

УДК 669.86:536.21

**Математическое моделирование  
тепломассопереноса в условиях  
смешанной конвекции в прямоугольной  
области с источником тепла  
и теплопроводными стенками\***

**Г.В. Кузнецов, М.А. Шерemet**

*Томский политехнический университет*

*Томский государственный университет*

Проведено численное моделирование сопряженного конвективно-кондуктивного теплопереноса в прямоугольной области с источником тепловыделения при наличии вынужденного течения и массообмена. Получены распределения тепловых и гидродинамических характеристик, описывающие специфические особенности исследуемых режимов течения. Проанализировано взаимное влияние вынужденного и свободноконвективного течения. Установлены масштабы воздействия определяющих безразмерных комплексов ( $Gr$ ,  $Bz$ ,  $Re$ ) на режимы течения. Показана эволюция анализируемого процесса.

**ВВЕДЕНИЕ**

Анализ взаимного влияния вынужденной и естественной конвекции в прямоугольной области в условиях нелинейного воздействия окружающей среды при наличии диффузионных эффектов и локального источника тепловыделения имеет фундаментальное и прикладное значение [1, 2].

Основной интерес представляет наиболее полное исследование влияния безразмерных определяющих комплексов на структуру течения и режимы теплопереноса. Такой подход позволяет получить соответствующие корреляционные соотношения между тепловыми и гидродинамическими характеристиками, что является наиболее значимым при проектировании технических устройств, в которых реализуется механизм смешанной конвекции.

Тепловые режимы радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники (РЭА и ЭТ) в значительной степени определяют надежность их работы [3]. Миниатюризация устройств радиоэлектроники привела к необходимости концентрации внимания на термическом состоянии объекта. При этом одним из важных вопросов является выбор способа охлаждения РЭА. Используемые в РЭА системы охлаждения делятся на воздушные, жидкостные, испарительные, кондуктивные и комбинированные [3–5]. В настоящей работе анализируется возможная схема воздушного охлаждения РЭА с использованием проточного воздуха из окружающей среды.

---

\* Работа выполнена при совместной финансовой поддержке РФФИ и Администрации Томской области (грант № 05-02-98006 конкурс р\_объ\_а).

Процесс охлаждения узлов, блоков и даже отдельных электрорадиоэлементов современных РЭА и ЭТ является достаточно сложной научно-технической проблемой, от решения которой зависит надежность конкретных изделий. Этот вопрос приобретает все большее значение в последнее время в связи с тенденциями энергонасыщения современных образцов РЭА и ЭТ, а с другой стороны, с тенденцией миниатюризации каждого образца или, по крайней мере, максимального снижения его массогабаритных характеристик. При решении сформулированной проблемы возникает ряд задач, реализация которых экспериментальными методами практически невозможна. Такой задачей, например, является выбор конструктивно-компоновочных параметров и режимов работы систем обеспечения теплового режима РЭА и ЭТ, автономно работающих в условиях производств с повышенным содержанием каких-либо антропогенных газообразных загрязнителей атмосферы (окислов серы, азота, органических соединений с повышенной химической активностью, паров кислот и др.). Даже малые концентрации таких веществ в окружающей РЭА и ЭТ среде могут привести к интенсивной деградации элементов за счет окисления, коррозии, термической деструкции или других физико-химических процессов. По этим причинам необходимо прогностическое моделирование тепломассообменных процессов в трактах охлаждения РЭА и ЭТ с учетом основных значимых факторов, в том числе неоднородности состава воздуха.

Целью исследования является численный анализ влияния основных термогидродинамических параметров на тепломассоперенос в системе. Рассматривается смешанная конвекция газа в прямоугольной области при наличии твердых стенок конечной толщины и внутреннего массопереноса в условиях конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой.

При конструировании радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники используются самые различные конструктивно-компоновочные схемы [6, 7]. В них реализуются разные сочетания геометрических размеров отдельных элементов конструкции. В настоящей работе рассматривается достаточно распространенная геометрическая схема (рис. 1) элементарной ячейки блока РЭА или ЭТ с выходом через одну из граней в окружающую среду для охлаждения панелей с элементами, имеющими высокие рассеиваемые мощности.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Решается краевая задача нестационарного сопряженного тепломассопереноса для области, представленной на рис. 1.

Исследуемый объект представляет собой совокупность прямоугольников, имеющих разные размеры и теплофизические характеристики. Источник тепловыделения, расположенный в основании газовой полости, имеет постоянную температуру. Горизонтальные стенки ( $y = 0$ ,  $y = L_y$ ) и вертикальная стенка ( $x = L_x$ ) конечной толщины, образующие газовую полость, предполагаются теплоизолированными с наружной стороны.

На внешней границе  $x = 0$  моделируется конвективно-радиационный теплообмен с окружающей средой. Во входном

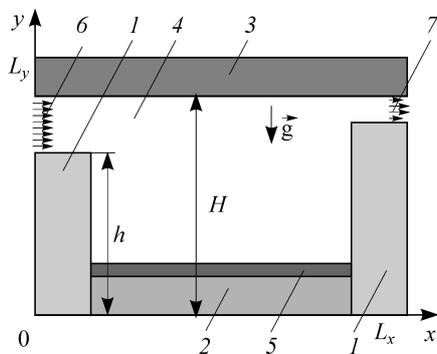


Рис. 1. Область решения рассматриваемой задачи: 1, 2, 3 — элементы твердого материала, 4 — газовая полость, 5 — источник тепловыделения, 6 — входное отверстие, 7 — выходное отверстие.

