УДК 532.546

ПРИТОК НЕФТИ К ГАЛЕРЕЕ ЗАТАМПОНИРОВАННЫХ ВОДОЙ СКВАЖИН

Н. К. Корсакова, В. И. Пеньковский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

В рамках схемы Баклея — Леверетта получено решение задачи о вызове притока к галерее скважин, призабойная зона которых по тем или иным причинам загрязнена водной фазой. Разработан метод инженерных оценок момента проникновения фронта продвижения вытесняющей нефть воды в затампонированную зону добывающих скважин с одновременным определением нефтеотдачи пласта. Полученные результаты могут быть использованы при построении математической модели процесса оптимальной разработки месторождений.

Введение. Математическая модель процесса несмешивающегося вытеснения Баклея — Леверетта является наиболее простой в теории фильтрации двухфазных жидкостей. Принимаемое в этой модели допущение об отсутствии капиллярного скачка давления на границе подвижных несжимаемых жидких фаз позволяет упростить исходную систему дифференциальных уравнений, понижая ее порядок на единицу. Тем не менее даже в случае одномерного движения при произвольно заданной начальной нефтенасыщенности в пласте решение начально-краевых задач связано с преодолением трудностей технического характера [1, с. 362–398], обусловленных образованием и распространением скачков насыщенности, для определения которых необходимо использование интегральных законов сохранения масс.

В данной работе в рамках модели Баклея — Леверетта рассматривается задача двойного вытеснения: вызов притока к галерее (цепочке) частично затампонированных водой эксплуатационных скважин под воздействием избыточного давления на параллельной галерее скважин, нагнетающих воду в пласт. Частичное тампонирование может быть вызвано проникновением в пласт фильтрата бурового раствора при проходке скважин, остановкой скважин задавочными растворами, а также гидроразрывом пласта. При вызове притока часть фильтрата остается в прискважинной зоне, в результате чего ее проницаемость для нефтяной фазы будет ниже, чем в основном пласте. Для увеличения нефтедобычи важным является момент, когда вытесняющая нефть вода от нагнетательных скважин достигает частично затампонированной прискважинной зоны. С этого момента начинается интенсивное обводнение скважины. Доступ нефти в добывающую скважину затруднен из-за возрастающего влияния капиллярных сил [2, 3], для учета которых необходимо использование более сложной модели вытеснения.

1. Постановка задачи. Рассмотрим пласт единичной длины. В сечении $x = 0$ расположена галерея эксплуатационных скважин, в сечении $x = 1$ — нагнетательных скважин. Движение предполагается одномерным, направленным противоположно оси x. В соответствии с подходом Баклея — Леверетта давление $p(x, t)$ в обеих несжимаемых жидкостях одинаковое. Без ограничения общности можно принять, что $p(0, t) = 0$ и $p(1, t) = \Delta p(t)$, где перепад давления $\Delta p(t)$ — произвольная функция времени t.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ прискважинная зона эксплуатационных скважин “загрязнена” водным инфильтратом на расстояние $0 \leqslant x \leqslant x_0 = \mathrm{const}$. Обозначим через s нефтенасыщенность ($1-s$ — водонасыщенность). При $t=0$ и $0 \leqslant x \leqslant x_0$ нефтенасыщенность $s(0,x) < 1$. Для упрощения расчетов примем, что в этой области $s(0,x) = s_0 = \mathrm{const}$, где $s_0 < 1$ — некоторая средняя нефтенасыщенность, которая выбирается в зависимости от отношения вязкостей $\alpha = \mu_1/\mu$ несмешивающихся фаз (μ, μ_1 — вязкости нефти и воды соответственно).

После начала движения в пласте следует выделить четыре изменяющиеся со временем области: 1 — область однородно-двухфазного движения ($x \in [0, x_1(t)]$); 2 — область двухфазного движения ($x \in [x_1(t), x_0]$); 3 — область фильтрации однородной жидкости (нефти) ($x \in [x_0, x_2(t)]$), $s \equiv 1$; 4 — область двухфазного движения ($x \in [x_2(t), 1]$). Здесь $x_1(t)$ и $x_2(t)$ — фронты продвижения нефти и воды, на которых происходит скачкообразное изменение насыщенности.

