, близким к профилю, соответствующему турбулентному пограничному слою.

На рис. 3 показано распределение среднего коэффициента поверхностного трения C_f вдоль пластины, а также соответствующие распределения для ламинарного автомодельного и развитого турбулентного пограничных слоев (для расчета последнего использован полуэмпирический метод, предложенный в монографии [19]). Видно, что при $x/\delta_0 \lesssim 1500$ коэффициент трения хорошо согласуется со значением C_f , соответствующим ламинарному случаю. При $x/\delta_0 \approx 2700$ коэффициент трения резко увеличивается (в 5–6 раз), что соответствует моменту ламинарно-турбулентного перехода. После перехода значение коэффициента C_f колеблется и уменьшается, приближаясь к значению, соответствующему развитому турбулентному течению. Также в результате перехода существенно увеличивается толщина потери импульса (более чем в два раза по сравнению со значением, соответствующим ламинарному течению).

На рис. 4 представлены распределения среднеквадратичных пульсаций массового расхода, полученные в расчетах, выполненных в данной работе, и в экспериментах [11]. Очевидно, что прямое численное моделирование позволяет достаточно точно воспроизвести распределение пульсаций по продольной координате. В частности, следует отметить наличие локального максимума интенсивности флуктуаций массового расхода и в расчете

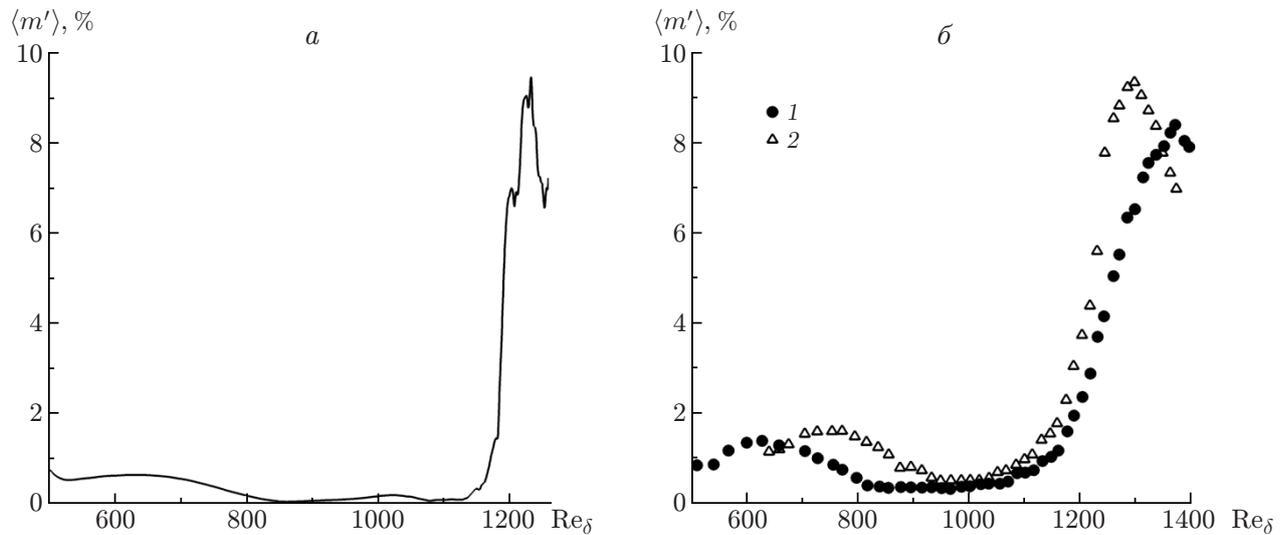


Рис. 4. Зависимость среднеквадратичных пульсаций массового расхода $\langle m' \rangle$ от числа Рейнольдса, определенного по локальной толщине пограничного слоя, Re_δ в расчете (а) и экспериментах при наличии возмущений при единичном числе Рейнольдса $Re_1 = 6,8 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ [11] (б):

1 — естественные возмущения, 2 — искусственные возмущения

(при $Re \approx 650$), и в экспериментах (при $Re \approx 630$ в случае естественных возмущений и при $Re \approx 760$ в случае искусственных возмущений). Заметим, что значения числа Рейнольдса в точке ламинарно-турбулентного перехода, полученные в эксперименте и расчете, хорошо согласуются: $Re_{tr} \approx 1150$. Можно ожидать, что положение точки перехода существенно зависит от начальной амплитуды возмущения, которая определяет длину участка линейного роста. Однако в экспериментах [11] положения этой точки при возбуждении как естественными, так и локализованными искусственными возмущениями достаточно близки. Приблизительно таким же оказалось положение точки перехода в расчетах в случае возбуждения течения периодическими по размаху возмущениями, соответствующими собственным функциям линейной задачи устойчивости. Этот способ возмущения течения реализует второй сценарий перехода.

