

УДК 51-76, 612.133

ЧИСЛЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СОСУДИСТОГО АНАСТОМОЗА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ РОЕВОГО ИНТЕЛЛЕКТА В ЗАДАЧАХ НЕЙРОХИРУРГИИ

Ю. О. Куянова, А. В. Дубовой*, А. В. Бервицкий*, Д. В. Паршин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

*Федеральный нейрохирургический центр, 630048 Новосибирск, Россия

E-mails: july9696@mail.ru, a.dubovoy@neuronsk.ru, Rusbayern42@gmail.com,

parshin@hydro.nsc.ru

Шунтирование широко используется при лечении сердечно-сосудистых патологий. Рассматривается проблема оптимального расположения церебрального сосудистого анастомоза. Построена электрическая схема рециркуляции крупных сосудов головного мозга, оптимальные параметры которой определяются численно с помощью методов роевого интеллекта. В качестве целевой функции оптимизации выбрана величина давления после проведения шунтирования по сравнению с давлением до операции. Данный метод впервые использовался при решении проблемы формирования церебральных сосудистых анастомозов. Показано, что полученные результаты хорошо согласуются с данными реальных операций.

Ключевые слова: метод роя частиц, сосудистый анастомоз, оптимизация гемодинамических параметров.

DOI: 10.15372/PMTF20220407

Введение. Формирование обходных анастомозов церебральных артерий — важный и актуальный метод лечения таких патологий, как церебральные аневризмы, стеноз, болезнь мойя-мойя и т. д. [1]. При формировании обходного анастомоза в системе кровообращения возникает ряд гидромеханических проблем: выбор оптимального угла соединения сосудов, оптимальной формы артериометрического окна (разрез артерии-реципиента [2] при формировании обходного анастомоза), оптимального расположения графта и др. Задача выбора оптимального угла соединения сосудов донора и реципиента рассматривалась в работе [3]. Дополнительная информация о качестве устанавливаемого графта позволит при выполнении таких операций использовать более безопасные способы. Пациент-ориентированный подход часто применяется при лечении различных патологий, в том числе сосудистых. Поскольку хирургу требуется оценить эффективность конструкции, которая только будет сформирована и в реальности отсутствует, сделать это с учетом пациент-ориентированного метода лечения можно только с использованием предоперационного моделирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 20-71-10034).

© Куянова Ю. О., Дубовой А. В., Бервицкий А. В., Паршин Д. В., 2022

Существуют различные подходы к предоперационному моделированию сосудистых патологий: от одномерной модели гемодинамики [4] до трехмерной модели гемодинамики с учетом химических реакций [5–8]. Следует отметить, что трехмерные модели являются наиболее продуктивными для фундаментальных исследований в области гемодинамики, так как могут учитывать множество факторов (сложная форма, образование вихрей и т. д.), которые невозможно учесть при одномерном моделировании или моделировании с помощью графов. Однако в основном такие исследовательские подходы связаны с большими вычислительными нагрузками и сложностью подготовки расчетной области сосудистого русла конкретного пациента. Поскольку в расчетах используется реальная геометрия сосудов конкретного пациента, значения многих гемодинамических факторов существенно зависят от нее. Поэтому методы, не зависящие от качества реконструкции расчетной области, имеют большие перспективы при получении результатов общего характера: критериев, калькуляторов риска. В клиниках часто отсутствует доступ к суперкомпьютерным мощностям. Поскольку хирургу необходимо рассчитать несколько возможных исходов, а иногда полагаться можно только на данные, получаемые в ходе операции в реальном времени, использование для вычислений внешних суперкомпьютеров делает такие технологии клинически бесполезными. Использование моделей, позволяющих получить количество информации, достаточное для быстрого принятия решения (десятки секунд — несколько минут), является необходимостью в современной сосудистой хирургии.

