

КОНТРАКЦИЯ СИЛЬНО НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЫ С ТОКОМ

В. М. Атражеев, И. Т. Якубов

(Москва)

Контрагированным называется такое неоднородное состояние плазмы, когда она отрывается от стенок и сосредотачивается в более или менее узком слое, через который протекает ток. Контракция есть результат развития неустойчивости исходного однородного состояния и может быть связана с существованием участка вольт-амперной характеристики с отрицательной дифференциальной проводимостью. Это явление известно в физике полупроводников, где изучены различные механизмы неустойчивостей, приводящих к контракции [1]. В низкотемпературной плазме хорошо известна тепловая контракция, связанная с перегретой неустойчивостью электронного газа [2-4]. В данной работе изучается сильно неравновесная плазма, в которой контракция может возникать в результате появления диспропорции в балансе числа электронов, т. е. иметь рекомбинационно-ионизационный характер.

Ниже рассмотрено однородное состояние неравновесной слабоионизованной плазмы с концентрацией заряженных частиц $n_e \approx 10^{11} - 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (температура электронов T — порядка нескольких тысяч градусов, газ — холодный). Неравновесность обусловлена выходом излучения за пределы объема плазмы. Такое состояние исследуется на неустойчивость, которая была замечена в [5], но не изучена. Вследствие этой неустойчивости плазма может перейти в неоднородное (контрагированное) состояние, которое рассмотрено при условиях, когда джоулев нагрев электронов компенсируется потерями при упругих столкновениях с атомами газа. В формировании границы, разделяющей плазму с током и бестоковую область, основную роль играет диффузия зарядов. Наряду с нею учитывается электронная теплопроводность. Более сложными являются условия, в которых существенны также радиационные потери энергии и наряду с ионизационной неустойчивостью возможен перегрев. Они коротко обсуждаются в конце работы.

1. Однородное состояние сильно неравновесной плазмы. Рассмотрим слабоионизованную однородную плазму в электрическом поле $\vec{\mathcal{E}}$, в которой температура электронов T значительно превосходит температуру атомов и ионов T_a . Электроны нагреваются током и теряют энергию при упругих столкновениях с атомами, а также на излучение. Баланс энергии электронов —

$$\sigma \mathcal{E}^2 = W_{el} + W_R.$$

Здесь $\sigma = \frac{n_e e^2}{m\nu}$ — коэффициент электропроводности $W_{el} = \frac{2m}{M} n_e \nu T$ — потери при упругих столкновениях, n_e — концентрация электронов, m и M — соответственно массы электрона и атома, ν — частота упругих столкновений электрон-атом, W_R — потери энергии на излучение, главным образом в спектральных линиях атомов. Будем считать, что столкновения с ионами несущественны.

При достаточно высокой n_e ее величина определяется уравнением Саха с температурой T . Такую плазму часто называют «двухтемпературной». Однако, благодаря интенсивному высвечиванию, населенности атомных уровней могут стать значительно меньшими больцмановских, а n_e — меньше величины, определяемой уравнением Саха. Возникает недвух-

температурная сильно неравновесная плазма [6]. Рассмотрим ее состояние.

Для определения n_e и населенностей атомных уровней n_k запишем уравнения баланса частиц на этих уровнях. Относительная интенсивность высвечивания резко падает с ростом номера уровня k . Обычно достаточно учесть высвечивание лишь первых возбужденных состояний $k=2, 3$ ($k=1$ — основное состояние). Так что, преодолев интервалы $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3$, связанный электрон движется (диффундирует) в пространстве энергии лишь в результате столкновений. Уравнения баланса запишем в виде выражений для потока электронов j_e в пространстве уровней атома [7]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} j_e &= n_1 n_e \omega_{12} - n_2 n_e \omega_{21} - n_2 A_{21}; \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} = j_e, \\ j_e &= n_2 n_e \omega_{23} - n_3 n_e \omega_{32} - n_3 A_{32}, \\ j_e &= n_3 n_e \omega_{3e} - n_e^3 \omega_{e3}, \end{aligned}$$

где n_1, n_2, n_3 — концентрации атомов, $n_e \omega_{k, k+1}$ — частоты неупругих столкновений с электронами с переходом $k \rightarrow k \pm 1$. Здесь учтены лишь переходы между соседними уровнями как наиболее сильные. $A_{k, k-1}$ — вероятность высвечивания с учетом возможной реабсорбции [6].