Переход при числе Маха $M = 6$. Картина устойчивости пограничного слоя при гиперзвуковых числах Маха существенно отличается от картины, наблюдаемой при умеренных сверхзвуковых скоростях. В соответствии с линейной теорией устойчивости и экспериментальными данными главную роль при ламинарно-турбулентном переходе в случае больших чисел Маха играют возмущения второй моды, впервые идентифицированные в работах [1, 2]. Наибольшие инкременты нарастания имеют двумерные возмущения второй моды. Наклонные трехмерные возмущения первой и второй мод также неустойчивы, но имеют значительно меньшие инкременты роста. Возмущения второй моды заданной частоты остаются неустойчивыми в достаточно узком диапазоне чисел Рейнольдса. При движении вниз по потоку они должны быстро стабилизироваться. Наоборот, трехмерные возмущения первой моды, имеющие меньшие инкременты роста, могут оставаться неустойчивыми на большом расстоянии. Таким образом, линейная динамика неустойчивого гиперзвукового пограничного слоя описывает механизм конкуренции различных мод возмущений. Нелинейное взаимодействие волн неустойчивости на следующих этапах приводит к еще большему усложнению волновой картины, в результате чего в зависимости от условий вверх по потоку возможны различные сценарии перехода.

В работах [20–32] проведены численные и экспериментальные исследования развития неустойчивых возмущений в пограничных слоях при больших числах Маха. Изучались развитие неустойчивых акустических возмущений второй моды [20–22], восприимчивость переходного пограничного слоя к внешним акустическим возмущениям [23–25], влияние локализованного нагрева и охлаждения стенки на возмущения второй моды [26], влияние пористости поверхности на устойчивость течения и ламинарно-турбулентный переход, а также подавление неустойчивых акустических возмущений с помощью пористых покрытий [27–29]. Поскольку при больших сверхзвуковых числах Маха наибольшие инкременты роста имеют двумерные возмущения, численное исследование начальных стадий ламинарно-турбулентного перехода может быть выполнено в двумерной постановке [30, 31]. Однако ясно, что переход происходит при наличии значительных трехмерных пульсаций поля течения. Поскольку при развитии двумерных возмущений второй моды отсутствует механизм генерации трехмерных пульсаций, можно предположить, что возникновение турбулентности является следствием одновременного развития возмущений различных мод. На начальном участке пластины быстро растут двумерные возмущения второй моды, по мере увеличения толщины пограничного слоя в процесс включаются возмущения более низких частот. При этом амплитуды наклонных волн возмущений первой моды растут значительно медленнее, но волны создают необходимые для инициирования перехода трехмерные флуктуации.

В выполненном расчете входная граница расчетной области соответствовала сечению, в котором $Re = U_\infty \delta_0 / \nu_\infty = 1000$. Температура стенки $T_w / T_e = 7,053$ равна температуре адиабатически изолированной пластины при ламинарном обтекании. Размеры вычислительной области: $L_x = 4500\delta_0$, $L_y = 150\delta_0$, размер L_z равен длине волны возмущения вдоль оси z . Число ячеек расчетной сетки равно $N_x \times N_y \times N_z = 2304 \times 250 \times 72 \approx 41,4 \cdot 10^6$.

Из результатов расчетов характеристик линейной устойчивости, проведенных для данного случая в работе [32], следует, что при $\chi = 0^\circ$ нейтральные кривые имеют два участка: участок высокочастотных возмущений, соответствующий акустическим возмущениям второй моды, и участок низкочастотных возмущений, соответствующий вихревым возмущениям первой моды. При этом коэффициенты роста возмущений первой моды на порядок меньше. При увеличении угла χ инкременты возмущений второй моды уменьшаются, а первой — растут, но их максимальное значение, достигаемое при $\chi = 62^\circ$, приблизительно в три раза меньше значений коэффициента роста двумерных возмущений второй моды.