В областях 1–3 исходную систему уравнений составляют обобщенные законы Дарси для обеих фаз

$$v = -\frac{K}{\mu} f(s) \frac{\partial p}{\partial x}, \qquad v_1 = -\frac{K}{\mu_1} f_1(s) \frac{\partial p}{\partial x} \tag{1}$$

и законы сохранения масс

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \qquad -m \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

где m — пористость; K — проницаемость среды; v, v_1 и f, f_1 — скорости и относительные фазовые проницаемости для нефти и воды соответственно.

Следуя [4, с. 113], положим $f(s) = s^n$, где показатель $n = 3{,}3$ (по Слихтеру) и $n = 4$ (по Козени). Поскольку капиллярные силы не учитываются, а проницаемость является характеристикой эффективного порового пространства среды, следует также принять $f_1(s) = f(1-s) = (1-s)^n$. Известно, что система уравнений (1), (2) имеет первый интеграл $v + v_1 = V(t)$ [5]. Скорости жидкостей определяются формулами

$$v = V(t)F(s), \qquad v_1 = V(t)(1 - F(s)),$$

где $F(s) = \alpha f/[\alpha f + f(1-s)]$ — функция, обладающая свойствами $F(0) = 0$, $F(1) = 1$, $F'(0) = F'(1) = 0$ и имеющая один максимум в точке $s = s_*$. Величина $s = s_*$ находится из трансцендентного уравнения $(1 - s_*)[(n-1)/2 + s_*] = \alpha s_*^n[(n+1)/2 - s_*]$. Суммарная скорость $V(t)$ и положения фронтов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ должны определяться в процессе решения задачи.

Заметим, что в области 1 однородно-двухфазного движения, в которой $s \equiv s_0 = \mathrm{const}$ при $t = 0$, выполняются соотношения $v = v_0 = V(t)F(s_0)$, $v_1 = v_{1,0} = V(t)(1 - F(s_0))$, заданная постоянная насыщенность сохраняется и для $t > 0$. В области 3 $v = V(t)$, $v_1 = 0$ ($s \equiv 1$), поэтому распределение давления будет линейной функцией координаты в соответствии с обычным законом движения Дарси.

Для описания движения фаз в областях 2 и 4 система уравнений (1), (2) приводится к одному уравнению первого порядка

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} + F'(s) \frac{\partial s}{\partial x} = 0, \tag{3}$$

где $\tau = \dfrac{1}{m} \displaystyle\int_0^t V(t)\, dt < 0$ — суммарный объем фаз, “прокачанный” за время $t > 0$ в отрицательном направлении оси x через весь пласт (вследствие несжимаемости жидкостей).

Необходимость введения фронтов $x_1(t)$, $x_2(t)$ разрыва насыщенности становится очевидной, если уравнение (3) переписать в лагранжевых координатах, считая новой искомой функцией координату x частицы, которая в момент "времени" τ имеет насыщенность s, т. е. $x = X(s,\tau)$ и $x^0 = X(s,0)$ — начальное положение частицы. При пересчете производных по формулам

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \Big(\frac{\partial X}{\partial s}\Big)^{-1}, \qquad \frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\partial X}{\partial \tau}\Big(\frac{\partial X}{\partial s}\Big)^{-1}$$

уравнение (3) приводится к виду

$$\frac{\partial X}{\partial \tau} = F'(s). \tag{4}$$

2. Построение решения. Уравнение (4) имеет известный общий интеграл [5]

$$X(s,\tau) = \tau F'(s) + x^0(s), \tag{5}$$

который получается из уравнения (3) методом характеристик. Применительно к областям 2 и 4 представление решений (5) принимает следующий вид:

$$X(s,\tau) = \tau F'(s) + x^0(s) \qquad (\tau = 0\colon\ \ s(x_0-0) = s_0, \quad s(x_0+0) = 1); \tag{6}$$

$$X(s,\tau) = \tau F'(s) + 1 \qquad (\tau = 0\colon\ \ s(1-0) = 1, \quad s(1+0) = 0). \tag{7}$$