отверстии (зона 6 на рис. 1) данной границы задается постоянная концентрация газовой примеси и постоянная горизонтальная скорость потока. На выходе из полости (зона 7) для потока газа задавались условия симметрии по продольному направлению.

Предполагается, что теплофизические свойства элементов твердого материала и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ считается ньютоновской жидкостью, несжимаемой и удовлетворяющей приближению Буссинеска. Движение газа и теплоотдача во внутреннем объеме принимаются плоскими, теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками — пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом, газ абсолютно прозрачным для теплового излучения. Также предполагается, что члены в уравнении энергии, характеризующие вязкую диссипацию и работу сил давления, пренебрежимо малы. Эффекты второго порядка (диффузионный термоэффект и термодиффузия) также не учитываются.

Процесс переноса тепла и массы в рассматриваемой области (см. рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в газовой полости [8–10], уравнением диффузии и нестационарным двумерным уравнением теплопроводности для элементов твердого материала [11] с нелинейными граничными условиями.

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных функция тока–завихренность–температура–концентрация. В качестве масштаба расстояния выбрана длина рассматриваемой области решения по оси  $x$ . Для приведения к безразмерному виду системы уравнений использовались следующие соотношения:

$$X = x/L_x, \quad Y = y/L_x, \quad \tau = t/t_0, \quad U = u/V_{in}, \quad V = v/V_{in}, \quad \Theta = (T - T_0)/\Delta T, \\ \zeta = (C - C_0)/\Delta C, \quad \Psi = \psi/\psi_0, \quad \Omega = \omega/\omega_0,$$

при  $\Delta T = T_{hs} - T_0$ ,  $\Delta C = C_{in} - C_0$ ,  $\psi_0 = V_{in} L_x$ ,  $\omega_0 = V_{in}/L_x$ , где  $x, y$  — координаты декартовой системы координат,  $X, Y$  — безразмерные координаты, соответствующие координатам  $x$  и  $y$ ,  $t$  — время,  $t_0$  — масштаб времени,  $\tau$  — безразмерное время,  $u, v$  — составляющие скорости в проекции на оси  $x, y$  соответственно,  $U, V$  — безразмерные скорости, соответствующие скоростям  $u, v$ ,  $V_{in}$  — масштаб скорости (скорость потока на входе в полость),  $\Theta$  — безразмерная температура,  $T_0$  — начальная температура в области решения,  $T_{hs}$  — температура на источнике тепловыделения,  $\zeta$  — безразмерная концентрация примеси,  $C_0$  — начальная концентрация в области решения,  $C_{in}$  — концентрация примеси на входе в полость,  $\psi$  — функция тока,  $\psi_0$  — масштаб функции тока,  $\Psi$  — безразмерный аналог функции тока,  $\omega$  — вихрь скорости,  $\omega_0$  — масштаб вектора вихря,  $\Omega$  — безразмерный аналог вектора вихря.

Безразмерные уравнения сопряженного тепломассопереноса:  
– для газа (4 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial X} + \text{Br} \frac{\partial \zeta}{\partial X} \right), \quad (1)$$

$$\Delta \Psi = -\Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \zeta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \zeta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Sc}} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial Y^2} \right), \quad (4)$$

– для элементов твердого материала

$$\frac{1}{\text{Fo}_i} \frac{\partial \Theta_i}{\partial \tau} = \Delta \Theta_i, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (5)$$

Здесь  $\text{Re} = V_{\text{in}} L_x / \nu$  — число Рейнольдса,  $\text{Gr} = g_y \beta \Delta T L_x^3 / \nu^2$  — число Грасгофа,  $\beta$  — температурный коэффициент объемного расширения,  $g_y$  — составляющая ускорения силы тяжести в проекции на ось  $y$  ( $g_x = 0$ ),  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости,  $\text{Br} = (\beta_c \Delta C) / (\beta \Delta T)$  — параметрический критерий,  $\beta_c = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{p, T}$  — диффузионный коэффициент объемного расширения,  $\text{Pr} = \nu / a$  — число Прандтля,  $\text{Sc} = \nu / D$  — число Шмидта,  $D$  — коэффициент диффузии,  $\text{Fo}_i = a_i t_0 / L_x^2$  — число Фурье, соответствующее  $i$ -ой подобласти,  $a_i$  — коэффициент теплопроводности  $i$ -ой подобласти,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2}$  — оператор Лапласа.

Представлены начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(5).

Начальное условие:

$$\Psi(X, Y, 0) = 0, \quad \Omega(X, Y, 0) = 0,$$

$\Theta(X, Y, 0) = \zeta(X, Y, 0) = 0$ , на источнике тепловыделения в течение всего процесса  $\Theta = 1$ , во входном отверстии  $\zeta = 1$ .

Граничные условия:

– на границе  $X = 0$  реализованы условия, учитывающие теплообмен с внешней средой за счет конвекции и излучения,

$$\frac{\partial \Theta_i(X, Y, \tau)}{\partial X} = \text{Bi}_i \cdot \Theta_i(X, Y, \tau) + \text{Bi}_i \cdot \frac{T_0 - T_e}{T_{\text{hs}} - T_0} + Q_i, \quad (6)$$

$$\text{при } Q_i = N_i \left[ \left( \Theta_i(X, Y, \tau) + \frac{T_0}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 - \left( \frac{T_e}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 \right],$$

где  $i = 1, 3, 4$  в соответствии с рис. 1;

– на остальных внешних границах заданы условия теплоизоляции

$$\frac{\partial \Theta_i(X, Y, \tau)}{\partial X^k} = 0, \quad \text{где } X^1 \equiv X, X^2 \equiv Y; \quad i = \overline{1, 3};$$