При прямом численном моделировании течение возбуждалось суперпозицией двумерного возмущения второй моды с частотой $F = 10^{-4}$ и двух симметричных волн первой моды с частотой $F = 0,5 \cdot 10^{-4}$, распространяющихся под углами $\chi = \pm 57^\circ$ к потоку. Из результатов расчетов для случая $\chi = 57^\circ$ следует, что коэффициент роста возмущения первой моды близок к максимальному значению, в то время как возмущения второй моды устойчивы [32]. Начальные амплитуды возмущений составляли 0,5 % скорости невозмущенного потока. Частота двумерного возмущения была выбрана меньшей по сравнению с частотой волны с максимальным коэффициентом роста, так чтобы оно оставалось неустойчивым на достаточно большом расстоянии от входного сечения.

Расчет показал, что на начальном этапе двумерные возмущения второй моды являются доминирующими и быстро растут. Влияние возмущений первой моды, растущих значительно медленнее, проявляется, главным образом, в периодической деформации в трансверсальном направлении изначально плоских “валиков” возмущений второй моды. На рис. 5 показаны области завихренного движения, визуализированные с помощью изоповерхности Q-критерия (полуразность квадратов норм тензора завихренности и тензора скоростей деформаций) [33]. Когда вследствие увеличения толщины пограничного слоя

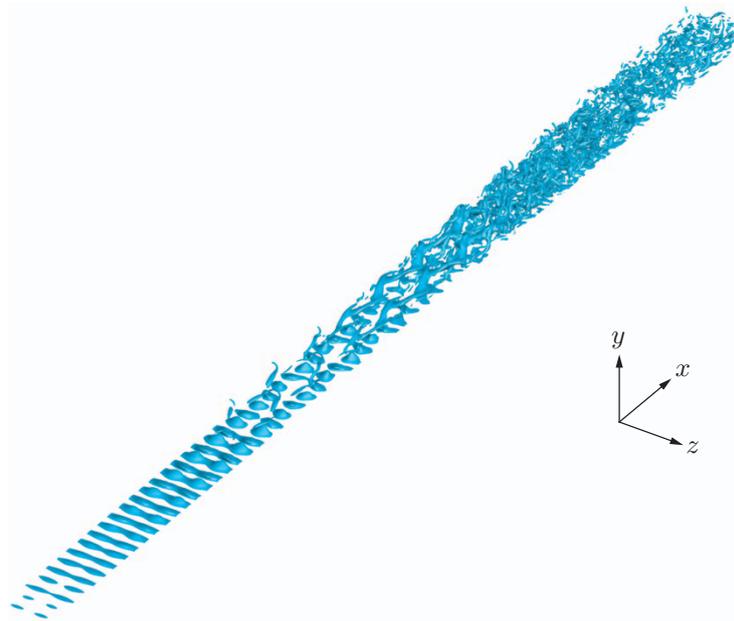


Рис. 5. Изоповерхности, соответствующие Q-критерию, в случае нелинейного развития возмущения в виде суперпозиции двумерной волны второй моды и трехмерных волн первой моды ($M = 6$)

рост возмущений второй моды прекращается, возмущения первой моды продолжают расти. Таким образом, трехмерная составляющая вторичного течения, образовавшегося в результате многократного увеличения амплитуды пульсаций второй моды и ее последующей стабилизации, продолжает увеличиваться.

По мере нарастания трехмерных флуктуаций в потоке образуются вырывающиеся из пограничного слоя подковообразные вихревые структуры, что согласуется с результатами моделирования перехода к турбулентности при числе Маха $M = 4,5$ в [4]. Ниже по потоку ($x/\delta_0 \approx 3000$) рост трехмерных возмущений приводит к “взрыву” неустойчивого пограничного слоя и ламинарно-турбулентному переходу, что проявляется в быстром росте мелкомасштабных пульсаций и существенном изменении всех характеристик пограничного слоя. На рис. 6 показаны профили средней продольной скорости в нескольких поперечных сечениях, соответствующие ламинарному ($x/\delta_0 \leq 3000$), переходному и турбулентному ($x/\delta_0 \geq 4000$) режимам.

При переходе к турбулентному режиму течения коэффициент поверхностного трения увеличивается почти в четыре раза (рис. 7). После перехода значение C_f колеблется и приближается к значению, соответствующему турбулентному режиму.

Переход, индуцированный шероховатостью. Как известно, одним из наиболее важных факторов, оказывающих влияние на переход к турбулентности в пограничном слое, является шероховатость обтекаемой поверхности. При сверхзвуковом и гиперзвуковом режимах полета наличие шероховатости, обусловленное конструктивными особенностями поверхности летательного аппарата, абляцией, загрязнением и т. п., может ускорить переход к турбулентности и привести к значительному увеличению сопротивления и тепловых потоков [34]. Влияние шероховатости наиболее существенно вблизи носика или передних кромок, где размер элементов шероховатости сравним с толщиной пограничного слоя.