Реально $\omega_{k, k+1}$ и $A_{k, k-1}$ несколько более сложные величины, которые определены в [7]. Там же более подробно обсуждается кинетика ударно-радиационной рекомбинации и ионизации, в том числе и некоторые из сделанных здесь предположений. Показано, что

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \omega_{12} &= \frac{4 \sqrt{2\pi} e^4 \Lambda_1}{\sqrt{mT} (E_1 - E_2)} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{T}\right), \\ \omega_{23} &= \frac{4 \sqrt{2\pi} \Lambda e^4 E_1}{\sqrt{mT} (E_1 - E_3) (E_2 - E_3)} \exp\left(-\frac{E_2 - E_3}{T}\right), \end{aligned}$$

где E_k — энергии уровней, отсчитываемые от континуума (так, что E_1 — энергия ионизации), Λ_1 и Λ — константы, $\omega_{k+1, k}$ и $\omega_{k, k+1}$, равно, как ω_{e3} и ω_{3e}^1 , связаны соотношением

$$\begin{aligned} \omega_{k+1, k} &= \omega_{k, k+1} \frac{K_{k+1}}{K_k}; \quad \omega_{3e} = \omega_{e3} K_3; \\ K_k &= \frac{2\Sigma_i (2\pi mT)^{3/2}}{g_k \hbar^3} \exp(-E_k) T, \end{aligned}$$

Σ_i — статистическая сумма иона, g_k — статистический вес уровня K .

В стационарном состоянии высвечивание компенсируется возбуждением и ионизацией, и величина $j_e = 0$. Из (1.1) имеем

$$(1.3) \quad \begin{aligned} n_1 &= \frac{n_e^2}{K_1} \left(1 + \frac{p_2}{n_e}\right) \left(1 + \frac{p_3}{n_e}\right); \quad n_2 = \frac{n_e^2}{K_2} \left(1 + \frac{p_3}{n_e}\right); \\ n_3 &= n_e^2 / K_3, \end{aligned}$$

где $p_2 = A_{21}/\omega_{21}$, $p_3 = A_{32}/\omega_{32}$ — величины, характеризующие высвечивание. Если $p_2, p_3 \gg n_e$ — стационарная плазма сильно неравновесна. Такова, например, $\text{Ar} + \text{Cs}$ — плазма при $T = 2000^\circ \text{K}$; $n_e = 10^{12} \text{ см}^{-3}$; $n_{\text{Cs}} = 10^{15} \text{ см}^{-3}$; $n_{\text{Ar}} = 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

¹ ω_{e3} близок к коэффициенту рекомбинации в диффузионном приближении [8]:

$$\omega_{e3} \approx 4 \sqrt{2\pi} e^{10} \bar{\Lambda} (9 \sqrt{m})^{-1} T^{-9/2}.$$

Существенно, что, если n_e мала, то межэлектронные столкновения не могут поддержать максвелловское распределение при больших энергиях. Поэтому для ω_{12} вводится множитель F_1 [7]

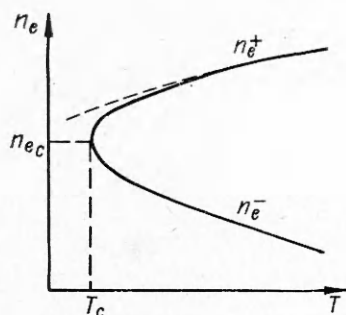
$$F_1 \simeq \frac{1}{1+c}, \quad c = \frac{n_1 \omega_{12}}{n_e \omega_{ee}} = \frac{2n_1}{n} \frac{T}{E_1 - E_2} \frac{\Lambda_1}{\lambda},$$

где λ — «кулоновский» логарифм. Отклонение от максвелловского распределения чрезвычайно сильно ослабляет канал прямой ионизации. Поэтому она не учитывается.

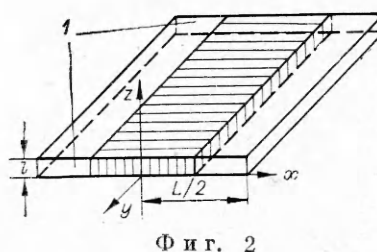
Полное число тяжелых частиц $n = n_1 + n_e$ задано. Если $n_e \ll n$, то $n \simeq n_1$ и для n_e имеем из (1.3) уравнение

$$(1.4) \quad n_e^3 + n_e^2 (p_2 + p_3) + n_e \left(p_2 p_3 + p_2 \frac{\omega_{12}}{\omega_{ee}} n - n K_1 \right) + p_2 p_3 \frac{\omega_{12}}{\omega_{e1}} n = 0.$$

Если $n K_1 > p_2 p_3 + p_2 \frac{\omega_{12}}{\omega_{ee}} n$, то (1.4) имеет два положительных корня — n_e^+ и n_e^- (фиг. 1). Следовательно, при заданной T возможно существование двух однородных, стационарных состояний: n_e^+ соответствует плазме,



Фиг. 1



Фиг. 2

сравнительно близкой к равновесию, и при больших значениях переходит в формулу Саха $n_e^+ \simeq \sqrt{n K_1}$; n_e^- соответствует сильно неравновесной плазме. Когда n_e^- мало, существенен выход излучения в обеих линиях и отклонение от максвелловского распределения

$$(1.5) \quad n_e^- \simeq \frac{1}{K_1} p_2 p_3 \frac{\omega_{12}}{\omega_{ee}}.$$

При $T < T_c$ (см. фиг. 1) однородное состояние не реализуется.