– на всех участках области решения, в которых происходит сопряжение материалов с различными теплофизическими характеристиками, выполнялись условия 4-го рода:

$$\Theta_i = \Theta_j, \quad \frac{\partial \Theta_i}{\partial X^k} = \lambda_{j,i} \frac{\partial \Theta_j}{\partial X^k}, \quad i, j = \overline{1, 4}, \quad i \neq j, \quad k = 1, 2;$$

– на входе в полость (зона 6, см. рис. 1):

для уравнения энергии рассматриваются граничные условия 3 рода (6), для функции тока, завихренности и концентрации:

$$\Psi = Y - \frac{h}{L_x}, \quad \Omega = 0, \quad \zeta = 1;$$

– на выходе из полости (зона 7):

$$\frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \zeta}{\partial X} = \frac{\partial \Omega}{\partial X} = \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0;$$

– на границах твердого материала и газа, параллельных координатным осям  $OX(OY)$ , кроме  $Y = \frac{H}{L_x}$ :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_4, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y(\partial X)} = \lambda_{4,1} \frac{\partial \Theta_4}{\partial Y(\partial X)};$$

– на границе  $Y = \frac{H}{L_x}$ :

$$\Psi = \frac{H-h}{L_x}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial Y} = 0, \quad \Theta_3 = \Theta_4, \quad \frac{\partial \Theta_3}{\partial Y} = \lambda_{4,3} \frac{\partial \Theta_4}{\partial Y};$$

здесь  $Bi_i = \alpha L_x / \lambda_i$  — число Био, соответствующее  $i$ -ой подобласти,  $\alpha$  — коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения,  $T_e$  — температура окружающей среды,  $N_i = \varepsilon \sigma L_x (\Delta T)^3 / \lambda_i$  — число Старка, соответствующее  $i$ -ой подобласти,  $\varepsilon$  — приведенная степень черноты,  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана,  $\lambda_{ij} = \lambda_i / \lambda_j$  — относительный коэффициент теплопроводности,  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности  $i$ -ой подобласти.

Задача (1)–(5) с соответствующими граничными и начальными условиями решена методом конечных разностей [12] на равномерной сетке (200·200). Для аппроксимации конвективных слагаемых в эволюционных уравнениях применялась монотонная схема А.А. Самарского [13]. Дискретизация же диффузионных членов вводилась с использованием центральных конечных разностей. Значение вихря скорости на границах определялось по формуле Вудса [12, 14]. Для численного решения уравнений (1)–(5) применялась локально одномерная схема А.А. Самарского. В этой схеме решение двумерной системы сводится к последовательному решению методом прогонки одномерных систем [15] как систем разностных уравнений с трехдиагональными матрицами. Для разрешения нелинейного граничного условия III рода использовался метод простой итерации. Используемая локально одномерная схема является абсолютно устойчивой [13] и порядок аппроксимации разностной схемой исходной дифференциальной задачи —

$O(\tau_t + h_X^2 + h_Y^2)$ , где  $\tau_t$  — шаг по времени,  $h_X, h_Y$  — шаги разностной сетки по координатам  $X$  и  $Y$  соответственно. Уравнение Пуассона (2) для функции тока решалось на каждом шаге по времени методом установления [12].

Используемый метод решения был протестирован на ряде модельных задач как свободно-конвективного теплопереноса, так и сопряженного теплообмена [16, 17].

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численные исследования краевой задачи (1)–(5) с соответствующими начальными и граничными условиями проведены при следующих значениях безразмерных комплексов:  $10^3 \leq Gr \leq 10^7$ ,  $100 \leq Re \leq 700$ ,  $Pr = Sc = 0,7$ ,  $-5 \leq Br \leq 10$ . Безразмерные определяющие температуры и концентрации имели следующие значения:  $\Theta_e = -1$ ,  $\Theta_{hs} = 1$ ,  $\Theta_0 = \zeta_0 = 0$ ,  $\zeta_{in} = 1$ . Основное внимание уделялось анализу влияния чисел Грасгофа ( $Gr$ ) и Рейнольдса ( $Re$ ), характеризующих, соответственно, интенсивность источника тепловыделения и внешнее вынужденное течение (или вентиляцию), параметрического критерия ( $Br$ ), описывающего интенсивность источника примеси, а также временного фактора на распределения основных характеристик исследуемого процесса. Внутреннее термогидродинамическое состояние системы в такой постановке определяется тремя факторами: интенсивностью внешнего вынужденного течения, мощностью источника тепловыделения и расходом примеси.

##### *Влияние числа Грасгофа*

На рис. 2 представлены линии тока, поля температуры и поля концентрации, соответствующие режиму сопряженного тепломассопереноса при  $Br = 1$ ,  $Re = 500$ ,  $\tau = 100$ . Стрелками на линиях тока указано направление движения газа.

В режиме сопряженного тепломассопереноса, соответствующем  $Gr = 10^4$  (рис. 2, а), в газовой полости формируется одна наиболее интенсивная конвективная ячейка над источником тепловыделения. В угловых зонах области решения находятся рециркуляционные течения, образующиеся вследствие геометрической специфики объекта исследования. Направление движения газа в конвективной ячейке определяется внешним вынужденным течением. Имеет место (см. рис. 2) взаимодействие двух структур — свободно-конвективного течения, обусловленного наличием источника тепловыделения, и вынужденного течения. Наиболее наглядно это взаимодействие отражено полем температуры. На границе  $X = 0$  осуществляется теплообмен с внешней средой, температура которой ниже начальной температуры области решения. Поэтому течение, инициированное внешними источниками, достаточно интенсивно охлаждает внутреннюю полость. На рисунке видно как у правого элемента твердого материала формируется тепловой факел пониженной температуры, который в свою очередь является причиной искажения и деформации теплового факела, распространяющегося от нагревателя. При этом необходимо отметить, что фронт пониженной температуры начинает проникать вглубь газовой полости у правой стенки, а не у левой. Такое явление объясняется как интенсивностью вынужденного течения ( $Re = 500$ ), так и геометрией области решения (увеличенная высота правой стенки по сравнению с левой). Также на этом рисунке отражено нелинейное воздействие внешней среды на объект исследования. В левом элементе твердого материала имеет место продвижение фронта пониженной температуры. Последнее сказывается на асимметрии распределения изотерм в левой и правой стенках. Поле концентрации также отражает взаимодействие двух конвективных структур у правой стенки.



