

УДК 539.375

ОЦЕНКА T -НАПРЯЖЕНИЙ В ОБРАЗЦЕ В ОКРЕСТНОСТИ НАДРЕЗА V-ОБРАЗНОЙ ФОРМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

О. Буледруа*, А. Элазизи^{*,**}, М. Хадж Мельяни^{*,***},
Ж. Плювинаж^{***}, Ю. Г. Матвиенко^{****}

* Университет им. Х. Бен Були, 02000 Члеф, Алжир

** Университет наук и технологий Мохамеда Боудиафа, 31000 Оран, Алжир

*** Университет Поля Верлена, 57045 Метц, Франция

**** Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН, 101990 Москва, Россия

E-mails: o.bouledroua@univhb-chlef.dz, elazzizi@yahoo.fr,

hadjmeliani@yahoo.fr, pluvinage@cegetel.net, matvienko7@yahoo.com

Определяются T -напряжения в окрестности надреза V-образной формы на поверхности трубопровода, находящегося под действием внутреннего давления. С использованием метода конечных элементов и коммерческого пакета Castem2000 определяется напряженное состояние в окрестности вершины надреза V-образной формы. Задача решается для различных значений безразмерной глубины надреза. В отличие от случая трещины T -напряжения в случае надреза не являются постоянными, а зависят от расстояния от вершины надреза. Для оценки T -напряжений в окрестности надреза предложен новый метод, основанный на объемном методе Плювинажа. Метод заключается в осреднении T -напряжений по отрезку эффективной длины, расположенному перед вершиной надреза. Длина этого отрезка определяется точкой минимума градиента напряжений в зоне разрушения. Данный подход позволяет количественно оценить стесненность деформаций в окрестности надреза при различной геометрии надреза и различных условиях нагружения, а также с использованием двухпараметрической механики разрушения определить траекторию движения трещины при смешанных режимах нагружения.

Ключевые слова: стесненная деформация, T -напряжения, эффективное расстояние, надрез, метод конечных элементов.

DOI: 10.15372/PMTF20170320

Введение. В последнее время в механике разрушения разрабатываются новые методы, позволяющие использовать данные, полученные в экспериментах на образцах, для построения критериев разрушения конструкций с трещинами произвольной геометрии, находящихся под воздействием нагрузок различных видов [1].

Результаты статистических [2] и экспериментальных [3–6] исследований подтверждают обоснованность новых подходов и показывают, что учет зависимости трещиностойкости (вязкости разрушения) от геометрических параметров позволяет описать процесс разрушения более точно, чем при использовании методов традиционной линейной механики разрушения.

Задача определения трещиностойкости существенно усложняется при использовании нестандартных образцов, поскольку в этом случае необходимы экспериментальные данные, полученные для образцов конкретной геометрии. Это способствует развитию методов, позволяющих оценить трещиностойкость конструкций различной геометрии при различных видах их нагружения [7]. Предположение о том, что сопротивление развитию трещины характеризуется коэффициентом интенсивности напряжений, основано на следующем представлении поля напряжений в окрестности вершины трещины:

$$K = \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r} f_{ij}(\theta), \quad r \rightarrow 0. \quad (1)$$

Здесь K — коэффициент интенсивности напряжений; $f_{ij}(\theta)$ — функции, зависящие от полярного угла θ полярной системы координат (r, θ) с началом в вершине трещины. Соотношение (1) получено с использованием линейной теории упругости и позволяет найти бесконечные напряжения в вершине трещины. Область, в которой справедливо соотношение (1), будем называть K -доминантной зоной, размер которой зависит от геометрии и размера образца, длины трещины, способа нагружения образца.

В действительности вблизи вершины трещины всегда существует область конечных пластических деформаций, в которой накапливаются повреждения. В этой области напряжения не удовлетворяют соотношению (1) и стремятся к некоторым конечным значениям, зависящим от степени поврежденности материала.

Наиболее общим способом моделирования напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины является метод конечных элементов. При этом необходимо измельчение конечных элементов вблизи вершины трещины. Главной задачей при численном моделировании является установление закономерностей распределения напряжений в окрестности вершины трещины, для того чтобы оценить вклад в распределение напряжений низших членов асимптотического разложения.

В работах [8–10] высшие члены в асимптотическом разложении заменяются имеющим физический смысл параметром — T_{xx} -напряжениями (T -напряжениями). Эти напряжения определяются как постоянные напряжения, действующие в направлении x в плоскости, параллельной плоскости трещины. Величина этих напряжений пропорциональна номинальному напряжению вблизи трещины:

$$K \approx \sigma_{ij} \sqrt{2\pi r} f_{ij}(\theta) - T \sqrt{2\pi r} \delta_{1i} \delta_{1j}, \quad r \rightarrow 0. \quad (2)$$

Несингулярный член T в разложении (2) представляет собой растягивающее (сжимающее) напряжение. В случае положительных T -напряжений отличие трехосного напряженного состояния вблизи вершины трещины от одноосного увеличивается и как следствие увеличивается стесненность деформаций; в случае отрицательных T -напряжений отличие трехосного напряженного состояния от одноосного уменьшается, поэтому уменьшается стесненность деформаций. Следует отметить, что T -напряжения характеризуют локальное поле напряжений вблизи вершины трещины для линейно-упругого материала. Результаты многочисленных исследований показывают, что T -напряжения оказывают существенное влияние на направление и устойчивость движения трещины, стесненность деформации в окрестности ее вершины, трещиностойкость.