Поскольку функция $F'(s)$ имеет восходящую (от 0 до $F'(s_*)$) и нисходящую (от $F'(s_*)$ до 0) ветви, применение формул (6) и (7) на всем интервале изменения независимой переменной s в начально-краевых данных становится невозможным, если этот интервал содержит точку $s = s_*$. В последнем случае следует использовать сшивание решений, однозначно определенных на двух непересекающихся интервалах изменения переменной s, один из которых принадлежит интервалу $0 < s < s_*$, другой — интервалу $s_* < s < 1$. Такое сшивание приводит к появлению скачков насыщенности на левых границах областей 2 и 4: $x = x_1(t)$ и $x = x_2(t)$ соответственно. "Объемная скорость" распространения этих границ может быть найдена из уравнения (4):

$$\frac{\partial x_1}{\partial \tau} = F'(s_1), \qquad \frac{\partial x_2}{\partial \tau} = F'(s_2), \tag{8}$$

если значения насыщенностей $s = s_1$ и $s = s_2$ определить как граничные точки интервалов однозначности решений (6) и (7). Для нахождения граничных точек используется интегральный закон сохранения масс [5]. Так, для области 2 этот закон выражается в виде

$$-\int\limits_0^t [1 - F(s_0)]V(t)\,dt = m\int\limits_{x_1(t)}^{x_0} (s - s_0)\,dx.$$

После несложных преобразований с учетом представления решения (6), выражения для τ и замены переменной интегрирования в интеграле в правой части и интегрирования по частям получаем трансцендентное уравнение

$$s_1 = s_0 + (F(s_1) - F(s_0))/F'(s_1), \tag{9}$$

однозначно определяющее величину $s_1 = \mathrm{const}$ по заданному s_0.

Как показывают расчеты, для системы керосин — вода ($\alpha = 0{,}67$) насыщенность $s_1(s_0)$ на границе $x_1(\tau)$ области 2 монотонно уменьшается с $s_1 = 0{,}685$ до $s_1 = s_*$ с увеличением начальной насыщенности s_0 от 0 до $s_0 = s_* = 0{,}532$. При этом в значительно большей степени уменьшается величина скачка насыщенности $\Delta s_1(s_0) = s_1 - s_0$ с $\Delta s_1(0) = 0{,}685$ до $\Delta s_1(s_*) = 0$. Очевидно, что любой разрыв в начально-краевых данных

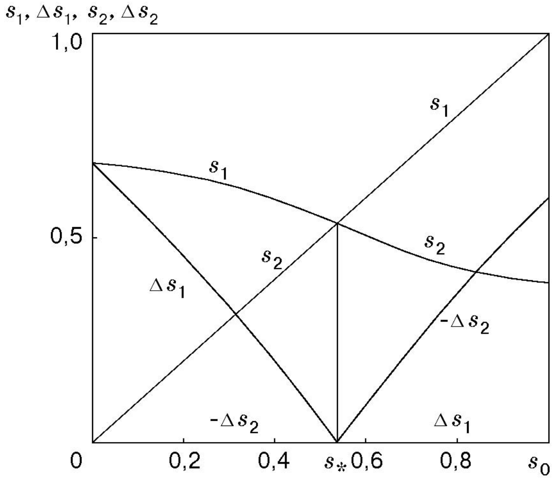

Рис. 1

($s\big|_{x=x_0-0} = s_0$ и $s\big|_{x=x_0+0} = 1$) будет сглаживаться с момента начала движения в соответствии с формулой (6) для всех $s_0 \geqslant s_*$, поскольку в этом случае все значения $s \in [s_0, 1]$ попадают в область определения нисходящей ветви функции $F'(s)$. Фронт "помеченных" частиц будет двигаться с "объемной скоростью", определяемой первой формулой в (8), где следует положить $s_1 = s_0$. Следовательно, для всех $s_0 \geqslant s_*$ имеем $\Delta s_1(s_0) \equiv 0$.