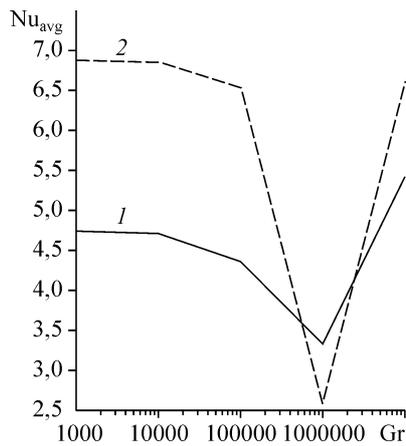


Рис. 3. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Грасгофа при  $Bg = 1$ ,  $Re = 500$ ,  $\tau = 100$ ;  $Nu_{1avg}$  (1),  $Nu_{2avg}$  (2).

примеси. Также необходимо отметить образование своеобразного диффузионного факела у левой стенки, обусловленного вторичным течением в этой зоне.

Дальнейшее увеличение числа Грасгофа ( $Gr = 7 \cdot 10^5$ , см. рис. 2, *d*) приводит к проникновению вынужденного течения в зону конвективной ячейки у левой стенки. Этому способствует расширение масштабов вторичной рециркуляции в этой области. Послед-

нее сказывается на смещении теплового факела к центру газовой полости и блокированию фронта пониженной температуры. Аналогичная картина наблюдается при анализе поля концентрации.

Результаты проведенного анализа можно интегрально представить в виде зависимостей от числа Грасгофа среднего числа Нуссельта на характерных границах газовой полости и элементов твердого материала:

$$Nu_{1avg} = \frac{1}{0,4} \int_{0,2}^{0,6} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=0,15} dY, \quad Nu_{2avg} = \frac{1}{0,5} \int_{0,2}^{0,7} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=0,85} dY.$$

Графические зависимости (рис. 3) среднего числа Нуссельта, описывающего обобщенный коэффициент теплообмена на границах  $X = 0,15$  и  $X = 0,85$ , от числа Грасгофа наглядно показывают немонотонный характер развития теплообмена между газовой полостью и стенками в диапазоне изменения определяющего параметра  $10^3 \leq Gr \leq 10^7$ . При  $10^3 \leq Gr \leq 10^6$  происходит снижение числа Нуссельта, что объясняется образованием застойной зоны у левой стенки и, соответственно, уменьшением градиента температуры. У правого элемента твердого материала происходит запираение и вытеснение фронта пониженной температуры, что также приводит к уменьшению градиента температуры. При  $Gr > 10^6$  картина меняется, происходит наиболее интенсивный отвод тепла с поверхности, приводящий к образованию значительных температурных перепадов.

#### **Влияние числа Рейнольдса**

На рис. 4 представлены линии тока, соответствующие режиму сопряженного теплопереноса при  $Bg = 1$ ,  $\tau = 100$ ,  $100 \leq Re \leq 700$ ,  $10^5 \leq Gr \leq 10^7$ .

Проанализировано влияние интенсивности вынужденного течения на формирование определенных структур тепловых, гидродинамических и диффузионных полей.

В режиме  $Gr = 10^5$  при  $Re = 100$  в газовой полости образуются две конвективные ячейки, расположенные над источником тепловыделения. Эти вихри разделяет вынужденное течение, которое из-за малой скорости движения достигает основания. При  $Re = 200$  происходит формирование более устойчивой конвективной ячейки, которая блокирует газовую полость от внешнего течения. Увеличивается в размерах вторичная рециркуляционная зона, расположенная у левого элемента твердого материала. При дальнейшем росте числа Рейнольдса до  $Re = 700$  эта зона несколько уменьшается в размерах. На рис. 5 показана зависимость среднего числа