В ряде работ коэффициент интенсивности напряжений и прочность трубопровода определяются с учетом T -напряжений в окрестности вершины трещины. В настоящей работе строится механика разрушения в окрестности надреза в трубопроводе, находящемся под действием внутреннего давления. Предлагаемый метод основан на объемном методе Плювинажа [11], согласно которому разрушение происходит в мезообъеме вблизи вершины надреза. Данное предположение подтверждается тем, что сопротивление разрушению зависит от типа нагружения, геометрии конструкции и масштабного эффекта.

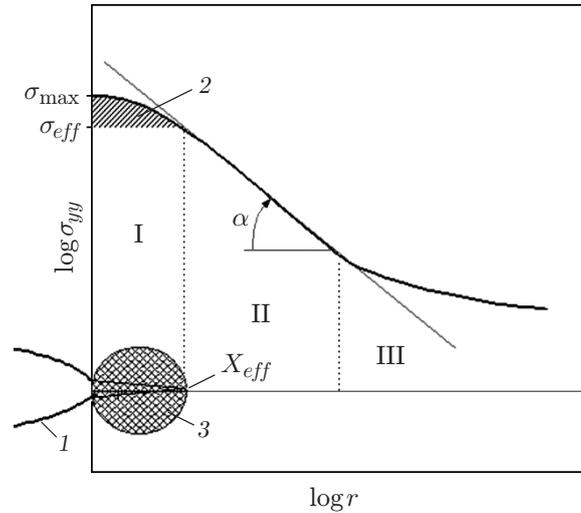


Рис. 1. Распределение напряжений раскрытия вдоль вершины надреза: 1 — надрез, 2 — зона больших напряжений, 3 — зона разрушения; I–III — зоны, характеризующие поведение зависимости $\sigma_{yy}(r)$; тонкая сплошная линия — $\sigma_{yy} = Ar^{-1/2}$

Критерии разрушения, основанные только на максимальном значении напряжения, не учитывают влияние указанных выше факторов на сопротивление разрушению. Необходимо учитывать не только величину напряжения, но и градиент напряжений в объеме, в котором происходит разрушение. Предполагается, что этот объем имеет квазицилиндрическую форму, в нем имеется зона пластических деформаций аналогичной формы. Диаметр этого цилиндра называется эффективным расстоянием. Локальный критерий разрушения можно сформулировать с использованием двух параметров: эффективного расстояния X_{eff} и эффективного напряжения σ_{eff} . Графическая интерпретация локального критерия разрушения представлена на рис. 1, на котором приведена зависимость напряжений, нормальных к плоскости разреза, от расстояния от вершины надреза. Для определения X_{eff} используется графическая процедура. Установлено, что эффективное расстояние зависит от максимального значения относительного градиента напряжений χ . (Эффективное расстояние — расстояние от вершины надреза до точки, начиная с которой относительный градиент напряжений увеличивается (рис. 2).) Распределение напряжений в окрестности надреза вычислялось с использованием метода конечных элементов и модели плоской деформации.

Зависимость относительного градиента напряжений от расстояния r

$$\chi(r) = \frac{1}{\sigma_{yy}(r)} \frac{\partial \sigma_{yy}(r)}{\partial r} \quad (3)$$

приведена на рис. 2 в двойных логарифмических координатах. В выражении (3) $\chi(r)$ — относительный градиент напряжений; $\sigma_{yy}(r)$ — максимальное главное напряжение (напряжение раскрытия трещины). Относительный градиент напряжений характеризует степень концентрации напряжений в окрестности вершины надреза или трещины. Однако характер распределения напряжений не является единственным параметром, определяющим разрушение в окрестности надреза. Расстояние от вершины надреза до точки минимума относительного градиента напряжений в двойных логарифмических координатах принимается в качестве эффективного расстояния и является виртуальной длиной трещины. Эффективное напряжение определяется как осредненное по эффективному расстоянию

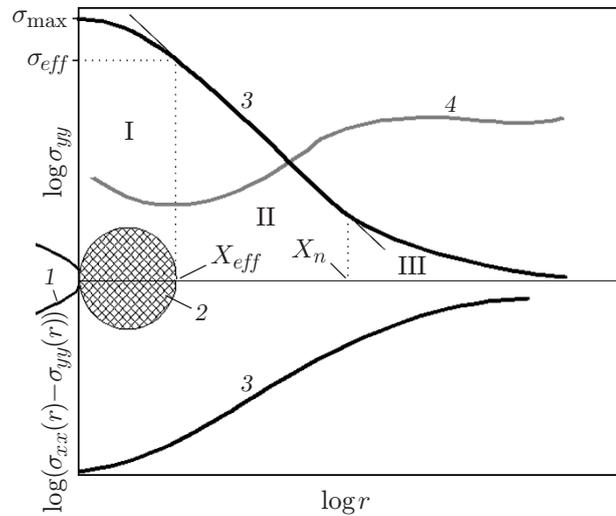


Рис. 2. К процедуре определения эффективных напряжений и эффективного расстояния с использованием объемного метода:

1 — надрез, 2 — зона разрушения, 3 — распределение T -напряжений вдоль вершины надреза, 4 — распределение относительного градиента напряжений; I–III — зоны, характеризующие поведение зависимости $\sigma_{yy}(r)$; тонкая сплошная линия — $K_\rho = \sigma_{eff} \sqrt{2\pi X_{eff}}$

значение нормальных напряжений:

$$\sigma_{eff} = \frac{1}{X_{eff}} \int_0^{X_{eff}} \sigma_{yy}(r) \Phi(r) dr. \tag{4}$$

В (4) $\Phi(r)$ — весовая функция, в качестве которой можно использовать единичную весовую функцию или функцию Петерсона. При использовании единичной весовой функции получаем осредненное значение напряжений, при использовании весовой функции Петерсона — напряжение в точке, расположенной на некотором расстоянии от вершины надреза, при этом численного интегрирования не требуется. В случае надреза коэффициент интенсивности напряжений определяется как функция эффективного напряжения и эффективного расстояния:

$$K_\rho = \sigma_{eff} \sqrt{2\pi X_{eff}}.$$

В данном случае коэффициент интенсивности напряжений K_ρ рассматривается в качестве величины трещиностойкости и имеет размерность МПа·м^{1/2}. Эффективное расстояние X_{eff} равно расстоянию от вершины надреза до левой границы зоны II (см. рис. 2).