2. Неустойчивость и контракция сильно неравновесной плазмы с током. Упругие потери. Обычно обсуждаемая тепловая контракция плазмы с током имеет место в случае неоднородной зависимости T от греющего поля \mathcal{E} , возникающей в балансе энергий [4]. Фиксированному значению \mathcal{E} соответствуют два однородных состояния с различными температурами T . Одно из них обычно неустойчиво вследствие диспропорции между джоулевым нагревом и потерями энергии электронов. При попытке реализовать это состояние плазма контрагирует [1,4]. Этот механизм в данном разделе рассматриваться не будет. Уравнение баланса энергии с упругими потерями W_{el} , в которые входит постоянная частота столкновений ν , устойчиво относительно перегрева. Оно дает однозначную связь T с \mathcal{E}

$$(2.1) \quad T = \frac{M_e c^2}{2m^2 \nu^2} \mathcal{E}^2.$$

Однако, выше было показано, что зависимость $n_e(T)$ не является однозначной, поэтому значению поля \mathcal{E} соответствуют два однородных состояния с различными n_e . Для выделения реально осуществимого однородного состояния необходимо исследовать решения n_e^+ , n_e^- на устойчивость относительно малых флуктуаций плотности электронов $\delta_e(t) = \delta_e e^{\gamma t}$ при фиксированном поле $\vec{\mathcal{E}}$. Линеаризуя систему (1.1), получаем

$$(2.2) \quad \delta j_{\mathcal{E}} = -\frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \frac{\delta_e}{\tau}; \quad \gamma = -\frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \frac{1}{\tau},$$

где $\tilde{n}_e = dn_e(T)/dT$ — производная по температуре от однородной плотности фона (фиг. 1), τ — характерное время рекомбинации, при этом

$$\tau = \frac{K_1}{n_e^2 \omega_{12} F_1 (1 + p_2/n_e) (1 + p_3/n_e)} + \frac{K_2}{\omega_2 (1 + p_3/n_e) n_e^2} + \frac{K_5}{\omega_3 n_e^2}.$$

Из (2.1) следует, что сильно неравновесное однородное состояние при $n_e < n_{e_c}$; $\tilde{n}_e < 0$ (см. фиг. 1) неустойчиво. В сильно неравновесной плазме $\tilde{n}_e^- = -n_e^- E_1/T^2$ (2.2), поэтому время развития неустойчивости близко к τ . Плазма либо перейдет в состояние с повышенной n_e , т. е. в n_e^+ , либо распадется. Как указывалось выше, наличие неустойчивых однородных состояний приводит к появлению падающего участка вольт-амперной характеристики $\vec{j} \vec{\mathcal{E}}$. Действительно, вид зависимости $\vec{j} = e^2 n_e(T) \times \vec{\mathcal{E}}/mv$, где T соответствует (2.1), близок по форме к $n_e(T)$ (см. фиг. 1), т. е. имеет S-образный характер.

Возможны однако условия, когда однородные флуктуации развиваться не могут. Если за счет большого сопротивления внешней цепи поддерживается постоянный полный ток I , то могут развиваться лишь неоднородные флуктуации [1]. При исследовании неоднородных флуктуаций $\delta(\vec{r}t) = \delta_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} + \gamma t)$ в системе (1.1) следует учесть амбиполярную диффузию и дополнить ее соотношениями

$$(2.3) \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} = j_{\mathcal{E}}(n_e T) + D_a \nabla^2 n_e,$$

$$(2.4) \quad \sigma(n_e) \mathcal{E}^2 - W_{el}(n_e, T) = E_1 j_{\mathcal{E}}(n_e T) - \nabla(\lambda_e \nabla T),$$

$$(2.5) \quad \vec{j} = \sigma(n_e) \vec{\mathcal{E}}, \quad \text{div } \vec{j} = 0, \quad \text{rot } \vec{\mathcal{E}} = 0.$$

