

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ В ДВУХСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ С ПРОНИЦАЕМЫМИ ГРАНИЦАМИ

Д. Д. Аксененко, Г. Н. Нестеров, Ф. Ф. Спиридонов

(Бийск)

Известен приближенный метод расчета двухсвязных течений в областях с непроницаемыми границами в переменных функциях тока — завихренность [1]. Вдвух или отсос газа через проницаемые участки границ существенно усложняют задачу: функция тока — переменная и зачастую неоднозначная величина на границе с проницаемыми участками. Предлагается метод, позволяющий преодолеть возникающие в связи с этим затруднения при формулировке и решении задачи.

1. Рассматривается плоское или осесимметричное течение вязкого теплопроводного газа в двухсвязной области D , ограниченной контурами $S(abcdghpq)$ и $L(klmn)$ (рис. 1). На проницаемых участках lm и nk контура L происходит вдвух газа, который истекает из области D через отрезок qa контура S .

Течение описывается системой уравнений

$$(1.1) \quad (\nabla, \nabla) \Psi = -\Omega, \quad \text{Re}(\mathbf{W}, \nabla) \Omega = (\nabla, \nabla) \Omega + \nu \frac{\partial \Omega}{\partial Y},$$

$$\text{Re}(\mathbf{W}, \nabla) \Theta = (\nabla, \nabla) \Theta + \nu \frac{\partial \Theta}{\partial Y},$$

где Re , Pe — числа Рейнольдса и Пекле; $\mathbf{W}$ — вектор скорости, имеющий компоненты u , v (рис. 1); Θ — температура; ∇ — оператор градиента; $(\nabla, \nabla) = \partial^2/\partial Z^2 + \partial^2/\partial Y^2$ — оператор Лапласа; $(\mathbf{W}, \nabla)$ — скалярное произведение; $\omega = -[\partial/\partial y(1/y^{\nu} \rho \cdot \partial \Psi/\partial y) + \partial/\partial z(1/y^{\nu} \rho \cdot \partial \Psi/\partial z)]$ — завихренность; $\partial \Psi/\partial y = y^{\nu} \rho u$, $\partial \Psi/\partial z = -y^{\nu} \rho v$ — производные функции тока;

ρ — плотность газа; $\nu = \begin{cases} 0 & \text{— плоское течение,} \\ 1 & \text{— осесимметричное течение;} \end{cases}$ безразмерные величины обозначены большими буквами, а размерные — малыми. Предполагается, что тепловыделение вследствие вязкой диссипации пренебрежимо мало.

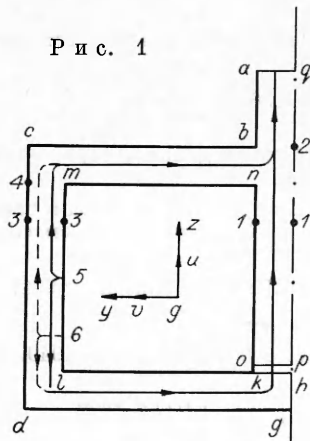
В соответствии с рекомендациями [2] система (1.1) сводится к системе алгебраических конечно-разностных уравнений, которая решается итеративным методом последовательной релаксации с набором параметров Чебышева для Ψ . В качестве критерия сходимости используется максимальная относительная невязка по всем переменным. Зависимость плотности газа от температуры учитывалась с помощью уравнения состояния

идеального газа при постоянном давлении $\rho = \rho_0(\Theta/\Theta_0)$ (Θ_0 — температура вдуваемого газа).

2. Граничные условия (ГУ) для температуры варьировались в пределах $\Theta_w = \Theta_w/\Theta_0 = 0,13-1$, $\Theta_t = \Theta_t/\Theta_0 = 0,36-1$, где индекс w обозначает температуру на участках bc , cd , dg контура S , а t — температуру на участках lk , mn контура L . На оси симметрии gq , на выходе qa и на участках lm , nk контура L соответственно $\partial \Theta/\partial y = 0$, $\partial \Theta/\partial z = 0$, $\Theta = \Theta_0$.