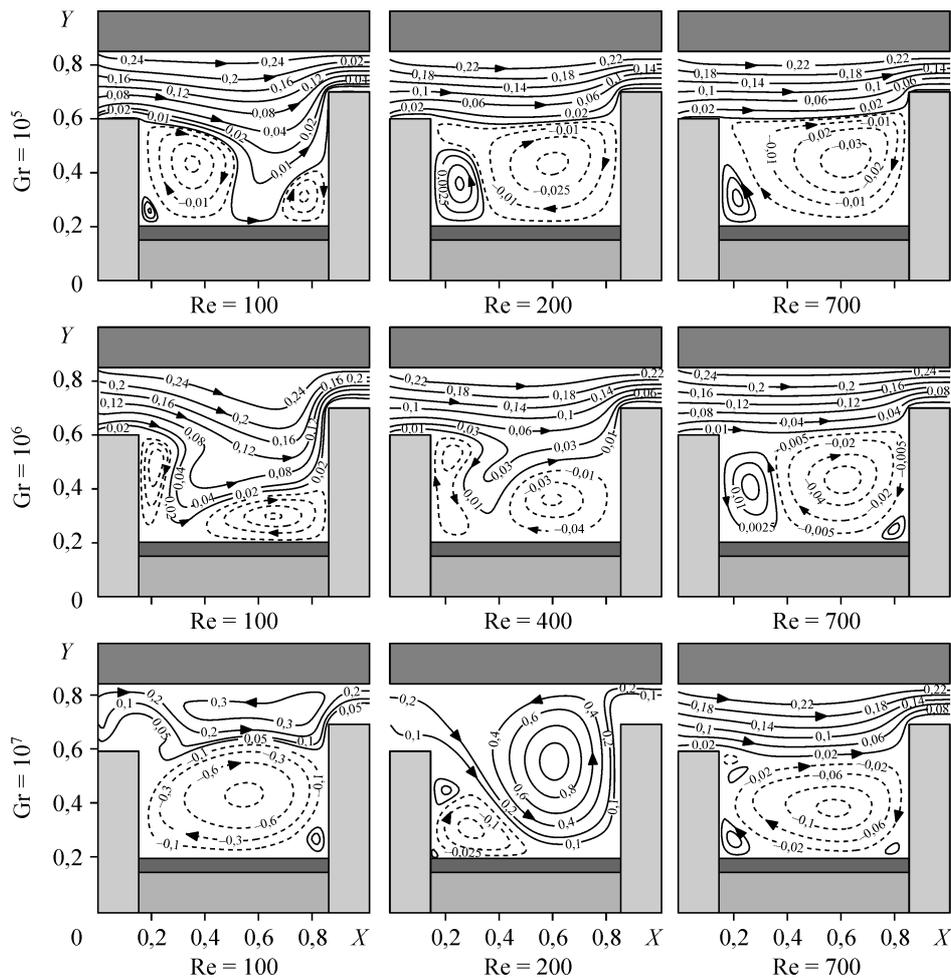
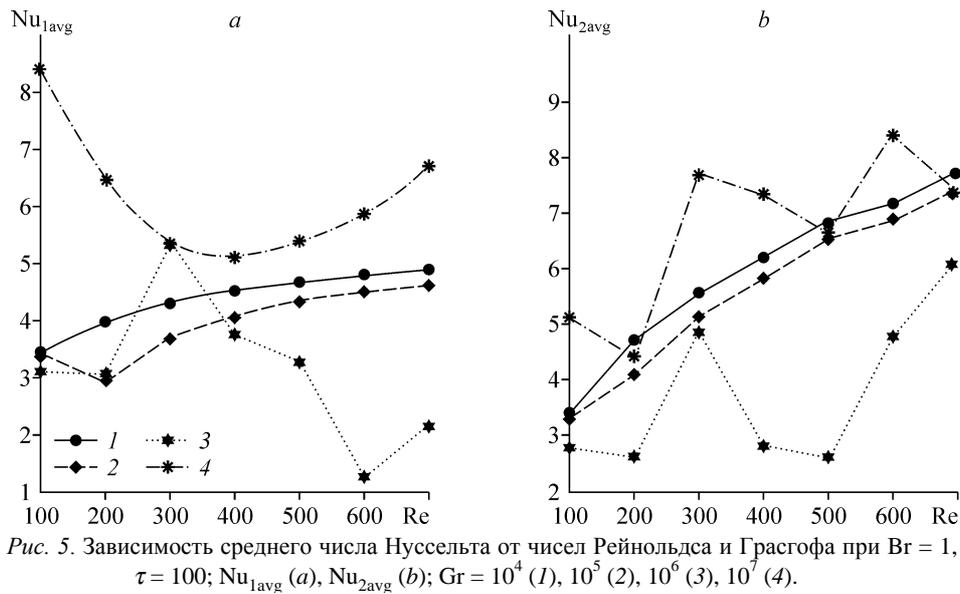


Рис. 4. Типичные линии тока  $\Psi$  при  $Bg = 1$ ,  $\tau = 100$  в зависимости от чисел Рейнольдса и Грасгофа.

Нуссельта на характерных границах от чисел Грасгофа и Рейнольдса. При  $Gr = 10^5$   $Nu_{1avg}$  сначала уменьшается ( $100 < Re < 200$ ), а далее начинает монотонно возрастать. Такой переход связан со своеобразной перестройкой поля течения, а соответственно и поля температуры.  $Nu_{2avg}$  в свою очередь монотонно увеличивается с ростом числа Рейнольдса.

В режиме сопряженного тепломассопереноса, соответствующем  $Gr = 10^6$  при  $Re = 100$ , также наблюдается проникновение вынужденного течения вглубь полости до источника тепловыделения. Отличия от предыдущего режима течения заключаются в ориентации и масштабах конвективных ячеек, образующихся из-за наличия источника тепловыделения. При  $Re < 600$  в газовой полости наблюдается существенное взаимодействие естественной и вынужденной конвекции. При  $Re = 700$  конвективная ячейка блокирует источник тепловыделения, но при этом остается застойная зона у левой стенки. Немонотонное поведение зависимостей в рассматриваемом режиме на рис. 5 объясняется возможной потерей устойчивости за счет взаимодействия вихревых структур различной природы.

Наиболее интересную картину течения можно наблюдать при  $Gr = 10^7$ . Малые числа Рейнольдса, характеризующие существенное влияние естественной



конвекции по сравнению с вынужденной, приводят к формированию неустойчивых режимов течения. Появление своеобразного возвратного движения в области верхнего элемента твердого материала ( $Re = 100$ ), увеличение масштабов которого приводит к переориентации вынужденного течения ( $Re = 200$ ), подтверждает сформулированный выше тезис. Но уже при  $Re = 700$  наблюдается устойчивая картина течения газа.