Экспериментальное [35] и численное [36, 37] исследования неустойчивости течения за одиночным элементом шероховатости показали, что в результате возмущения среднего

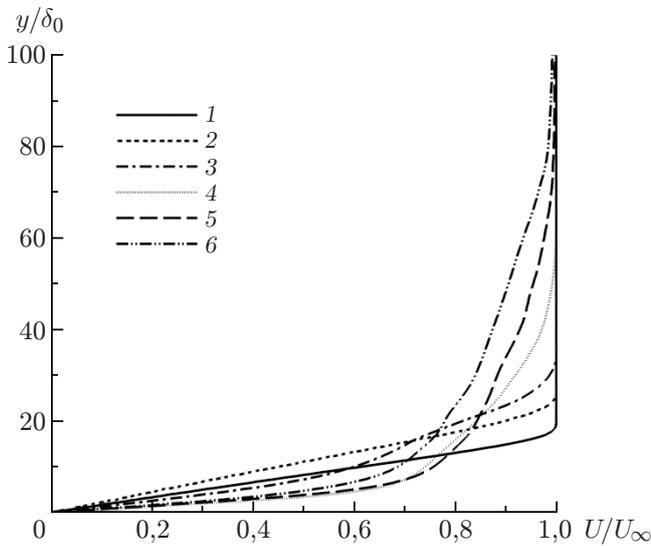


Рис. 6

Рис. 6. Профили средней скорости в различных сечениях ($M = 6$):
 1 — $x/\delta_0 = 1100$, 2 — $x/\delta_0 = 2000$, 3 — $x/\delta_0 = 3000$, 4 — $x/\delta_0 = 4000$, 5 — $x/\delta_0 = 5000$,
 6 — $x/\delta_0 = 5400$

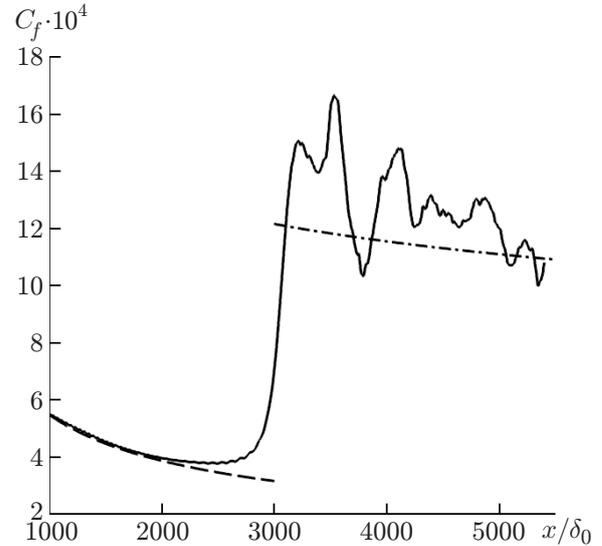


Рис. 7

Рис. 7. Распределение коэффициента трения вдоль пластины ($M = 6$):
 сплошная линия — результаты прямого численного моделирования, штриховая — результаты расчета для ламинарного пограничного слоя, штрихпунктирная — результаты расчета для турбулентного пограничного слоя

течения, вызванного наличием такого элемента, в пограничном слое образуются продольные структуры, существующие в течение длительного времени, что приводит к развитию новых видов неустойчивости.

В данной работе изучается влияние распределенной шероховатости на переход к турбулентности в пограничном слое при числе Маха $M = 2$. Постановка задачи в основном аналогична использованной при моделировании ламинарно-турбулентного перехода на гладкой пластине. Отличие состоит в том, что на входной границе расчетной области (соответствующей числу Рейнольдса, определенному по толщине пограничного слоя: $Re = U_\infty \delta_0 / \nu_\infty = 500$) в основное течение не вносятся возмущения. Вместо этого на некотором расстоянии от входной границы поперек расчетной области помещается полоса шириной $100\delta_0$ со случайно распределенными элементами шероховатости. Форма элементов задана функцией $y = h \cos^2(\pi r / (2R))$, где r — расстояние до центра элемента в плоскости (x, z) . Радиус $\delta_0 \leq R \leq 10\delta_0$ и высота $\delta_0 \leq h \leq R$ элемента — случайные величины, принимающие значения в указанных диапазонах. Распределение шероховатости на поверхности пластины показано на рис. 8. Влияние элементов шероховатости на генерацию возмущений в пограничном слое обычно характеризуется безразмерным параметром $Re_{kk} = U_h h / \nu_h$ — числом Рейнольдса, вычисленным по высоте элемента шероховатости и значениям скорости и вязкости в ламинарном пограничном слое на этой высоте [34–37]. При указанных выше размерах элементов шероховатости значение Re_{kk} меняется в диапазоне $40 \div 5000$. В рассматриваемом случае звуковая линия в ламинарном пограничном слое расположена на высоте $y = 2,85\delta$, поэтому среди элементов шероховатости имеются как полностью погруженные в дозвуковую область пограничного слоя, так и выступающие в сверхзвуковую область.