Можно показать, что для насыщенности s_2 на подвижной границе области 4 имеет место формула, аналогичная (9):

$$s_2 = s_0 + (F(s_2) - F(s_0))/F'(s_2),$$

где $s_0 \leqslant 1$ — нефтенасыщенность пласта до начала процесса нагнетания воды. В этом случае насыщенность s_2 монотонно увеличивается от $s_2 = 0{,}381$ ($\alpha = 0{,}67$) до $s_2 = s_* = 0{,}532$ с уменьшением начальной насыщенности s_0 с 1 до $s_0 = s_*$, а величина скачка насыщенности $\Delta s_2(s_0) = s_2 - s_0$ уменьшается с $\Delta s_2(1) = 0{,}381$ до $\Delta s_2(s_*) = 0$. Для любого $s_0 \leqslant s_*$ имеют место тождества $s_2 \equiv s_0$, $\Delta s_2(s_0) \equiv 0$. Следовательно, разрыв в начально-краевых данных ($s\big|_{x=1-0} = s_0$ и $s\big|_{x=1+0} = 0$) будет естественным образом сглаживаться, поскольку все значения $s \in [0, s_0]$ попадают в область определения восходящей ветви функции $F'(s)$. Зависимости $s_1(s_0)$, $\Delta s_1(s_0)$ и $s_2(s_0)$, $\Delta s_2(s_0)$ представлены на рис. 1.

При "загрязнении" пласта водным инфильтратом бурового раствора или задавочными растворами движение осуществляется в направлении оси x со скоростью V_0, величина $\tau_0 = \dfrac{1}{m}\displaystyle\int\limits_0^t V_0(t)\,dt$ положительна. Распределение насыщенности определяется формулой, аналогичной (7): $X(s, \tau_0) = \tau_0 F'(s)$ ($\tau_0 = 0$: $s(-0) = 1$, $s(+0) = 0$). Таким образом, если известен объем воды τ_0, проникшей в пласт, то длина зоны тампонажа x_0 принимает вид

$$x_0 = \tau_0 F'(s_2). \tag{10}$$

Определим среднеинтегральную величину $\langle s\rangle$ остаточной нефтенасыщенности в затампонированной зоне формулой

$$\langle s\rangle = \frac{1}{x_0}\int\limits_0^{x_0} s\,dx$$

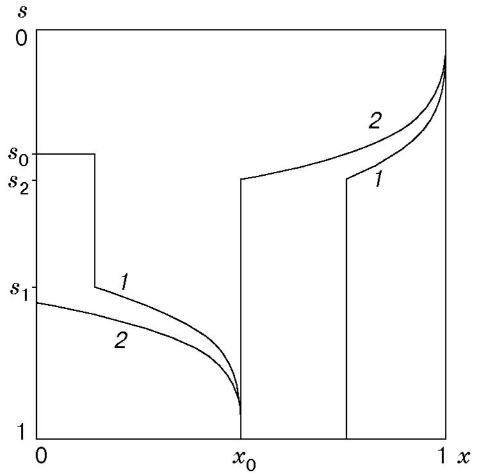

Рис. 2

и выпишем уравнение баланса массы вошедшей в пласт воды

$$m\tau_0 = mx_0 - m\int\limits_0^{x_0} s\,dx.$$

Из этого уравнения и (10) следует, что величина $\langle s\rangle$ зависит только от отношения α вязкостей несмешивающихся жидкостей и определяется формулой

$$\langle s\rangle = 1 - 1/F'(s_2). \qquad (11)$$

Например, для $\alpha = 0{,}67$ (керосин — вода) получим $\langle s\rangle = 0{,}30$, для $\alpha = 0{,}16$ — $\langle s\rangle = 0{,}42$. С ростом вязкости среднеинтегральный объем невытесненной нефти всегда увеличивается (нефтеотдача пласта уменьшается).