Здесь $\lambda_e = n_e T/mv$ — коэффициент электродной теплопроводности. Линеаризуя (1.1), (2.3) — (2.5) относительно малых неоднородных возмущений δ_e , δ_T , $\delta \vec{\mathcal{E}}$, $\delta j_{\mathcal{E}}$ и принимая во внимание только экспоненциальные зависимости от T , получим

$$(2.6) \quad \delta j_{\mathcal{E}} = -\frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \frac{\delta_e}{\tau} + \frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \delta_T,$$

$$\delta j_{\mathcal{E}} = \delta_e (\gamma + D_a k^2),$$

$$2\sigma \vec{\mathcal{E}} \delta \vec{\mathcal{E}} + \left(\mathcal{E}^2 \frac{\partial \sigma}{\partial n_e} - \frac{\partial W_{el}}{\partial n_e} \right) \delta_e - E_1 \delta j_{\mathcal{E}} - \left(\frac{\partial W_{el}}{\partial T} + k^2 \lambda_e \right) \delta_T = 0,$$

$$\delta \vec{\mathcal{E}} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial n_e} (\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{k}) \frac{\vec{k}}{k^2} \delta_e.$$

Условие нетривиальности системы (2.6) дает дисперсионное уравнение,

Запишем его, направляя ось y по полю $\vec{\mathcal{E}}$

$$(2.7) \quad \gamma = -\frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \frac{1}{\tau} \left[2 \frac{T \tilde{n}_e}{\tau_{el}} \frac{k_y^2}{k^2} + \frac{n_e}{\tau_{el}} + \lambda_e k^2 \right] \left[\frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau} + \frac{n_e}{\tau_{el}} + \lambda_e k^2 \right]^{-1} - D_a k^2,$$

где $\tau_{el} = [2mv/M]^{-1}$ — время релаксации T при упругих столкновениях. Максимальный инкремент имеют возмущения с $k_y = 0$, приводящие к расщеплению плазмы поперек тока. О них в дальнейшем и пойдет речь. Флуктуации, размером меньшим, чем

$$(2.8) \quad L_D = \pi \left(\frac{T^2}{E_1} \frac{|\tilde{n}_e|}{n_e} \tau D_a \right)^{1/2} \simeq \pi (\tau D_a)^{1/2},$$

затухают даже, если $\tilde{n}_e < 0$. Они рассасываются диффузией за время, меньшее времени ионизации — рекомбинации τ . При $n_e^- \rightarrow n_{ec}$, $|\tilde{n}_e^-| \rightarrow \infty$ и размер L_D неограниченно возрастает. При $n_e \geq n_{ec}$ затухают флуктуации любого размера.

Если размер системы больше L_D и $n_e < n_{ec}$, то плазма в результате развития неустойчивости может перейти в стационарное неоднородное состояние. Рассмотрим простую геометрию, предложенную в [4], когда объем V имеет форму длинного тонкого плоского слоя (фиг. 2) с размерами $l < L_D, L > L_D$. Возникающие стационарные неоднородные распределения n_e и T будут описываться системой уравнений¹ (2.3), (2.4) с $\frac{\partial n_e}{\partial t} = 0$. Интересующие нас решения имеют вид устойчивого шнура тока, отделенного от бестоковой зоны узким фронтом, внутри которого n_e и T постоянны. Из (2.7) следует, что теплопроводность не может сформировать устойчивый фронт, так как не стабилизирует неустойчивость, вызванную диспропорцией в балансе частиц. Однако совместное решение (2.3) и (2.4) затруднительно, поэтому ниже рассмотрены предельные случаи очень сильной и очень слабой теплопроводности.

Размер фронта L_Φ близок к длине волны критической флуктуации, волновой вектор которой k_c определяется уравнением $\gamma = 0$ [9]

$$(2.9) \quad \frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \frac{1}{\tau} \left[\frac{n_e}{\tau_{el}} + \lambda_e k_c^2 \right] \left[\frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau} + \frac{n_e}{\tau_{el}} + \lambda_e k_c^2 \right]^{-1} + D_a k_c^2 = 0.$$

Его решение можно выписать. Однако видно, что если выполняется неравенство

$$(2.10) \quad \frac{n_e}{E_1 |\tilde{n}_e|} \frac{\lambda_e}{n_e D_a} \simeq \frac{D_e}{D_a} \left(\frac{T}{E_1} \right)^2 \gg 1,$$

где D_e — коэффициент электронной диффузии, то ширина фронта L_Φ равна L_D (2.8), а (2.10) принимает вид $\lambda_e k_c^2 \gg \frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau}$. Выражение (2.8) для L_Φ можно получить, с самого начала пренебрегая флуктуациями температуры. Таким образом, неравенство (2.10) соответствует плазме с упругими потерями в объеме и сильной теплопроводностью, сглаживающей температуру. Неоднородность T могла бы возникнуть во фронте лишь из-за появления в (2.4) потерь $E_1 j_e$. Время ее развития — $\frac{T^2}{E_1^2} \tau$,

¹ Подобно [4] будем пренебрегать потерями на стенках, учитывая только объемные процессы.