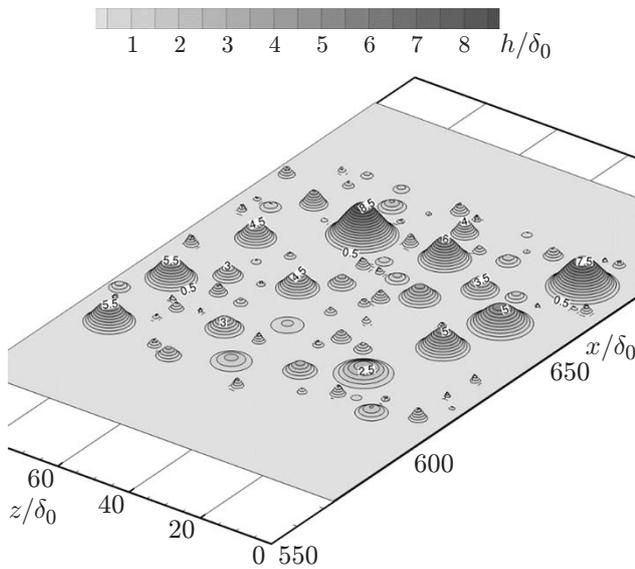


Рис. 8

Рис. 8. Случайное распределение шероховатости на поверхности пластины

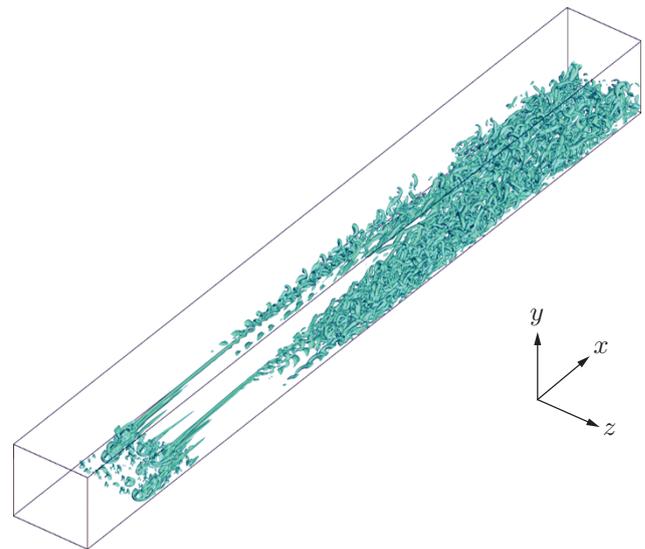


Рис. 9

Рис. 9. Изоповерхности, соответствующие Q-критерию, при переходе к турбулентности в сверхзвуковом ($M = 2$) пограничном слое, инициированной шероховатостью поверхности

Расчет выполнен в области с размерами $L_x = 1000\delta_0$, $L_y = 75\delta_0$, $L_z = 100\delta_0$ на согласованной с формой поверхности сетке, состоящей из $N_x \times N_y \times N_z = 1280 \times 200 \times 128 \approx 32,7 \cdot 10^6$ ячеек. Полученное в расчете мгновенное поле течения показано на рис. 9. Локальные возмущения поля течения вблизи элементов шероховатости проявляются в виде подковообразных стационарных возмущений, в то время как в следе за элементами шероховатости наблюдается образование продольных вихревых структур. Интенсивность образующихся вихрей зависит от размера элемента шероховатости. Наиболее существенное влияние на генерацию вихревых возмущений оказывают элементы высотой $h > 3\delta_0$, что соответствует значениям $Re_{kk} > 500$.