ГУ для завихренности задавались согласно рекомендациям [3]. Для преодоления трудностей, возникающих при задании ГУ для функции тока (устранения неоднозначности Ψ на контуре L), исходная двухсвязная область D заменена введением фиктивных границ (ФГ) hk и op на односвязную область D_1 , ограни-

Р и с. 1



ченную контуром $G: abcdghklmnopq$. При этом предполагается, что параметры газа одни и те же на обеих ФГ. Для уменьшения геометрических искажений расчетной области расстояние между ФГ должно быть минимальным с точки зрения численной реализации.

Таким образом, функция тока всюду на контуре G определена однозначно, и значения ее могут быть получены интегрированием: $\Psi = \oint_G y^v \rho \times \times u dy - y^v \rho v dz + c_z$.

Константа интегрирования c_z априори неизвестна и находилась в процессе численного конечно-разностного итеративного решения задачи одним из следующих интегральных соотношений:

$$(2.1) \quad c_z = \int_{y_2}^{y_3} y^v \rho u(y, z_1) dy;$$

$$(2.2) \quad c_z = - \int_0^{y_1} y^v \rho u(y, z_2) dy - \int_{z_1}^{z_2} y_1^v \rho_0 v_1 dz;$$

$$(2.3) \quad c_z = - \int_{z_1}^{z_2} y_2^v \rho_0 v_2 dz + \int_{y_2}^{y_3} y^v \rho u(y, z_2) dy.$$

Здесь y_1, y_2, y_3, z_1, z_2 — координаты отрезков nk, lm, cd, kl, mn контура G ; v_1, v_2 — линейная скорость вдува на отрезках nk, lm ; ρ_0 — плотность вдуваемого газа.

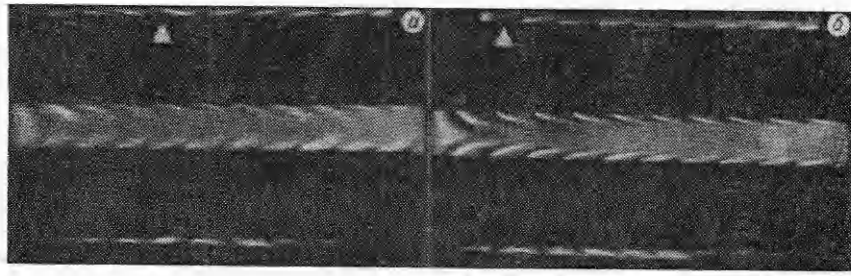
Если v_1, v_2, ρ_0 не зависят от координаты z , то соответствующие интегралы в правых частях (2.2) и (2.3) легко находятся, а остальные интегралы определялись численно на каждой итерации по расчетным полям скорости и плотности. Значение c_z для последующей итерации получалось как среднее арифметическое из трех значений, найденных из уравнений (2.1)–(2.3). По мере сходимости решения системы (1.1) c_z стремится к постоянному значению, характерному только для данного решения. На первой итерации $c_z = 0$.

При задании Ψ на контуре G необходимо знать профиль скорости на ФГ. Для принятого положения ФГ (см. рис. 1) по результатам предварительных исследований выбран профиль скорости $u_f = (2^v c_z / \rho y_1^{v+1}) e^s \times \times (1 - e^{1-s})$ ($s = (y/y_1)^{v+1}$).

3. Проведенное экспериментальное изучение плоских течений воздуха в двухсвязных областях, подобных области D , выявило характерную для таких течений особенность — растекание газа в противоположных направлениях от некоторой линии — сепаратрисы. Положение сепаратрисы зависит от отношения $v_2/v_1 = \lambda$ и геометрических параметров области.