Изменения интегральных параметров теплопереноса представлены на рис. 5. Рост числа Нуссельта при увеличении числа Рейнольдса в условиях относительно небольших значений числа Грасгофа характеризует несущественную роль естественной конвекции по сравнению с вынужденной. При умеренных числах Грасгофа появляется немонотонность в поведении обобщенного коэффициента теплообмена, что связано с взаимодействием вынужденного и термогравитационного течений.

#### Влияние параметрического критерия $Br$

Параметрический критерий отражает относительную интенсивность источника примеси по сравнению с источником тепловыделения. Рост  $Br$  соответствует увеличению роли градиента диффузии в формировании определенного режима течения. При этом необходимо отметить, что параметрический критерий может принимать и отрицательные значения. Это связано с тем, что диффузионный коэффициент объемного расширения может быть как положительным, так и отрицательным, т. е. увеличение концентрации примеси может приводить либо к уменьшению плотности среды, либо к ее увеличению. В настоящей работе параметрический критерий изменялся в достаточно широком диапазоне  $-5 \leq Br \leq 10$ .

На рис. 6 представлены распределения линий тока, поля температуры и концентрации в режиме сопряженного тепломассопереноса, соответствующем  $Br = -5, 2, 3$  и  $Re = 500$ ,  $Gr = 10^5$ ,  $\tau = 100$ .

В состоянии, характеризующемся  $Br = -5$  (см. рис. 6, a), в газовой полости формируется целостная конвективная ячейка, приводящая к существенной перестройке как поля температуры, так и поля концентрации. При этом основным механизмом переноса тепла и массы в области над источником тепловыделения является естественная конвекция.

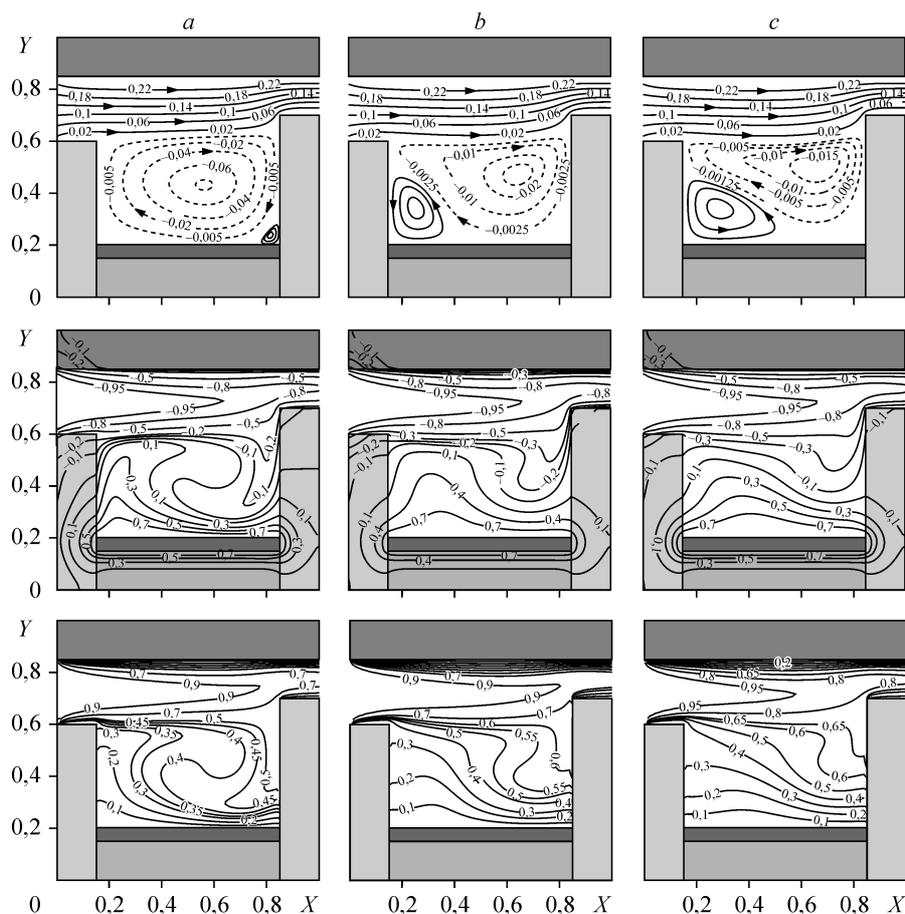


Рис. 6. Типичные линии тока  $\Psi$ , поле температуры  $\Theta$  и поле концентрации  $\zeta$  при  $Re = 500$ ,  $Gr = 10^5$ ,  $\tau = 100$ ;  $Br = -5$  (a), 2 (b), 3 (c).

Увеличение параметрического критерия до значения  $Br = 2$  (см. рис. 6, b) приводит к появлению у левого элемента твердого материала рециркуляционного течения, которое в некоторой степени деформирует конвективную ячейку и, тем самым, понижает скорость газа в ядре потока. Это приводит к снижению темпа термического перемешивания, наблюдается (поле температуры) расширение теплового факела. При этом деформируется его первоначальная конфигурация, что является следствием переориентации механизмов теплопереноса (начинает играть роль теплопроводность). Аналогичная картина наблюдается на рисунке, отображающем поле концентрации, — диффузия доминирует. При  $Br = 3$  (см. рис. 6) происходит изменение масштаба и положения вторичной рециркуляции у левой стенки. Тепловой факел сглаживается, что свидетельствует об ослаблении конвективного механизма переноса тепла. Линии постоянной концентрации также указывают на увеличение роли диффузии в формировании определяющих полей.