1. Определение T -напряжений в окрестности надреза. Существуют различные методы определения T -напряжений в образце с трещиной. В работе [12] T -напряжение вычисляется как разность напряжения раскрытия σ_{yy} и напряжения σ_{xx} , действующего в направлении, параллельном плоскости трещины. Как правило, эти напряжения вычисляются с помощью метода конечных элементов на линии продолжения трещины. В [13] T -напряжение определяется как значение напряжения σ_{xx} на линии $\theta = 180^\circ$ в направлении, противоположном направлению распространения трещины, на которой это напряжение является постоянным. В работе [14] T -напряжения определялись методом конечных элементов, сформулированным в смещениях, и получено постоянное распределение напряжений на линии продолжения трещины. В [15] T -напряжения получены в результате

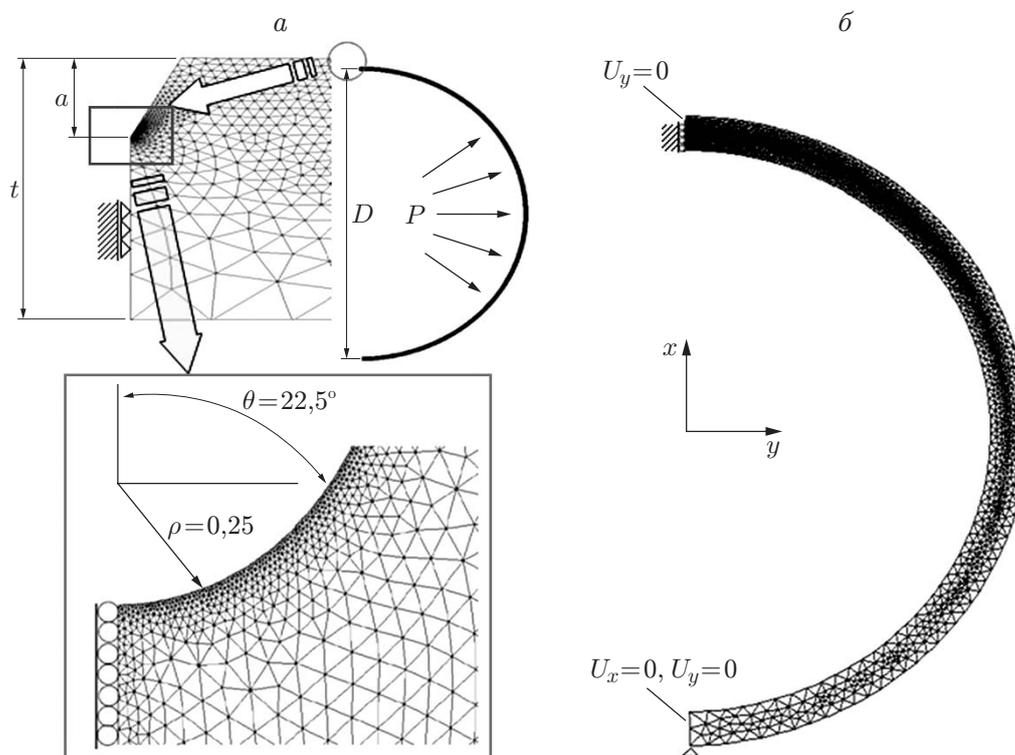


Рис. 3. Двумерная конечноэлементная сетка (а) и краевые условия (б), использованные при численном моделировании напряжений в трубке с трещиной

суперпозиции напряжений в образце без трещины и напряжений в образце с поверхностной трещиной, нагруженном распределенным давлением.

1.1. *Метод вычислений.* В данной работе T -напряжения вычисляются с использованием метода разностей напряжений. T -напряжения вычисляются вдоль прямой $\theta = 0^\circ$. Рассматривается цилиндр толщиной 10 мм, длиной 40 мм, находящийся под действием внутреннего давления, с поверхностным продольным надрезом V-образной формы (рис. 3). Исследуется влияние на T -напряжения и коэффициент интенсивности напряжений трех параметров: отношения внутреннего радиуса цилиндра к его толщине R_i/t , отношения глубины надреза к толщине цилиндра a/t и давления P . Задача решается для четырех значений параметра $R_i/t = 5, 10, 20, 40$, четырех значений параметра $a/t = 0,10 \div 0,75$, четырех значений $P = 2 \div 5$ МПа.

Двумерная задача о плоской деформации решается с использованием метода конечных элементов и пакета Castem2000. В силу симметрии рассматривается половина образца. Расчетная сетка состоит из 31 485 изопараметрических треугольных элементов и 63 526 узлов. Используется веерообразная сетка со сгущением узлов вблизи надреза. При дальнейшем измельчении сетки результаты расчетов изменяются не более чем на 1 %. Используются краевые условия, соответствующие свободному опиранию торцов трубки, и условия симметрии задачи. Проводится анализ двумерного поля напряжений в окрестности надреза.