и она сглаживается теплопроводностью на большой длине порядка

$$L_T \approx \left(\frac{\lambda_e \tau}{n_e} \frac{T^2}{E_1^2} \right)^{1/2} \approx \left(D_e \tau \frac{T^2}{E_1^2} \right)^{1/2} \gg L_D.$$

Следовательно, температура T_0 в шнуре и во фронте однородна и, согласно (2.1),

$$T_0 = \frac{M e^2}{2 m^2 v^2} \bar{\mathcal{E}}^2.$$

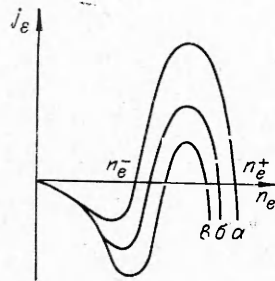
Рассмотрим решение, контрагированное по оси x (фиг. 2). Оно описывается уравнением

$$(2.11) \quad D_e \frac{d^2 n_e}{dx^2} + j_\varepsilon(n_e, T_0) = 0$$

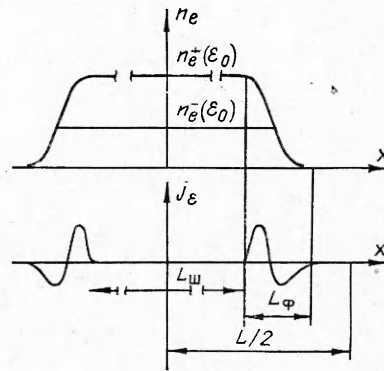
при $y = \pm L/2$ (поток электронов через границу равен нулю). Зависимость

$$(2.12) \quad j_\varepsilon = \frac{n_e}{\tau} \left[\frac{K_1 n}{n_e^2 (1 + p_2/n_e \cdot F_1) (1 + p_3/n_e)} - 1 \right]$$

следует из (1.1) и изображена на фиг. 3. Характерный вид исследуемого решения (фиг. 4) — однородный слой с $n_e > n_{ec}$, окруженный областью, где n_e близко к нулю. Используя метод фазовых траекторий [9], можно



Фиг. 3



Фиг. 4

показать, что такое решение существует при определенном значении температуры, удовлетворяющем условию¹: $\int_0^{n_e^+(T_0)} j_\varepsilon(n_e^1, T_0) dn_e^1 = 0$.

Уменьшая ток I , например путем увеличения сопротивления внешней цепи, можно попытаться реализовать однородное состояние с плотностью тока $j < j_c$ (фиг. 5). Тогда при токе $I = j_c \cdot S$, где S — площадь поверхности электродов, плазма перейдет в контрагированное состояние с плотностью тока в шнуре $j_{ш} = \sigma [n_e^+(E_0)] \cdot \bar{\mathcal{E}}_0$ и напряженностью поля $\mathcal{E}_0 = \sqrt{2T_0 m^2 v^2 / (M^2)}$. Размер шнура $L_{ш}$ определяется током $I = j_{ш} \cdot S \cdot L_{ш} / L$ и уменьшается при уменьшении I . Ширина переходной области порядка

¹ Оно следует из (2.1) и граничного условия к нему $\int_0^{n_e^+(T_0)} j_\varepsilon(n_e^1, T_0) dn_e^1 =$
 $= \frac{1}{2} D_e \times \left. \left(\frac{dn_e}{dx} \right)^2 \right|_{-L/2}^{+L/2} = 0.$

L_D . Остальные решения этого типа (например чередующиеся слои) являются неустойчивыми [9].

Для Ag-плазмы был проведен расчет в условиях, когда $n=10^{18}$ см $^{-3}$, $T_a=300^\circ\text{K}$, $l=0,2$ см. Влияние неравновесности начинает сказываться при $n_e \leq 10^{14}$ см $^{-3}$; величина T_c (фиг. 1) близка к 7000°K . В этих условиях контракций соответствует поле $\mathcal{E}_0 \approx 0,5$ В/см.