Рассмотрим, каким образом следует осуществлять поиск оптимальных параметров гемодинамической системы. Для решения данной задачи использовался один из методов роевого интеллекта — метод роя частиц, разработанный на основе наблюдений за птичьими стаями, когда каждая особь сообщает остальной части стаи, что нашла пищу. Несмотря на дальнейшую конкуренцию со стороны птиц за пищу, такое поведение обеспечивает наилучшее выживание стаи в целом. Роевой интеллект работает аналогичным образом; он представляет собой коллективное поведение самоорганизующейся системы, в которой отсутствует централизованная система управления поведением. Рой делится на набор частиц, где каждая частица подчиняется некоторому набору простых правил, отдельные частицы не контролируют поведение других частиц. Таким образом, случайные взаимодействия приводят к появлению интеллектуального группового поведения [9]. Использование подобного метода позволяет получать не единственные решения в задачах оптимизации или ранжировать решения и находить несколько стратегий проведения операции на этапе предоперационного моделирования.

В настоящей работе рассматривается способ моделирования сосудистой сети головного мозга конкретного пациента с помощью электрической цепи и реконфигурация этой сети, обусловленная перекрытием одной из сонных артерий и затем сосудистым шунтированием. Целью исследования является поиск оптимального местоположения донорского сосуда, осуществляющего кровоснабжение сосуда-реципиента вместо артерии, перекрытой во время лечения. Такая модель может быть использована при моделировании операций по реваскуляризации церебральных сосудов.

Методы исследования. Ниже представлены методика построения математической модели и ее численная реализация.

Построение математической модели и постановка задачи. Для определения параметров модели электрической цепи использовалась конфигурация сосудов головного мозга конкретного пациента (мужчина, возраст — 22 года). Будем называть графт из экстракраниальной сосудистой сети в интракраниальную шунтом ЕС-ИС.

Электрические схемы, моделирующие сосудистую сеть виллизиева круга до и после операции, основаны на моделях, показанных на рис. 1, 2 соответственно. С помощью ха-

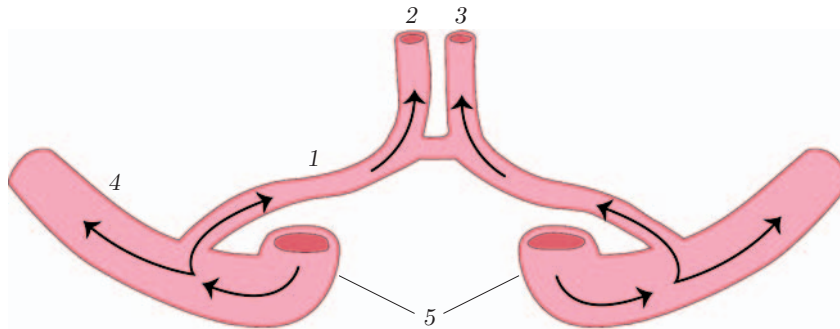


Рис. 1. Геометрия сосудистой сети виллизиева круга до проведения операции:
1 — передняя мозговая артерия (ACA), 2 — левая передняя мозговая артерия (ACA_{left}),
3 — правая передняя мозговая артерия (ACA_{right}), 4 — левая средняя мозговая артерия (MCA_{left}), 5 — внутренняя сонная артерия (ICA)

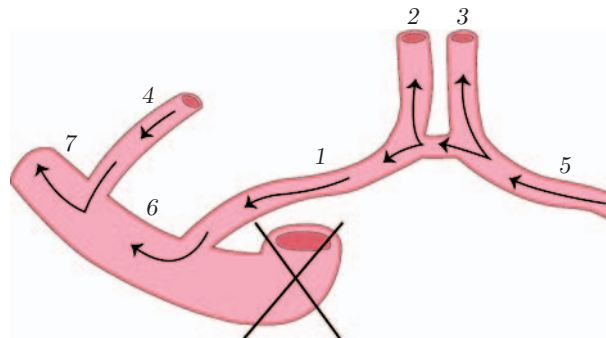


Рис. 2. Геометрия сосудистой сети виллизиева круга после проведения операции:
1 — передняя мозговая артерия (ACA), 2 — левая передняя мозговая артерия (ACA_{left}),
3 — правая передняя мозговая артерия (ACA_{right}), 4 — графт, или сосуд-донор (*graft*), 5 —
граница входа потока в переднюю мозговую артерию (ACA_{inlet}), 6, 7 — сегмент средней
мозговой артерии до и после анастомоза соответственно ($MCA1$, $MCA2$)

рактических схем гемодинамические параметры можно представить следующим образом [10]:

$$R = \frac{8\mu l}{\pi r^4}, \quad C = \frac{3}{2} \pi r^2 \frac{r}{hE}.$$

Здесь μ — динамическая вязкость; l , r — длина и радиус сегмента кровеносного сосуда соответственно; $E \in (0,8,1,6)$ Н/м² — модуль Юнга материала стенки сосуда; $r/h \in (8,10)$ — безразмерный коэффициент, определяющий отношение радиуса сосуда к толщине его стенки. Сопротивление сосудистой сети R эквивалентно сопротивлению электрической цепи, расход жидкости Q — силе тока в цепи, давление P — напряжению, а коэффициент изменения объема C сети при заданном давлении может рассматриваться в качестве емкости [11].