1.2. *Распределение T -напряжений перед вершиной надреза.* На рис. 4 приведены зависимости нормального напряжения отрыва от расстояния от вершины надреза r при $R_i/t = 5$ и различных значениях глубины надреза ($\sigma_\alpha = P_0 R_i/t$; P_0 — отсчетное давление, соответствующее безразмерной глубине надреза $a/t = 0,1$). Вычисленные напряжения представлены в безразмерной форме, соответствующей разложению в ряды Вильям-

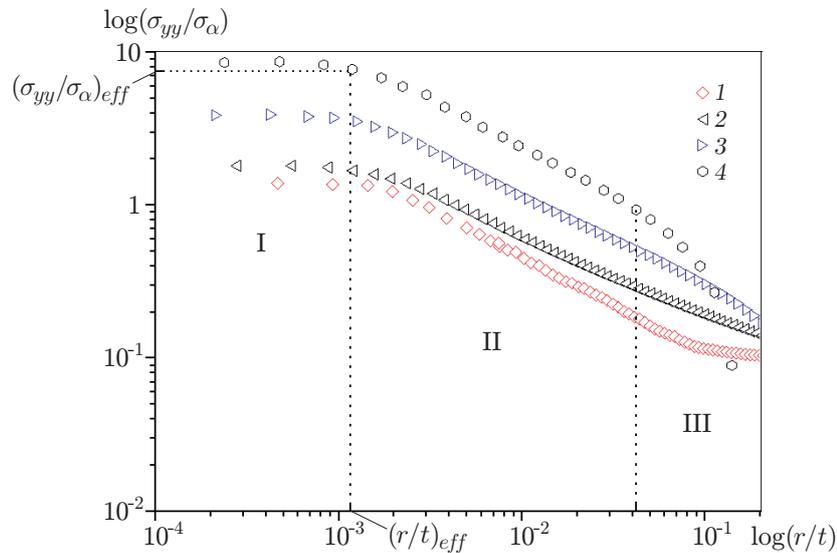


Рис. 4. Зависимость нормальных напряжений отрыва от расстояния от вершины надреза при $P = 4$ МПа, $R_i/t = 5$ и различных значениях a/t :
 1 — $a/t = 0,1$, 2 — $a/t = 0,3$, 3 — $a/t = 0,5$, 4 — $a/t = 0,75$; I–III — зоны, характеризующие поведение зависимости $\sigma_{yy}(r)$

са [16]. Выражения для напряжений, соответствующие раскрытию по моде I, имеют вид $\sigma_{yy} = A_1/\sqrt{r} + A_3\sqrt{r} + A_5\sqrt{r^3}$. Первое слагаемое представляет собой сингулярную составляющую напряжения с особенностью $r^{-0,5}$, второе и третье слагаемые представляют собой несингулярные составляющие. Первый член является доминирующим вблизи вершины надреза (при малых значениях r).

При удалении от вершины второе и третье слагаемые становятся доминирующими и одночленное представление напряжения отрыва становится несправедливым (см. рис. 4). Безразмерное напряжение уменьшается при $r/t > (r/t)_{eff}$, что обусловлено влиянием второго члена и членов более высокого порядка ($(r/t)_{eff}$ — эффективное расстояние).

На рис. 5 приведены распределения T -напряжений в случае продольного надреза на поверхности трубки, находящейся под действием внутреннего давления. Установлено, что на линии продолжения надреза T -напряжения являются отрицательными (сжимающими) при $a/t < 0,5$ и любых значениях давления и диаметра трубки [17], положительными (растягивающими) — при $a/t > 0,5$. T -напряжения, определяемые методом разностей напряжений (данный метод подвергался критике в работах [13, 14]), не являются постоянными, за исключением случаев неглубоких надрезов [17–19].

В таблице приведены результаты вычислений, полученные в данной работе с помощью метода конечных элементов и в работе [20]. В случае неглубоких надрезов результаты вычислений различаются приблизительно на 3,74 %, в случае глубоких — на 5,45 %.

1.3. *Осреднение T -напряжений по эффективному расстоянию.* Для того чтобы учесть влияние нескольких параметров на распределение T -напряжений вдоль линии продолжения надреза, предложена модификация формулы Вильямса.

На рис. 6 представлено распределение T -напряжений вдоль линии продолжения надреза, полученное с использованием метода разностей напряжений. Уравнение сглаживающей кривой имеет следующий вид:

$$T_{xx}(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i. \tag{5}$$

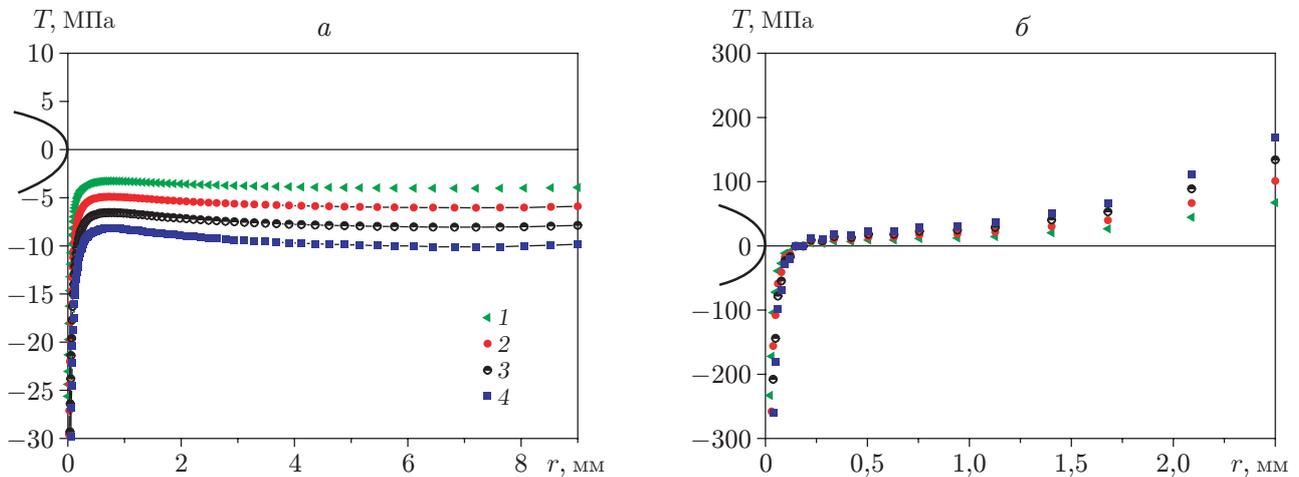


Рис. 5. Распределение T -напряжений при наличии продольного надреза на поверхности трубы при $R_i/t = 20$ и различных значениях внутреннего давления и глубины надреза:

a — $a/t = 0,1$, b — $a/t = 0,75$; 1 — $P = 2$ МПа, 2 — $P = 3$ МПа, 3 — $P = 4$ МПа, 4 — $P = 5$ МПа

Значения T -напряжений, полученные с использованием методов, предложенных в настоящей работе и работе [20], при $P = 2$ МПа, $R_i/t = 5 \div 40$, $a/t = 0,10 \div 0,75$

R_i/t	a/t	Данная работа			Работа [20]			Погрешность	
		X_{eff} , мм	T_{eff} , МПа	K_ρ , МПа·м ^{1/2}	X_{eff} , мм	T_{eff} , МПа	K_ρ , МПа·м ^{1/2}	ΔT_{eff} , %	ΔK_ρ , %
5	0,10	0,031 26	-3,4545	0,064 05	0,037 72	-3,4467	0,066 45	0,225 79	3,747 07
	0,30	0,023 81	-8,5409	0,169 08	0,028 10	-8,4798	0,168 69	0,715 38	0,230 66
	0,50	0,019 45	-7,4988	0,327 85	0,023 27	-7,1350	0,329 43	4,851 44	0,481 93
	0,75	0,017 13	-10,0980	0,701 12	0,022 40	-9,5470	0,702 85	5,456 53	0,246 75
10	0,10	0,031 25	-7,2266	0,133 76	0,037 72	-7,2001	0,138 97	0,366 70	3,895 04
	0,30	0,019 51	-21,2456	0,348 35	0,023 81	-21,2024	0,359 14	0,203 34	3,097 46
	0,50	0,019 45	-38,5540	0,731 81	0,023 27	-38,2130	0,736 30	0,884 47	0,613 55
	0,75	0,022 40	-71,0980	1,839 64	0,030 23	-67,5990	1,848 49	4,921 38	0,481 07
20	0,10	0,031 25	-14,6845	0,273 61	0,037 72	-14,6438	0,283 02	0,277 16	3,439 20
	0,30	0,019 51	-44,2340	0,721 04	0,023 80	-43,9390	0,743 63	0,666 91	3,132 97
	0,50	0,019 45	-82,5740	1,566 81	0,023 27	-81,5880	1,574 96	1,194 08	0,520 17
	0,75	0,022 40	-73,3420	4,487 48	0,030 23	-71,8200	4,612 26	2,075 21	2,780 63
40	0,10	0,025 46	-32,9345	0,529 05	0,031 25	-32,8837	0,553 50	0,154 25	4,621 49
	0,30	0,019 51	-90,3205	1,467 20	0,023 80	-89,5230	1,514 65	0,882 97	3,234 05
	0,50	0,019 45	-172,3410	3,260 49	0,023 27	-169,5100	3,272 51	1,642 67	0,368 66
	0,75	0,022 40	-385,4983	10,403 14	0,030 23	-377,8300	10,438 24	1,989 19	0,337 40

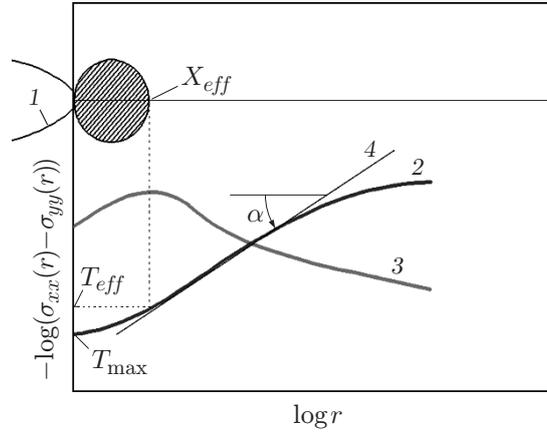


Рис. 6. Схема определения эффективного T -напряжения с помощью осреднения по эффективному расстоянию:

1 — надрез, 2 — распределение напряжений вдоль вершины надреза, 3 — распределение относительного градиента напряжений; 4 — $T_{xx} = Ar^{-\alpha}$

Для градиента T -напряжений получаем

$$\chi(x) = \frac{1}{T_{xx}(x)} \frac{dT_{xx}(x)}{dx} = \frac{\sum_{i=0}^n ia_i x^{i-1}}{\sum_{i=0}^n a_i x^i}.$$

Весовую функцию примем в виде

$$\varphi(x) = 1 - x \frac{\sum_{i=0}^n ia_i x^{i-1}}{\sum_{i=0}^n a_i x^i}. \tag{6}$$