На рис. 10 показано течение вблизи крупного элемента шероховатости высотой $h \approx 8\delta_0$, за которым развивается вихревой след. Верхняя часть элемента выступает в сверхзвуковую область пограничного слоя, в результате чего перед его наветренной стороной возникает слабый скачок уплотнения, тогда как на подветренной стороне образуется веер волн разрежения. Интенсивность скачка при его распространении во внешнем течении быстро уменьшается вследствие взаимодействия с веером волн.

Непосредственно за скачком уплотнения на наветренной стороне элемента шероховатости появляется пятно высокого давления. При повышении давления происходит растекание газа вниз по склону и в боковых направлениях. Течение газа вниз по склону приводит к формированию рециркуляционной зоны вблизи подножия элемента. Вследствие взаимодействия с потоком, обтекающим расположенный вверх по течению элемент шероховатости меньшего размера, за элементом появляется вторичная рециркуляционная зона. Рециркуляционные зоны служат источниками нестационарных возмущений.

Вихревые структуры в следе за крупными элементами шероховатости ниже по потоку превращаются в интенсивные продольные вихри, приводящие к появлению больших градиентов параметров течения. Образовавшееся вторичное течение включает свободные

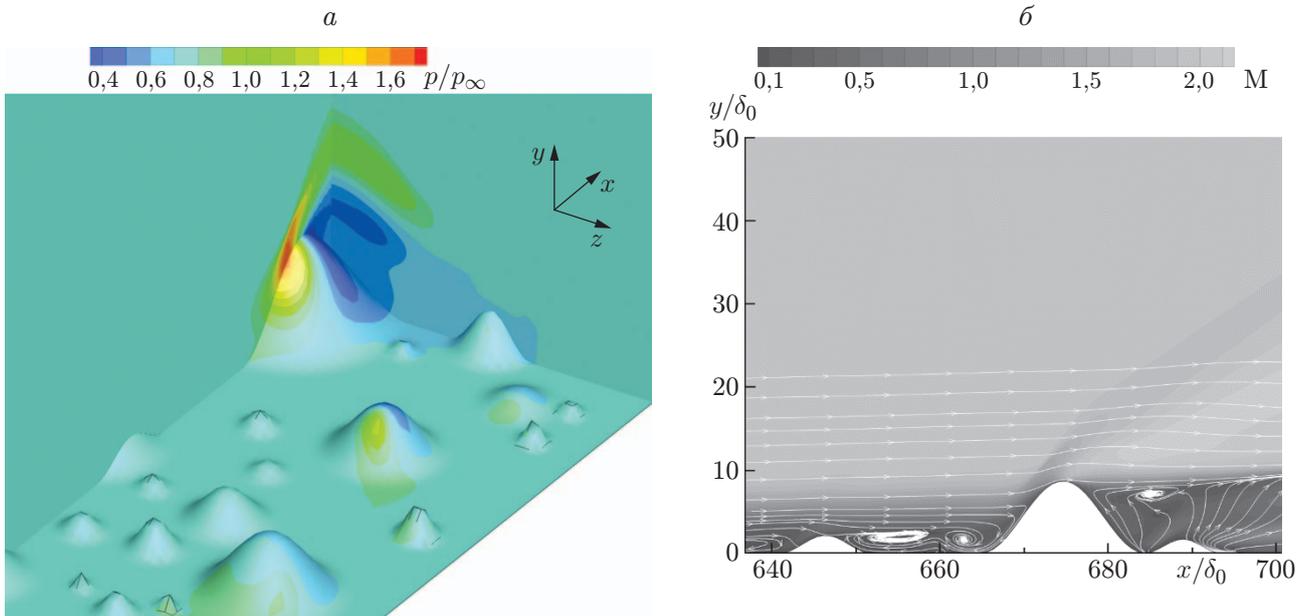


Рис. 10. Течение вблизи крупного элемента шероховатости:
 а — поле давления, б — поле локального числа Маха и линии тока

сдвиговые слои, подверженные действию невязкой неустойчивости. Нестационарные пульсации, появляющиеся в рециркуляционных зонах, могут служить источником неустойчивости в областях вихревого движения. На рис. 9 видно, что на некотором расстоянии вниз по потоку от полосы шероховатости в продольных вихрях медленно нарастают трехмерные возмущения. После того как их амплитуды достигают достаточно больших значений, происходит распад вихрей, которые к тому времени начинают взаимодействовать друг с другом. Это приводит к взрывному росту мелкомасштабных трехмерных пульсаций и ламинарно-турбулентному переходу.