Рассмотрим теперь противоположный случай слабой теплопроводности, когда

$$(2.13) \quad \frac{n_e}{E_1 |\tilde{n}_e|} \frac{\lambda_e}{D_a n_e} \ll 1.$$

Тогда из (2.9) приходим к выражению

$$(2.14) \quad L = \pi \sqrt{\frac{T^2}{E_1} \frac{|\tilde{n}_e|}{n_e} \tau D_a \left(1 + \frac{E_1^2}{T^2} \frac{\tau_{el}}{\tau} \right)}.$$

Само условие (2.13) принимает вид $\lambda_e k_c^2 \ll \frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau} \left(1 + \frac{E_1^2}{T^2} \frac{\tau_{el}}{\tau} \right)^{-1}$, где

$\frac{T^2}{E_1^2} \tau \left[1 + \frac{E_1^2}{T^2} \frac{\tau_{el}}{\tau} \right]$ — время развития неоднородности температуры. Флуктуация температуры будет сглаживаться теплопроводностью, если размер ее не превышает малую величину:

$$L_{\lambda}^{-1} = \pi \sqrt{\frac{T^2}{E_1} \frac{\tau \lambda_e}{n_e} \left(1 + \frac{E_1^2}{T^2} \frac{\tau_{el}}{\tau} \right)} \ll L_c.$$

Следовательно, теплопроводность не воздействует на неоднородности температуры размером L_c и более. Членом $\frac{d}{dx} \left(\lambda_e \frac{dT}{dx} \right)$ в (2.4) пренебрегаем. Распределение T во фронте зависит от соотношения двух видов потерь — упругих и неупругих:

$$(2.15) \quad T = T_0 \left(1 - \frac{E_1}{T_0} \frac{\tau_{el}}{n_e} j_\varepsilon(n_e, T) \right).$$

Имея в виду грубую оценку для $|j_\varepsilon| \approx \frac{n_e}{\tau}$, из (2.14) и (2.15) можно заключить, что если время ионизации велико $E_1 \tau_{el} \ll T_0 \tau$, то возвращаемся к уже рассмотренному изотермическому случаю. Упругие потери энергии выравнивают слабые неоднородности, обусловленные ионизацией—рекомбинацией. И наоборот, если $E_1 \tau_{el} \gg T_0 \tau$, то распределение T во фронте может быть существенно неоднородным. В последнем случае необходимо решать систему (2.3), (2.15), поскольку влиянием изменения температуры на $j_\varepsilon(n_e, T)$ нельзя пренебречь. Поле \mathcal{E}_0 , при котором происходит контракция, определяется условием

$$(2.16) \quad \int_0^{n_e^+(\mathcal{E}_0)} j_\varepsilon(n_e^1, T(n_e^1, \mathcal{E}_0)) dn_e^1 = 0,$$

где зависимость $T(n_e, \mathcal{E})$ находится из (2.15). Для грубой оценки \mathcal{E}_0 воспользуемся следующим. Неравенство $E_1 \tau_{el} \gg T_0 \tau$ позволяет пренебречь упругими потерями энергии. Это дает для j_ε приближенное выражение $j_\varepsilon(n_e, T) \approx \frac{T_0}{E_1} \frac{n_e}{\tau_{el}}$. Оно, однако, несправедливо в окрестностях нулей функции j_ε . Положение последних задается выражением в квад-

ратных скобках уравнения (2.12) при температуре равной T_0 . Таким образом, во всей области изменения параметров j_e неплохо описывается выражением

$$(2.17) \quad j_e \approx \frac{T_0}{E_1} \frac{n_e}{\tau_{el}} f(n_e, T_0),$$

где $f(n_e, T_0)$ — функция, обращающаяся в нуль в точках $n_e^+(T_0)$ и $n_e^-(T_0)$ и равная -1 при $n_e < n_e^-(T_0)$ и $+1$ при $n_e^-(T_0) < n_e < n_e^+(T_0)$. Использование (2.17) в (2.16) сильно упрощает задачу. При этом условие (2.16) принимает вид:

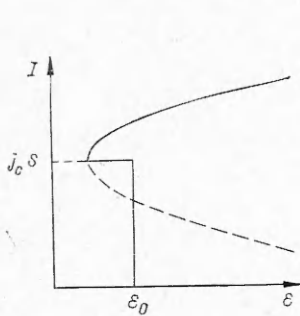
$$\int_0^{n_e^+(\mathcal{E}_0)} n_e^1 f(n_e^1, \mathcal{E}_0) dn_e^1 = 0,$$

откуда следует уравнение для оценки \mathcal{E}_0 : $n_e^+(\mathcal{E}_0) = \sqrt{2} n_e^-(\mathcal{E}_0)$. Полученная вследствие учета изменения температуры «перенормировка» j_e (2.17) приводит к изменению времени развития ионизационных флуктуаций $\tau \rightarrow \frac{E_1^2}{T_0^2} \tau_{el}$. Это сказывается на размере фронта

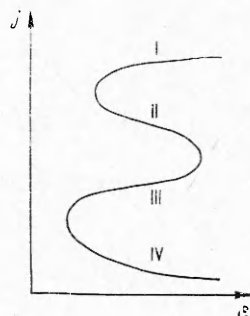
$$L_c = \pi \left(\frac{E_1 |\tilde{n}_e|}{n_e} \tau_{el} D_a \right)^{1/2} \approx \left(\frac{E_1^2}{T_0^2} \tau_{el} \cdot D_a \right)^{1/2} \cdot \pi,$$

что соответствует (2.14) при $\frac{E_1^2}{T_0^2} \frac{\tau_{el}}{\tau} \gg 1$.