Эксперименты проводились совместно с лабораторией термогазодинамики Института теплофизики СО АН СССР. Для визуализации течения на пористой поверхности размещалась нихромовая проволока толщиной 0,2 мм, нагреваемая электрическим током. Нагретый газ в следе за этой проволокой наблюдался прибором Теплера. Сравнение экспериментальных данных с численными результатами показало их удовлетворительное совпадение в широком диапазоне изменения λ и геометрии области течения. На рис. 2, а, б треугольником показано расчетное положение сепаратрисы при $\lambda = 1,17, \gamma = 0,43$ и $\lambda = 0,48, \gamma = 0,43$ соответственно ($\gamma = (y_3 - y_2)/y_1$).

Некоторые результаты численного исследования осесимметричного течения представлены на рис. 3, а, б и 4, а, б. На рис. 3, а показаны расчетные профили скорости в сечении 1–1 (см. рис. 1) цилиндрического канала. Кривые 1, 2 — профили скорости при $\Theta_\infty = \Theta_t = 1$ и $\Theta_w = 0,18, \Theta_t = 0,36$ соответственно, u_m — максимальное значение скорости в сечении. Расчетные профили скорости близки к аналитическому решению

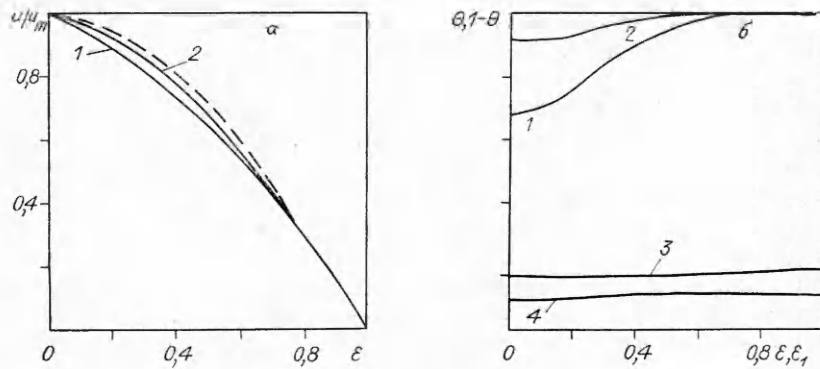


Р и с. 2

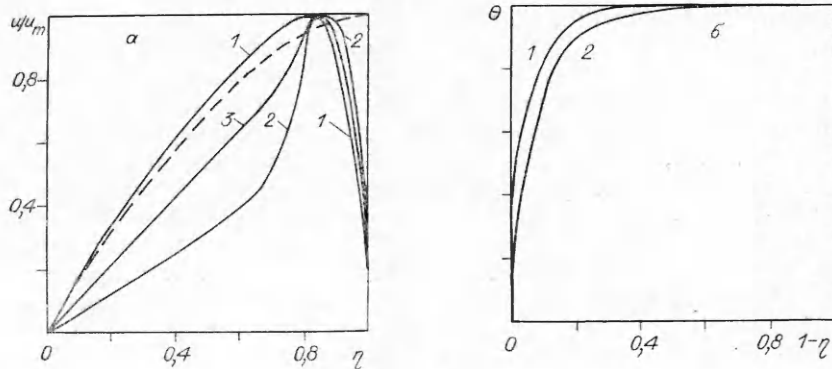
для каналов со вдувом невязкого газа $u = u_m \cos (\pi/2 \cdot \varepsilon)$ [4], показанному на рис. 3, а штриховой линией.

Рис. 3, б иллюстрирует расчетное распределение температуры в том же сечении канала (кривые 1, 2 — $\Theta_w = 0,18$, $\Theta_t = 0,36$) и в сечении б — 2 (кривые 3, 4 — $\Theta_w = 0,45$, $\Theta_t = 0,36$) при различных температурных ГУ. Линии 3, 4 — это зависимости $1 - \Theta$ от $\varepsilon_1 = (y/y_b)^2$ (y_b — радиальная координата точки б). Видно, что среднеинтегральная температура потока на выходе (сечение б — 2) при указанных ГУ на 10—20% меньше температуры вдуваемого газа. Следует отметить незначительное влияние температурных ГУ на профили скорости в цилиндрическом канале.