#### **Влияние фактора нестационарности**

Зависимость искомых величин от времени вносит существенные коррективы при формировании гидродинамических, тепловых и диффузионных режимов течения. Фактор нестационарности определяется не только динамикой полей определяемых величин в газовой полости, связанной с зарождением течения (из состояния покоя в начальный момент времени), формированием основных вихревых структур,

взаимодействием между ними и переходом к некоторому квазистационарному режиму, но и тепловой инерционностью элементов твердого материала вследствие кондуктивного теплопереноса. Сформулированный выше тезис и выделяет класс сопряженных задач в специфическую структуру [18–22]. Сопряженная постановка позволяет не только учесть наиболее адекватное изменение температуры при тепловой нагрузке твердых стенок, имеющих конечную толщину, но и временной фактор, который оказывает влияние на распределение как локальных (рис. 7), так и интегральных характеристик (рис. 8).

На рис. 7 показана динамика формирования гидротермодиффузионных полей в режиме  $Re = 500$ ,  $Gr = 10^6$ ,  $Br = 1$ .

При  $\tau = 20$  (см. рис. 7, *a*) в газовой полости формируется неоднородная конвективная ячейка, отделяющая зоны влияния вынужденного и свободно-конвективных течений. При этом у левого элемента твердого материала формируется тепловой факел, характеризующий наличие ядра ячейки. В этой же зоне происходит циркуляция примеси различной концентрации. Также необходимо отметить незначительное влияние конвективного теплопереноса в газовой полости на интенсификацию теплопроводности в элементах твердого материала.

При увеличении  $\tau$  до значения  $\tau = 40$  в газовой полости у левой стенки происходит увеличение размеров застойной зоны, что сказывается на изменении положения теплового и диффузионного факелов.

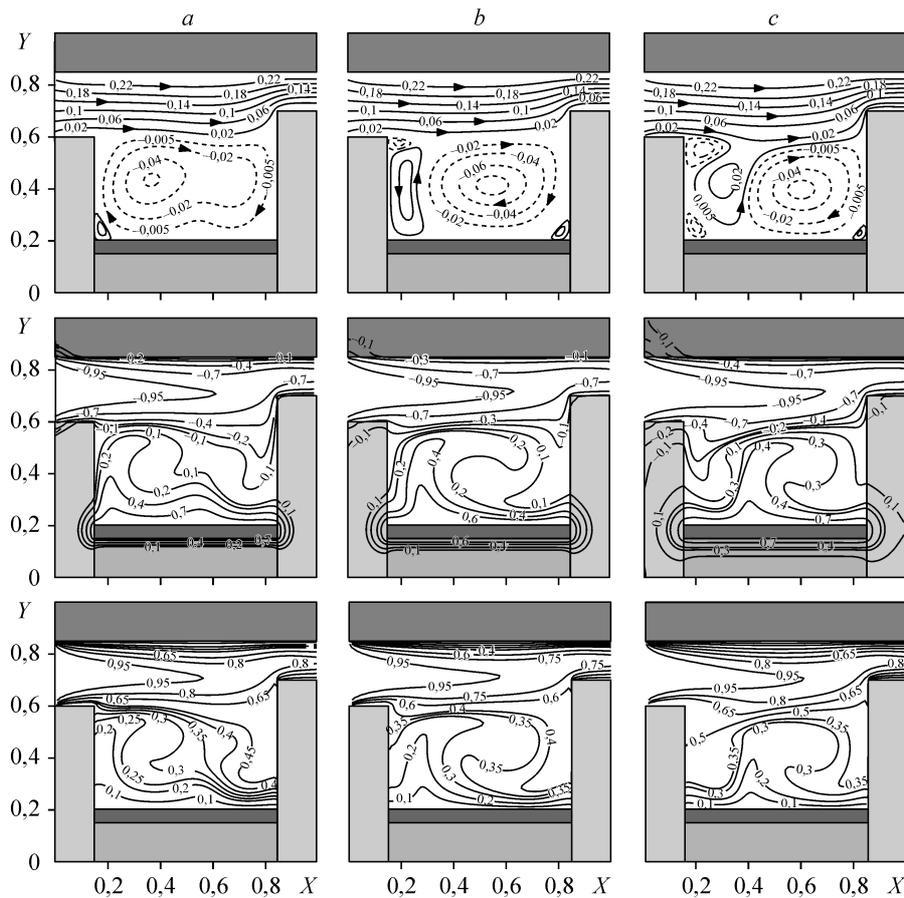


Рис. 7. Типичные линии тока  $\Psi$ , поле температуры  $\Theta$  и поле концентрации  $\zeta$  при  $Re = 500$ ,  $Gr = 10^6$ ,  $Br = 1$ ;  $\tau = 20$  (*a*), 40 (*b*), 100 (*c*).