3. Контракция плазмы с током. Упругие и радиационные потери. Известно, что радиационные потери энергии W_e приводят к перегревной



Ф и г. 5



Ф и г. 6

неустойчивости [4]. Поэтому неравновесная плазма с током с учетом упругих и радиационных потерь будет подвержена двум видам неустойчивости — ионизационной и перегревной.

Согласно общим соображениям [9], неустойчивость однородной плазмы с током должна проявляться в существовании участков вольт-амперной характеристики с отрицательной дифференциальной проводимостью. Подобная характеристика представлена на фиг.6. Участок I соответствует сильной ионизации; зависимость $n_e(T)$ дается формулой Саха;

в балансе энергий преобладают упругие потери. На участке II плотность электронов еще высока и влияние неравновесности незначительно. В балансе энергий преобладают радиационные потери, что дает радиационный перегрев [4]. На участке III также значительны радиационные потери, но здесь плазма сильно неравновесна, что приводит к стабилизации. Такова, например, плазма, содержащая 10^{15} см $^{-3}$ атомов Cs и 10^{18} см $^{-3}$ атомов Ag при $T=2000^\circ\text{K}$. Плотность электронов в ней примерно 10^{12} см $^{-3}$. Наконец, на участке IV радиационные потери становятся малы (малы n_k), т. е. реализуется сильно неравновесная плазма с потерями W_{el} , которая ионизационно неустойчива.

Запишем декремент затухания малых возмущений для случая, когда $W_R \gg W_{el}$, а главный вклад в W_R дают переходы $2 \rightarrow 1$ $W_R = (E_1 - E_2) n_2 A_{21}^*$ (что свойственно для плазмы щелочных металлов):

$$\begin{aligned} \gamma = & -\frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{\tilde{n}_e} \frac{1}{\tau} \left[n_e \frac{d}{dT} \left(\frac{W_R}{n_e} \right) + 2 \frac{k_y^2}{k^2} \frac{W_R}{n_e} \tilde{n}_e + k^2 \lambda_e \right] \times \\ & \times \left[\frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau} + \frac{(E_1 - E_2)^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau_2^R} \left(1 - \frac{K_1}{\omega_{12} n_e^2 \tau} \cdot \frac{E_1}{E_1 - E_2} \right) \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{F_1 (1 + p_2/n_e) (1 + p_3/n_e)} + k^2 \lambda_e \right]^{-1} - D_\sigma k^2 \end{aligned}$$

где $\tau_2^R = \frac{n_e}{n_2 A_{21}^*}$ — время, характеризующее высвечивание второго уровня.

Признаком перегретой неустойчивости является отрицательный знак производной $\frac{d}{dT} \left(\frac{W_R}{\sigma} \right)$ [9]. Вдоль тока ($k_y = k$) перегретая неустойчивость будет стабилизироваться членом $2 \frac{\tilde{n}_e}{n_e} W_R \frac{k_y^2}{k^2}$, поэтому будем говорить лишь о поперечных флуктуациях с $k_y = 0$.

На участке II, где плазма является двухтемпературной, имеем

$$\begin{aligned} (3.1) \quad \gamma = & \frac{E_1}{T^2} \frac{n_e}{|\tilde{n}_e|} \frac{1}{\tau} \left[\frac{n_e}{\tau_2^R} \frac{(2E_2 - E_1)(E_1 - E_2)}{2T^2} - k^2 \lambda_e \right] \times \\ & \times \left[\frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau} + \frac{n_e}{\tau_2^R} \frac{(E_1 - E_2)^2}{T^2} \left(1 - \frac{K_1}{\omega_{12} \tau n_e^2} \cdot \frac{E_1}{E_1 - E_2} \right) + k^2 \lambda_e \right]^{-1} - \\ & - D_\sigma k^2. \end{aligned}$$

Фронт контрагированного состояния, возникающего при $2E_2 > E_1$, в случае перегрева [4], может формироваться электронной теплопроводностью и иметь величину порядка

$$L\lambda = \pi \left[\frac{\tau_2^R \lambda_e}{n_e} \frac{2T^2}{(2E_2 - E_1)(E_1 - E_2)} \right]^{1/2}.$$

Однако из (3.1) видно, что если $L\lambda \ll L_D$, то фронт формируется диффузией. Его ширина равна

$$L_c = \pi \left[\frac{T^2}{E_1} \frac{|\tilde{n}_e|}{n_e} D_\sigma \tau \frac{2(E_1 - E_2)}{2E_2 - E_1} \left(1 + \frac{E_1^2}{(E_1 - E_2)^2} \frac{\tau_2^R}{\tau} \right) \right]^{1/2}$$

и при $\tau \gg \tau_2^{R1}$ близка к L_D .