Возвращаясь к построению решения задачи о вызове притока, примем, что начальная нефтенасыщенность s_0 затампонированной прискважинной зоны равна среднеинтегральной величине $\langle s\rangle$, определяемой формулой (11). Величины насыщенностей $s_1(s_0)$ и $s_2(s_0)$ (рис. 1) устанавливают диапазоны переменной s в формулах (6) и (7): $s \in [s_1(s), 1]$ и $s \in [0, s_2(1)]$ соответственно.

На рис. 2 показаны распределения нефтенасыщенности в пласте ($\alpha = 0{,}67$) для двух значений “закачанного” объема воды: $\tau_1 = -0{,}17$; $\tau_2 = -0{,}35$ (кривые *1, 2* соответственно). При этом τ_2 выбирается из условия $x_2 = x_0 = 0{,}5$, когда фронт закачиваемой воды смыкается с фронтом оставшейся воды в затампонированной зоне. В данном случае $\tau_2 = (1 - x_0)/F'(s_2)$. Как показывают эксперименты [6], с этого момента происходит быстрое обводнение добывающих скважин, и в процессе вытеснения существенное влияние начинают оказывать капиллярные силы, препятствующие притоку нефти.

Для установления связи между переменной τ и физическим временем t заметим, что общий заданный перепад давления $\Delta p(t)$ на галереях, очевидно, представляется в виде суммы перепадов давления в каждой области:

$$\Delta p(t) = (\Delta p(t))_1 + (\Delta p(t))_2 + (\Delta p(t))_3 + (\Delta p(t))_4. \qquad (12)$$

Перепады $(\Delta p(t))_1$ и $(\Delta p(t))_3$ в областях однородно-двухфазного и однородного течений с линейным распределением давления имеют вид

$$(\Delta p)_1 = -\frac{\mu_1}{K}\,V(t)\,\frac{x_1}{\alpha f(s_0) + f(1 - s_0)} = -\frac{\mu_1}{K}\,V(t)\,\frac{\tau F'(s_1) + x_0}{\alpha f(s_0) + f(1 - s_0)},$$

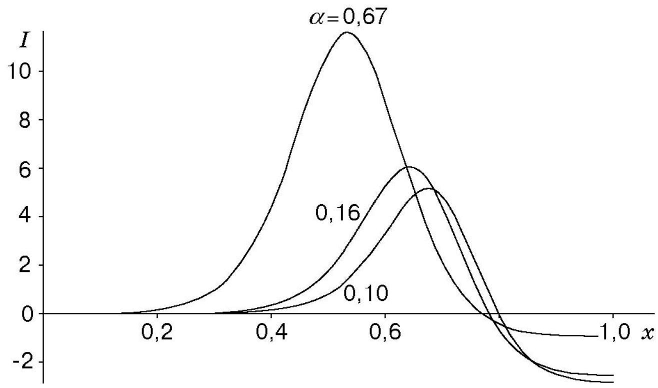

Рис. 3

$$(\Delta p)_3 = -\frac{\mu}{K}\,V(t)(x_2 - x_0) = -\frac{\mu}{K}\,V(t)[(\tau F'(s_2) + (1 - x_0)].$$

В областях 2 и 4 из (1) получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu}{K}\,V(t)\,\frac{F(s)}{f(s)}.$$

Поэтому перепады давления определяются следующим образом:

$$(\Delta p)_2 = \int\limits_{x_1}^{x_0} \frac{\partial p}{\partial x}\,dx = -\frac{\mu}{K}\,V(t)\tau \int\limits_{s_1}^{1} \frac{F(s)}{f(s)}\,F''(s)\,ds,$$

$$(\Delta p)_4 = \int\limits_{x_2}^{1} \frac{\partial p}{\partial x}\,dx = -\frac{\mu}{K}\,V(t)\tau \int\limits_{s_2}^{0} \frac{F(s)}{f(s)}\,F''(s)\,ds.$$