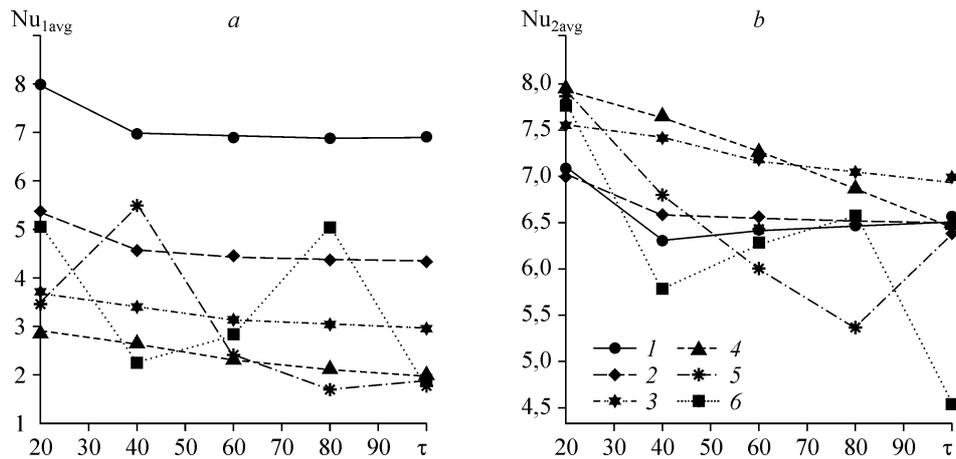


Рис. 8. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени и параметрического критерия при  $Re = 500$ ,  $Gr = 10^5$ ;  $Nu_{1avg}$  (a),  $Nu_{2avg}$  (b);  $Br = -5$  (1), 1 (2), 3 (3), 5 (4), 7 (5), 9 (6).

При  $\tau = 100$  происходит объединение рециркуляционной зоны, находящейся у левого элемента твердого материала, с вынужденным течением. Наблюдается проникновение вынужденного течения вглубь газовой полости. Последнее продолжает вытеснять тепловой и диффузионный факелы к центру источника тепла.

Представленная динамика тепловых полей достаточно хорошо демонстрирует понятие сопряженности — влияния конвективного теплопереноса в газовой полости на кондукцию в элементах твердого материала, причем данный процесс является существенно нестационарным. Временная зависимость интегральных параметров проиллюстрирована рис. 8.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численно решена задача сопряженной смешанной конвекции в прямоугольной области при наличии локального источника тепловыделения и вынужденного течения в условиях конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой. Выделены особенности гидродинамики, теплопереноса и диффузионных полей, соответствующие различным режимам течения  $10^3 \leq Gr \leq 10^7$ ,  $100 \leq Re \leq 700$ ,  $Pr = Sc = 0,7$ ,  $-5 \leq Br \leq 10$ . Проанализировано влияние числа Грасгофа, числа Рейнольдса, параметрического критерия и фактора нестационарности как на локальные характеристики (линии тока, поля температуры и концентрации), так и на интегральную характеристику (среднее число Нуссельта на двух характерных границах). Установлено, что особенности исследуемого процесса обусловлены не только возможным переменным во времени воздействием окружающей среды, но и тепловой инерционностью элементов твердого материала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыков А.В., Алексашенко А.А., Алексашенко В.А. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. — Минск: Наука и техника, 1971. — 346 с.
2. Табушников Ю.А., Бродач М.М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. — М.: АВОК-ПРЕСС, 2002. — 194 с.
3. Дульнев Г.Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. — М.: Высшая школа, 1984. — 247 с.
4. Abourida B., Hasnaoui M. Numerical study of partitions effect on multiplicity of solutions in an infinite channel periodically heated from below // Energy Conversion and Management. — 2005. — Vol. 46. — P. 2697–2717.

5. **Alami M., Najam M., Semma E., Oubarra A., Penot F.** Electronic components cooling by natural convection in horizontal channel with slots // *Energy Conversion and Management*. — 2005. — Vol. 46. — P. 2762–2772.
6. **Варламов Р.Г.** Краткий справочник конструктора радиоэлектронной аппаратуры. — М.: Советское радио, 1973. — 856 с.
7. **Варламов Р.Г.** Справочник конструктора РЭА: Общие принципы конструирования. — М.: Советское радио, 1980. — 480 с.
8. **Джалурия Й.** Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. — М.: Мир, 1983. — 400 с.
9. **Терехов В.И., Терехов В.В.** Теплообмен в высоком замкнутом вертикальном канале с оребрением одной из сторон // *ТВТ*. — 2006. — Т. 44, № 3. — С. 439–444.
10. **Соковишин Ю.А., Мартыненко О.Г.** Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. — 224 с.
11. **Лыков А.В.** Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 600 с.
12. **Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.** Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984. — 288 с.
13. **Самарский А.А.** Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
14. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980. — 616 с.
15. **Березин И.С., Жидков Н.П.** Методы вычислений. — М.: Физматгиз, 1962. — Т. 2. — 640 с.
16. **G. de Vahl Davis.** Natural convection of air in a square cavity: a bench numerical solution // *Inter. J. Numer. Meth. Fluids*. — 1983. — Vol. 3. — P. 249–264.
17. **Kaminski D.A., Prakash C.** Conjugate natural convection in a square enclosure effect of conduction on one of the vertical walls // *Inter. J. of Heat and Mass Transfer*. — 1986. — Vol. 29. — P. 1979–1988.
18. **Liaqat A., Baytas A.C.** Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources // *Inter. J. of Heat and Mass Transfer*. — 2001. — Vol. 44. — P. 3273–3280.
19. **Fedorov A.G., Viskanta R.** Three-dimensional conjugate heat transfer in the microchannel heat sink for electronic packaging // *Inter. J. of Heat and Mass Transfer*. — 2000. — Vol. 43. — P. 399–415.
20. **Kim D.M., Viskanta R.** Study of the effects of wall conductance on natural convection in differently oriented square cavities // *J. Fluid Mech.* — 1984. — Vol. 144. — P. 153–176.
21. **Aydin O.** Conjugate heat transfer analysis of double pane windows // *Building and Environment*. — 2006. — Vol. 41. — P. 109–116.
22. **Merrikh A.A., Lage J.L.** Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks // *Inter. J. of Heat and Mass Transfer*. — 2005. — Vol. 48. — P. 1361–1372.

*Статья поступила в редакцию 22 июня 2007 г.*