На участке III, где $\tilde{n}_e < 0$ и $\frac{d}{dT} \left(\frac{W_R}{\sigma} \right) < 0$, для γ получаем:

$$\begin{aligned} \gamma = & \frac{n_e}{|\tilde{n}_e|} \frac{E_1^2}{E_1 T^2} \frac{1}{\tau} \left[k^2 \lambda_e - \frac{(E_1 - E_2) E_2}{T^2} \frac{n_e}{\tau_2^R} \right] \left[\frac{E_1^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau} + \right. \\ & \left. + \frac{(E_1 - E_2)^2}{T^2} \frac{n_e}{\tau_2^R} + k^2 \lambda_e \right]^{-1} - D_\sigma k^2. \end{aligned}$$

¹ Условие пренебрежения излучением в кинетике $K_1/\omega_{12} n_e^2 \ll \tau_2^R$ не противоречит условию $\tau \gg \tau_2^R$, если «узкое место» находится выше промежутка $1-2$ и $\tau \gg K_1/\omega_{12} n_e^2$, что справедливо для щелочных металлов.

Несмотря на наличие признаков обеих неустойчивостей ионизационной и перегретой, флуктуации затухают, если

$$\frac{\lambda_e}{D_a n_e} \frac{n_c}{|\bar{n}_c| E_1} < 1 + \frac{\tau}{\tau_2 R} (2\beta - \beta^2) + \\ + \sqrt{\left(\frac{\tau}{\tau_2 R}\right)^2 2\beta^2 (1 - \beta) (2 - \beta) + \frac{\tau}{\tau_2 R} 2\beta (1 - \beta)},$$

где $\beta = 1 - E_2/E_1$. Если же это условие не выполняется, существуют два значения волнового числа $k_{c_1} < k_{c_2}$, при котором $\gamma = 0$. Флуктуации с $k_{c_1} < k < k_{c_2}$ в линейном приближении оказываются незатухающими. В предельном случае сильной теплопроводности, когда $\lambda_e [E_1 |\bar{n}_c| D_a n_e]^{-1} \gg 1$; $L_\lambda \gg L_D$, характерные размеры соответствующие k_{c_1} и k_{c_2} , имеют вид $L_{c_1} \simeq L_\lambda \gg L_{c_2} \simeq L_D$. Мелкомасштабные возмущения размером менее L_D рассеиваются диффузией: электроны успевают покинуть объем флуктуации. Возмущения размером $L_D < L < L_\lambda$ будут нарастать, так как диффузия не успевает сгладить неоднородность n_e , а изменения T будут компенсированы электронной теплопроводностью, так что обратного воздействия T на поток j_e не будет. Этот фактор начнет сказываться только тогда, когда размер флуктуации (вследствие ее расплывания) превысит L_λ . Во флуктуации возникнет изменение T , которое приведет к затуханию возмущения.

Поступила 1 VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Волков А. Ф., Коган Ш. М. Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью. Усп. физ. н., 1968, т. 96, вып. 4.
2. Гуревич А. В. О температуре электронов в плазме в переменном электрическом поле. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 8.
3. Баранов В. Ю., Ульянов К. К. Контракция положительного столба. Письма в ЖЭТФ, 1967, т. 6, вып. 5.
4. Дыгане А. М. Теория одномерной контракции дуг. В сб. «Некоторые вопросы исследования газоразрядной плазмы и создания сильных магнитных полей». Л., «Наука», 1970, с. 84.
5. Кружилин П. А., Якубов И. Т. Условия возникновения ионизационной устойчивости в нестационарной плазме в отсутствие двухтемпературного приближения. Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, вып. 4.
6. Биберман Л. М. Перенос излучения в спектральных линиях. В сб. «Низкотемпературная плазма», М., «Мир», 1967, с. 93.
7. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика ударно-радиационной ионизации и рекомбинации. Усп. физ. н., 1972, т. 107, вып. 3.
8. Пятавский Л. П., Гуревич А. В. Коэффициент рекомбинации в плотной низкотемпературной плазме. ЖЭТФ, 1964, т. 46, вып. 4.
9. Волков А. Ф., Коган Ш. М. О возникновении неоднородного распределения тока в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью. ЖЭТФ, 1967, т. 52, вып. 6.