Выражение для эффективного расстояния вблизи вершины надреза можно получить с помощью разложения Тейлора. Это расстояние соответствует точке минимума градиента T -напряжений:

$$\frac{d\chi(x)}{dx} = 0. \tag{7}$$

Из (6), (7) для определения эффективного расстояния получаем

$$\frac{d\chi}{dx} = \frac{\sum_{i=0}^n (a_i i^2 x^{i-2} - a_i i x^{i-2})}{\sum_{i=0}^n a_i x^i} - \frac{\sum_{i=0}^n a_i i x^{i-1}}{\left(\sum_{i=0}^n a_i x^i\right)^2} = 0. \tag{8}$$

Осредняя T -напряжения по эффективному расстоянию, для эффективного T -напряжения находим

$$T_{eff} = \frac{1}{X_{eff}} \int_0^{X_{eff}} T_{xx}(r) \Phi(r) dr,$$

где $T = T_{xx} = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})|_{\theta=0}$ — T -напряжения, действующие на линии продолжения надреза в направлении x .

Зависимости, полученные с использованием рассмотренного метода для вычисления эффективного T -напряжения, приведены на рис. 7–9. Распределения T -напряжений представлены в двойных логарифмических координатах для трубки диаметром $R_i/t = 20$ при

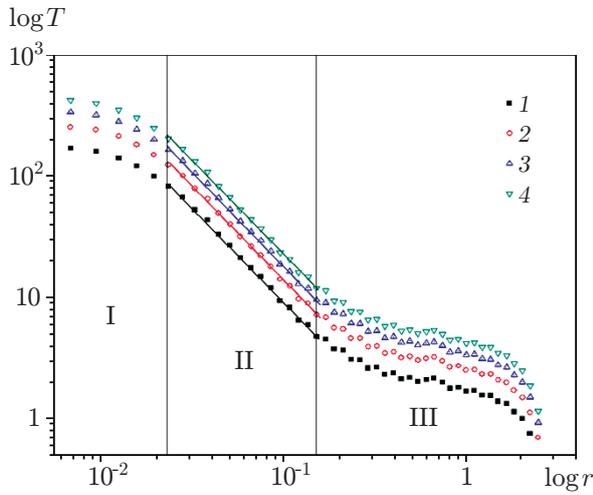


Рис. 7

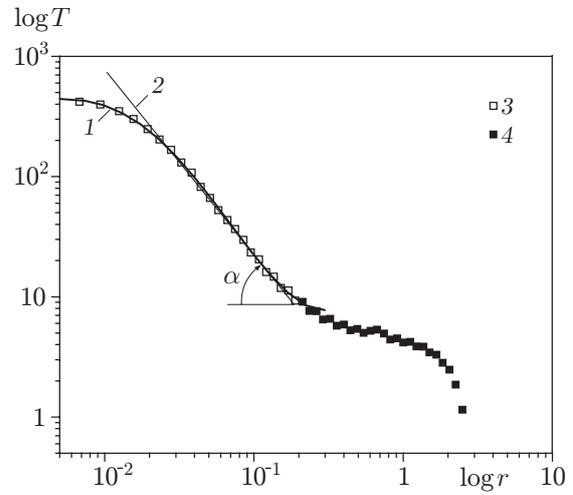


Рис. 8

Рис. 7. Распределение T -напряжений вдоль трубки, находящейся под действием внутреннего давления, при $R/t = 20$, $a/t = 0,5$:

1 — $P = 2$ МПа, 2 — $P = 3$ МПа, 3 — $P = 4$ МПа, 4 — $P = 5$ МПа; I–III — зоны, характеризующие поведение зависимости $T(r)$

Рис. 8. Полиномиальные аппроксимирующие кривые ($1 — T = \sum_{i=0}^n a_i x^i$, $2 — T_{xx} = Ar^{-\alpha}$) T -напряжений в трубке, находящейся под действием внутреннего давления:

точки — результаты численных расчетов при $P = 5$ МПа, $R_i/t = 20$, $a/t = 0,5$ (3 — в зоне разрушения, 4 — вдали от вершины надреза)

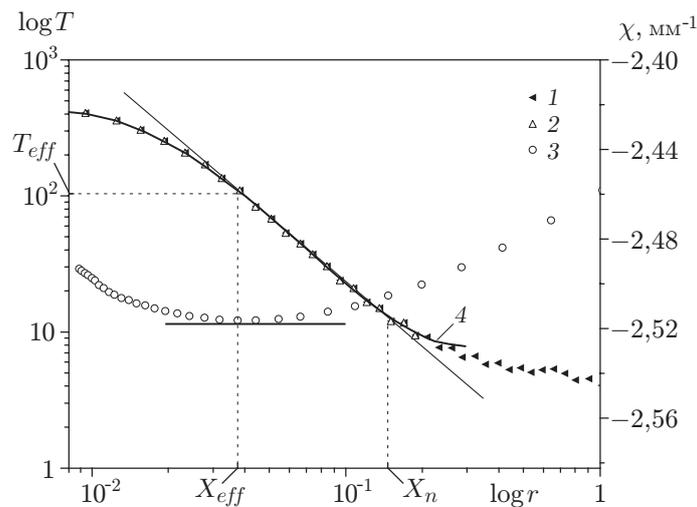


Рис. 9. Распределение градиента T -напряжений, вычисленного по уравнению (8), при $P = 5$ МПа, $R_i/t = 20$, $a/t = 0,5$:

1 — T -напряжения вдоль продолжения линии трещины, 2 — T -напряжения для аппроксимации, 3 — относительный градиент напряжений, 4 — полиномиальная аппроксимация T -напряжений