На рис. 4, а приведены расчетные профили скорости в сечении 3—3 кольцевого канала. В случае изотермического течения при $\eta = (y^2 - y_2^2)/(y_3^2 - y_2^2) < 0,8$ профиль скорости (линия 1) удовлетворительно согласуется с аналитическим решением [4] $u = u_m \sin (\pi/2 \cdot \eta)$ (штриховая линия). При изменении ГУ (кривая 2 — $\Theta_w = 0,18$, $\Theta_t = 0,36$, 3 — $\Theta_w =$



Р и с. 3



Р и с. 4

$= 0,45$, $\Theta_t = 0,36$) профиль скорости в кольцевом канале заметно деформируется. Распределение температуры на выходе из кольцевого канала (сечение $4 - m$) показано на рис. 4, б ($1 - \Theta = 0,36$, $2 - \Theta = 0,18$). При $\Theta_w = 0,18$, $\Theta_t = 0,36$, $\lambda = 1$ сепаратриса занимает положение 5 (см. рис. 1, направление течения показано сплошной линией), при $\Theta_w = 0,18$, $\Theta_t = 0,36$, $\lambda = 2,16$ — положение 6 (направление течения показано штриховой линией). Влияние неизотермичности течения на положение сепаратрисы несущественно.

Численный эксперимент, проведенный для оценки влияния расстояния между ФГ на картину течения, показал, что при уменьшении этого расстояния на δ сепаратриса смещается на $\sim \delta/2$ в сторону лучшего соответствия опытным данным. Исследовалось также влияние положения ФГ на расчетное положение сепаратрисы. Установлено, что расчетное положение сепаратрисы инвариантно относительно изменения положения ФГ при задании на них соответствующего профиля скорости. Выбранное положение ФГ (hk , op , см. рис. 1) представляется более приемлемым при изучении влияния неизотермичности на картину течения и удобным с точки зрения численной реализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смагулов Ш., Оруханов М. К. Приближенный метод решения уравнений гидродинамики в многосвязных областях // ДАН СССР. — 1981. — Т. 260, № 5.
2. Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др. Численные методы исследования течений вязкой жидкости. — М.: Мир, 1972.
3. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980.
4. Berman A. S. Laminar flow in an annulus with porous walls // J. Appl. Phys. — 1958. — V. 29, N 1.

Поступила 22/X 1986 г.

УДК 624.131

АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛОИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

М. Г. Марков, А. Ю. Юматов

(Калинин)

Изучение распространения упругих волн в неоднородных насыщенных пористых средах представляет интерес как с точки зрения приложений в технике и геофизике, так и в теоретическом плане. Последовательное описание процессов распространения упругих волн в насыщенных пористых средах возможно в рамках теории Френкеля — Био [1—4]. Уравнения этой теории в пренебрежении эффектами термоупругости имеют вид

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho_{11} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} &= b \frac{\partial}{\partial t} (v_i - u_i) - \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j}, \\ \rho_{12} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} &= b \frac{\partial}{\partial t} (u_i - v_i) - \frac{\partial s}{\partial x_i}, \end{aligned}$$

где u_i , v_i — компоненты векторов смещения скелета и флюида; ρ_{11} — эффективная плотность скелета, движущегося в заполнителе; ρ_{22} — эффективная плотность заполнителя, движущегося в пористой среде; $\rho_{12} < 0$ — присоединенная плотность жидкости; $P_{ij} = A e \delta_{ij} + 2 N e_{ij} + Q e \delta_{ij}$; $s = Q e + R \epsilon$; $e = \text{div} \mathbf{u}$; $\epsilon = \text{div} \mathbf{v}$; $e_{ij} = (1/2)(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$; A , N , Q , R — константы упругих связей пористой среды; коэффициент b характеризует трение за счет движения жидкости: $b = \mu \Phi^2 / K_{\text{пр}}$ (μ — вязкость флюида, Φ — объемная пористость, $K_{\text{пр}}$ — коэффициент проницаемости).