Заключение. Выполнено прямое численное моделирование перехода к турбулентности в сверхзвуковом и гиперзвуковом пограничных слоях ($M = 2, 6$), включающее ранние линейные стадии, более поздние нелинейные стадии, распад ламинарного течения, стохастизацию и собственно переход.

При $M = 2$ реализован сценарий перехода, в соответствии с которым в результате нелинейной эволюции двух симметричных волн неустойчивости формируются удлиненные вихревые структуры и на некотором расстоянии происходит быстрый рост трехмерных мелкомасштабных пульсаций, а также переход к турбулентности. Определенное в расчетах положение точки перехода хорошо согласуется с положением этой точки, зафиксированным в эксперименте.

При $M = 6$ двумерные возмущения второй моды преобладают на ранних стадиях перехода и быстро растут. Влияние трехмерных возмущений проявляется в модуляции возмущенного поля основной второй моды и генерации трехмерных флуктуаций. При возбуждении пограничного слоя суперпозицией возмущений первой и второй мод неустойчивость развивается быстрее. Ниже по потоку трехмерные возмущения продолжают расти до тех пор, пока не произойдет переход. При $M = 6$ ламинарно-турбулентный переход происходит на значительно большем расстоянии от передней кромки, чем при $M = 2$.

Проведено прямое численное моделирование обтекания шероховатой поверхности в сверхзвуковом пограничном слое при $M = 2$. Наличие шероховатости вызывает возмущение среднего течения и возникновение нестационарных процессов в следе за элемен-

тами шероховатости. Вследствие наличия индуцированных градиентов скорости в следе образуются продольные вихревые структуры. Эволюция вихревых структур вниз по потоку сопровождается развитием неустойчивости сдвиговых слоев, что приводит к появлению нестационарных трехмерных пульсаций. Наиболее значительные возмущения вносятся элементами шероховатости высотой $h > 3\delta$, что соответствует $Re_{kk} > 500$. Ниже по потоку развитие пульсаций в продольных вихревых структурах и взаимодействие соседних вихрей приводят к ламинарно-турбулентному переходу.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Mack L. M.** Boundary-layer stability theory: JPL Rep. / Jet Propulsion Lab.; N 90-277-REV-A (NASA CR 131501). Pasadena, 1969.
2. **Гапонов С. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках / С. А. Гапонов, А. А. Маслов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
3. **Erlebacher G., Hussaini M. G.** Numerical experiments in supersonic boundary-layer stability // Phys. Fluids A. 1990. V. 1, N 1. P. 94–104.
4. **Adams N. A.** Direct numerical simulation of turbulent compression ramp flow // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 1998. V. 12. P. 109–129.
5. **Jiang G. S., Shu C.-W.** Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comput. Phys. 1996. V. 26. P. 202–228.
6. **Хайпер Э.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Э. Хайпер, С. Нерсетт, Г. Ваннер. М.: Мир, 1990.
7. **Кудрявцев А. Н., Поплавская Т. В., Хотяновский Д. В.** Применение схем высокого порядка точности при моделировании нестационарных сверхзвуковых течений // Мат. моделирование. 2007. Т. 19, № 7. С. 39–55.
8. **Laufer J., Vrebalovich T.** Stability and transition of a supersonic laminar boundary layer on an insulated plate // J. Fluid Mech. 1960. V. 9. P. 257–299.
9. **Kosinov A. D., Maslov A. A., Shevelkov S. G.** Experiments on the stability of supersonic laminar boundary layers // J. Fluid Mech. 1990. V. 219. P. 621–633.
10. **Kosinov A. D., Semionov N. V., Shevelkov S. G., Zinin O. I.** Experiments on instability of supersonic boundary layers // Nonlinear instability of nonparallel flows. Berlin; Heidelberg: Springer, 1994. P. 196–205.
11. **Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Семенов Н. В.** Характерные особенности слабонелинейного взаимодействия волн неустойчивости в сверхзвуковом пограничном слое // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 3–13.
12. **Thumm A., Wolz W., Fasel H.** Numerical simulation of spatially growing three-dimensional disturbance waves incompressible boundary layers // Laminar-turbulent transition. Berlin; Heidelberg: Springer, 1993. P. 303–308.
13. **Mayer C. S. J., Wernz S., Fasel H. F.** Investigation of oblique breakdown in a supersonic boundary layer using DNS. Reno, 2007. (Paper / AIAA; N 2007-0949).
14. **Sandham N. D., Adams N. A.** Numerical simulation of boundary-layer transition at Mach two // Appl. Sci. Res. 1993. V. 51. P. 371–375.
15. **Sandham N. D., Adams N. A., Kleiser L.** Direct simulation of breakdown to turbulence following oblique instability waves in a supersonic boundary layer // Appl. Sci. Res. 1995. V. 54. P. 223–234.
16. **Mayer C. S. J., Wernz S., Fasel H. F.** Numerical investigation of the nonlinear transition regime in a Mach 2 boundary layer // J. Fluid Mech. 2011. V. 668. P. 113–149.
17. **Mayer C. S. J., von Terzi D. A., Fasel H. F.** Direct numerical simulation of investigation of complete transition to turbulence via oblique breakdown at Mach 3 // J. Fluid Mech. 2011. V. 674. P. 5–42.