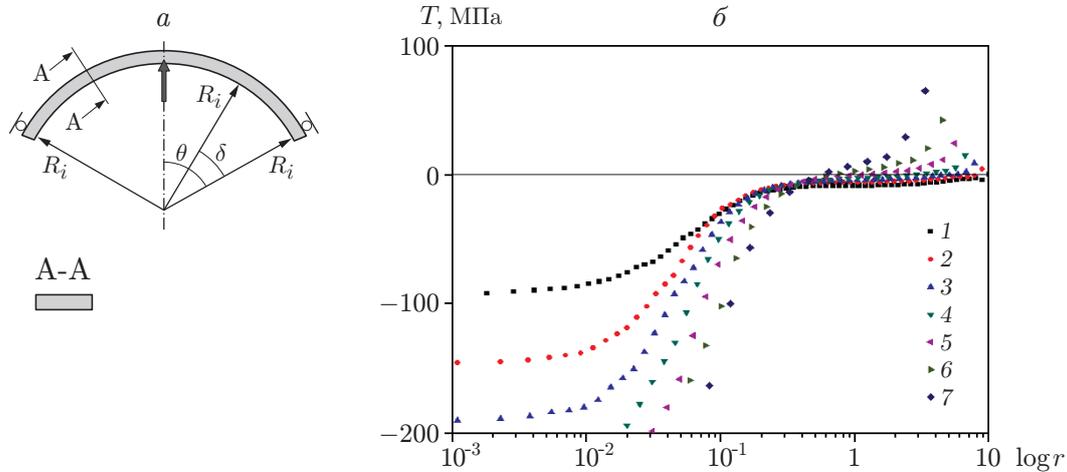


Рис. 10. Геометрия образца дугообразной формы (а) и распределение T -напряжений в нем при различных значениях a/w (б):
 1 — $a/w = 0,1$, 2 — $a/w = 0,2$, 3 — $a/w = 0,3$, 4 — $a/w = 0,4$, 5 — $a/w = 0,5$, 6 — $a/w = 0,6$, 7 — $a/w = 0,7$

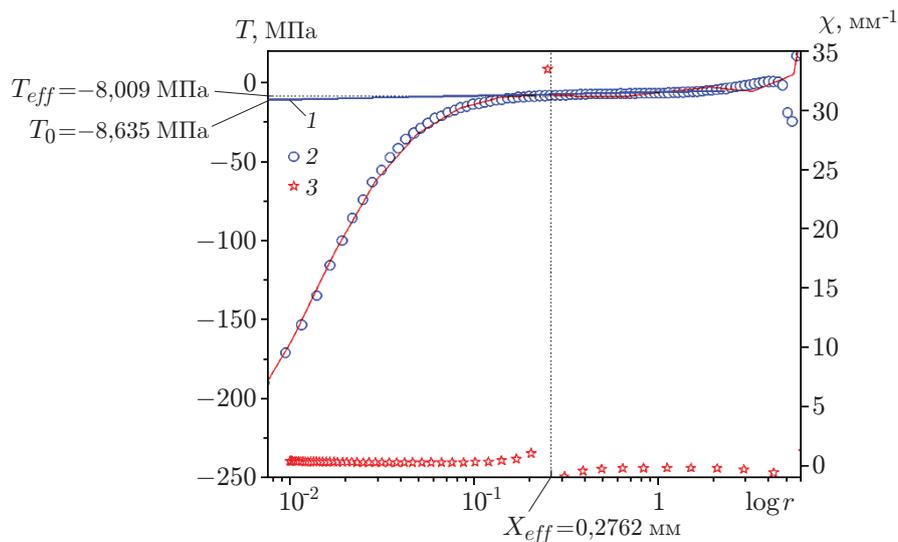


Рис. 11. Распределения напряжения T_0 [23] и T -напряжения в дугообразном образце:
 1 — линейная аппроксимация, 2 — напряжения T_0 , T , 3 — градиент напряжения

наличии на ее поверхности одного надреза глубиной $a/t = 0,5$. Внутреннее давление изменялось в диапазоне $P = 2 \div 5$ МПа. На рис. 7 показано распределение T -напряжений, на рис. 8 — аппроксимация T -напряжений в соответствии с уравнением (5), на рис. 9 приведено распределение градиента напряжений в соответствии с уравнением (8).

2. Вычисление эффективных T -напряжений в образце дугообразной формы. Метод осреднения использовался также для определения эффективных T -напряжений в образце дугообразной формы с надрезом V-образной формы с радиусом закругления в вершине надреза $\rho = 0,25$ мм. Безразмерная глубина надреза $a/t = 0,1 \div 0,7$.

Как и в трубке, в образце дугообразной формы в случае коротких надрезов T -напряжения стремятся к постоянному значению на некотором расстоянии от вершины надреза.

В случае длинных надрезов T -напряжения увеличиваются по линейному закону, за исключением окрестности вершины надреза (рис. 10). Полученные результаты подтверждаются результатами других исследований [21, 22]. Распределение эффективных T -напряжений, вычисленных с помощью предложенного метода, приведено на рис. 11. Следует отметить, что результаты, полученные в данной работе, согласуются с результатами, полученными с помощью метода, предложенного в работе [23], в которой предполагалось, что T -напряжения можно аппроксимировать соотношением

$$T(x) = T_0 + \lambda(x/a).$$

Напряжение T_0 можно получить с помощью экстраполяции на интервал $r > 0$ и рассматривать в качестве эффективного напряжения.