Обозначим

$$I(x) = \int\limits_{0}^{x} \frac{F(s)}{f(s)}\,F''(s)\,ds.$$

На рис. 3 приведены графики функций $I(x)$ для различных значений α. Подставив вычисленные значения перепадов давления в формулу (12), после несложных преобразований получим дифференциальное уравнение для переменной $\tau(t)$

$$a\,\frac{d\tau^2}{dt} - b\,\frac{d\tau}{dt} = \frac{K}{m\mu}\,\Delta p(t),$$

где $-a/2 = \alpha F'(s_1)x_1/(\alpha f(s_0) + f(1 - s_0)) + F'(s_2) + I(1) - I(s_1) - I(s_2)$; $b = \alpha x_0/(\alpha f(s_0) + f(1 - s_0)) + 1 - x_0$. Интегрируя последнее уравнение по t с начальным условием $\tau(0) = 0$, получим квадратное уравнение

$$a\tau^2 - b\tau - P(t) = 0 \qquad \left(P(t) = \frac{K}{m\mu}\int\limits_0^t \Delta p(t)\,dt\right),$$

которое имеет два вещественных корня с различными знаками. Физический смысл имеет отрицательный корень $\tau = (b - \sqrt{b^2 + 4aP(t)}\,)/(2a)$, устанавливающий связь между суммарным, “закачанным” в пласт, линейным объемом воды τ и интегральным перепадом давления между галереями скважин $P(t)$. В качестве примера приведем значения основных параметров задачи, вычисленных ($x_0 = 0{,}5$) для двух значений α. Для $\alpha = 0{,}67$ $s_0 = 0{,}30$, $s_1 = 0{,}63$, $s_2 = 0{,}38$, $a = 8{,}58$, $b = 1{,}63$; для $\alpha = 0{,}16$ $s_0 = 0{,}42$, $s_1 = 0{,}73$, $s_2 = 0{,}50$, $a = 5{,}44$, $b = 1{,}01$.

Заключение. Система уравнений Баклея — Леверетта, моделирующая совместную фильтрацию несмешивающихся несжимаемых жидкостей, позволяет описать процесс вызова притока к галерее скважин при вытеснении нефти водой. Описание будет адекватным до того момента, пока закачиваемая в пласт вода не проникнет в частично затампонированную водным инфильтратом призабойную зону эксплуатационных скважин, образуя своего рода “водопровод” от одной галереи к другой. Отметим, что на данном этапе вытеснения среднеинтегральная величина вытесненной нефти, а следовательно, и нефтенасыщенность не зависят от длины зоны проникновения воды и определяются только отношением вязкостей воды и нефти. На следующем этапе быстрого обводнения скважин с относительно медленным вымыванием остающейся в пласте нефти существенное влияние, на наш взгляд, должны оказывать капиллярные силы, которые в уравнениях Баклея — Леверетта не учитываются. Из построения решения следует, что предположения о зависимостях относительных проницаемостей фаз от насыщенностей, принятые в работе [4], не являются принципиальным ограничением.

Полученные формулы могут быть использованы при обработке экспериментальных данных в условиях стандартного лабораторного опыта.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Развитие** исследований по теории фильтрации в СССР. М.: Наука, 1969.
2. **Доманский А. В., Пеньковский В. И.** Двухфазная фильтрация в смешанно-смачиваемых пористых средах // ПМТФ. 1988. № 3. С. 123–129.
3. **Антонцев С. Н., Доманский А. В., Пеньковский В. И.** Фильтрация в прискважинной зоне пласта и проблемы интенсификации притока. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1989.
4. **Лейбензон Л. С.** Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: Гостехтеоретиздат, 1947.
5. **Чарный И. А.** Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостехтеоретиздат, 1963.
6. **Пеньковский В. И.** О влиянии капиллярных сил на нефтеотдачу месторождений при внутриконтурном заводнении // Математические модели фильтрации и их приложения: Сб. науч. тр. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 1999. С. 124–133.

Поступила в редакцию 26/III 2001 г.,
в окончательном варианте — 23/V 2001 г.