18. **Кудрявцев А. Н., Хотяновский Д. В.** Прямое численное моделирование перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 5. С. 581–590.
19. **Лапин Ю. В.** Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
20. **Pruett C. D., Zang T. A., Chang C.-L., Carpenter M. H.** Spatial direct numerical simulation of high-speed boundary-layer flows. Pt 1. Algorithmic considerations and validation // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 1995. V. 7. P. 49–76.
21. **Adams N. A., Kleiser L.** Subharmonic transition to turbulence in a flat-plate boundary layer at Mach number 4.5 // J. Fluid Mech. 1996. V. 317. P. 301–335.
22. **Maslov A., Bountin D., Shplyuk A., et al.** Experimental study of compressible boundary layer on a cone at angles of attack // Acta Mech. Sinica. 2009. V. 25, N 3. P. 325–333.
23. **Maslov A. A., Shplyuk A. N., Sidorenko A. A., Arnal D.** Leading-edge receptivity of a hypersonic boundary layer on a flat plate // J. Fluid Mech. 2001. V. 426. P. 73–94.
24. **Ma Y., Zhong X.** Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Pt 1. Wave structures and interactions // J. Fluid Mech. 2003. V. 488. P. 31–78.
25. **Ma Y., Zhong X.** Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Pt 2. Receptivity to free-stream sound // J. Fluid Mech. 2003. V. 488. P. 79–121.
26. **Fedorov A., Soudakov V., Egorov I., et al.** High-speed boundary-layer stability on a cone with localized wall heating or cooling // AIAA J. 2015. V. 53, N 9. P. 2512–2524.
27. **Shplyuk A., Maslov A., Burov E., Malmuth N.** Stabilization of a hypersonic boundary layer using an ultrasonically absorptive coating // J. Fluid Mech. 2003. V. 479. P. 99–124.
28. **Egorov I. V., Fedorov A. V., Soudakov V. G.** Receptivity of a hypersonic boundary layer over a flat plate with a porous coating // J. Fluid Mech. 2008. V. 601. P. 165–187.
29. **Maslov A. A., Fedorov A. V., Bountin D. A., et al.** Experimental study of disturbances in transitional and turbulent hypersonic boundary layers // AIAA J. 2008. V. 46, N 7. P. 1880–1883.
30. **Егоров И. В., Судаков В. Г., Федоров А. В.** Численное моделирование распространения возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 6. С. 33–44.
31. **Egorov I. V., Fedorov A. V., Soudakov V. G.** Direct numerical simulation of disturbances generated by periodic suction-blowing in a hypersonic boundary layer // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 2006. V. 20. P. 41–54.
32. **Хотяновский Д. В., Кудрявцев А. Н.** Численное моделирование развития неустойчивых возмущений различных мод и начальных стадий ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое при числе Маха потока $M = 6$ // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 6. С. 843–852.
33. **Lesieur M.** Large-eddy simulations of turbulence / M. Lesieur, O. Metais, P. Comte. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005.
34. **Schneider S. P.** Effects of roughness on hypersonic boundary-layer transition // J. Spacecraft Rockets. 2008. V. 45, N 2. P. 193–209.
35. **Wheaton B. M., Schneider S. P.** Roughness-induced instability in a hypersonic laminar boundary layer // AIAA J. 2012. V. 50, N 6. P. 1245–1256.
36. **Choudhari M., Norris A., Li F., et al.** Wake instabilities behind discrete roughness elements in high speed boundary layers. Grapevine, 2013. (Paper / AIAA; N 2013-0081).
37. **Kurz H. B. E., Kloker M. J.** Mechanisms of flow tripping by discrete roughness elements in a swept-wing boundary layer // J. Fluid Mech. 2016. V. 796. P. 158–194.