Заключение. С использованием решения Вильямса исследовано распределение напряжений на линии продолжения надреза. Установлено, что T -напряжения не являются постоянными в образце как цилиндрической, так и дугообразной формы. Также установлено, что несингулярные члены оказывают существенное влияние на распределение напряжений вдали от вершины надреза. Введено понятие эффективных T -напряжений, являющихся осреднением T -напряжений по эффективному расстоянию. Понятие T -напряжений при наличии в образце трещины обобщено на случай наличия в образце надреза.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Dawes M. G., Pisarski H. G., Towers O. L., Williams S.** Fracture mechanics measurements of toughness in welded joints // Proc. of the Intern. conf. on fracture toughness testing: Methods, interpretation, and application, London (England), 9–10 June 1982. Cambridge: Welding Inst., 1982. P. 165–178.
2. **Afanas'ev N. N.** Statistical theory of fatigue strength of metals. Kiev: Izd. Akad. Nauk Ukr. SSR, 1953.
3. **Sumpter J. D. S.** An experimental investigation of the T -stress approach // Constraint effects fracture. Philadelphia: Amer. Soc. Testing Materials, 1993. P. 492–502.
4. **Kirk M. T., Dodds R. H.** J and CTOD estimation equations for shallow cracks in single edge notch bend specimens. Shallow crack fracture mechanics, toughness tests and applications // J. Testing Evaluation. 1993. V. 21. P. 228–238.
5. **Vagapov R. D., Dimentberg F. M., Serensen S. V.** Issues of dynamic strength of turbo generator rotors // Izv. Akad. Nauk SSSR. Otd. Tekhn. Nauk. 1955. N 9. P. 65–106.
6. **Uzhik G. V.** Scale factor associated with estimation of metal strength and calculation of machine elements // Izv. Akad. Nauk SSSR. Otd. Tekhn. Nauk. 1955. N 11. P. 109–121.
7. **Kirk M. T.** The second ASTM/ESIS symposium on constraint effects in fracture: an Overview // Intern. J. Pres. Vessels Piping. 1995. V. 64. P. 259–275.
8. **Nakamura T., Parks D. M.** Determination of elastic T -stress along three-dimensional crack fronts using an interaction integral // Intern. J. Solids Structures. 1991. V. 29. P. 1597–1611.
9. **Bilby B. A., Cardew G. E., Goldthorpe M. R., Howard I. C. A.** Finite element investigation of the effect of specimen geometry on the fields of stress and strain at the tips of stationary cracks // Size effects in fracture. L.: Mech. Engng Publ. Ltd., 1986. P. 37–46.
10. **Betegon C., Hancock J. W.** Two-parameter characterization of elastic-plastic crack tip fields // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1991. V. 58. P. 104–110.
11. **Pluvinage G.** Fracture and fatigue emanating from stress concentrators. S. l.: Kluwer Acad. Publ., 2003.

12. **Yang B., Ravi-Chandar K.** Evaluation of elastic T -stress by the stress difference method // Engng Fracture Mech. 1999. V. 64. P. 589–605.
13. **Chao Y. J., Reuter W. G.** Fracture of surface cracks under bending loads // Fatigue Fracture Mech. 1997. V. 28. P. 214–242.
14. **Ayatollah M. R., Pavier M. J., Smith D. J.** Determination of T -stress from finite element analysis for mode I and mixed mode I/II loading // Intern. J. Fracture. 1998. V. 91. P. 283–298.
15. **Wang X.** Elastic stress solutions for semi-elliptical surface cracks in infinite thickness plates // Engng Fracture Mech. 2003. V. 70. P. 731–756.
16. **Williams J. G., Ewing P. D.** Fracture under complex stress the angled crack problems // Intern. J. Fracture. 1972. V. 8, N 4. P. 416–441.
17. **Hadj Meliani M., Azari Z., Pluinage G., Matvienko Yu. G.** The effective T -stress estimation and crack paths emanating from U-notches // Engng Fracture Mech. 2010. V. 77, N 11. P. 1682–1692.
18. **Elazzizi A., Hadj Meliani M., Khelil A., et al.** The master failure curve of pipe steels and crack paths in connection with hydrogen embrittlement // Intern. J. Hydrogen Energy. 2015. V. 40, iss. 5. P. 2295–2302.
19. **Hadj Meliani M., Matvienko Y. G., Pluinage G.** Two-parameter fracture criterion ($K_{\rho-T_{ef,c}}$) based on notch fracture mechanics // Intern. J. Fracture. 2011. V. 167. P. 173–182.
20. **Hadj Meliani M., Azari Z., Pluinage G., Matvienko Yu. G.** Two parameter engineering fracture mechanics: calculation of the relevant parameters and investigation of their influence on the surface notch // Integrity of pipelines transporting hydrocarbons. NATO science for peace and security ser. C. Environmental security. Dordrecht: Springer Sci.: Business Media B. V., 2011. P. 245–247.
21. **Hadj Meliani M., Azari Z., Pluinage G., Capelle J.** Gouge assessment for pipes and associated transferability problem // Engng Failure Anal. 2010. V. 17, N 5. P. 1117–1126.
22. **Nateche T., Hadj Meliani M., Khan S. M. A., et al.** Residual harmfulness of a defect after repairing by a composite patch // Engng Failure Anal. 2015. V. 48. P. 166–173.
23. **Maleski M. J., Kirigulige M. S., Tippur H. V.** A method for measuring Mode I crack tip constraint under dynamic and static loading conditions // Soc. Exp. Mech. 2004. V. 44, N 5. P. 522–532.

*Поступила в редакцию 15/XII 2014 г.,
в окончательном варианте — 16/IX 2015 г.*