После построения электрических схем сосудистых сетей выведем формулы для давления и объемного расхода. С учетом того что напряжение в электрической цепи соответствует давлению в сосудистой сети, а ток — объемному кровотоку, выражение для давления в сосудистой сети имеет вид

$$\Delta P = QR.$$

Таким образом, с помощью первого закона Кирхгофа получены формулы, описывающие геометрию сосудистой сети до проведения операции (рис. 3) [12]:

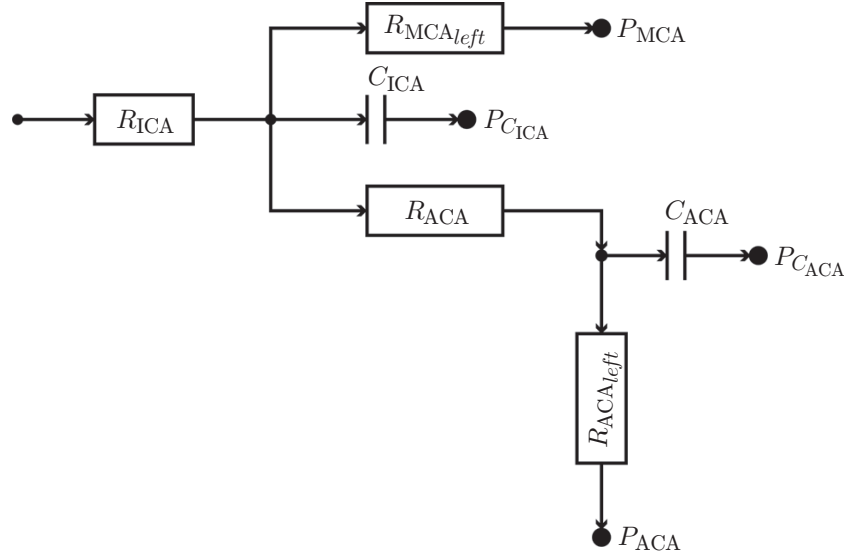


Рис. 3. Электрическая цепь, моделирующая виллизиев круг до проведения операции

$$P_1 = P_{ICA} - Q_{ICA}R_{ICA}, \quad P_{MCA} = P_2 = P_{C_{ACA}} = P_1 - Q_{MCA}R_{MCA}, \quad (1)$$

$$Q_{MCA} = \frac{Q_{ICA}}{1 + R_{MCA}(C_{ICA}\omega i + 1/R_{ACA})}$$

(P_1 — давление в узле, где электрическая цепь разделена на три ветви ($R_{MCA_{left}}$, R_{ACA} , C_{ICA}); P_2 — давление в узле, где электрическая цепь разделена на две ветви (C_{ACA} , $R_{ACA_{left}}$); $\omega = 1$ Гц — частота).

В геометрии после проведения операции средняя мозговая артерия была разделена на две части: до (MCA1) и после (MCA2) соединения с донорским сосудом (рис. 4). Используя первый закон Кирхгофа, получаем следующие формулы для этой геометрии:

$$P_1 = P_{ACA_{inlet}} - Q_{ACA_{inlet}}R_{ACA_{inlet}},$$

$$Q_{ACoMA} = Q_{ICA}/(1 + R_{ACoMA}(C_{ACA_{inlet}}\omega i + 1/R_{ACA_{right}})),$$

$$P_{ACA_{right}} = P_2 = P_1 - Q_{ACoMA}R_{ACoMA}, \quad Q_{ACA} = Q_{ACoMA}/(1 + R_{ACA}/R_{ACA_{left}}), \quad (2)$$

$$P_4 = P_2 - Q_{ACA}R_{ACA}, \quad Q_{MCA1} = Q_{ACA}/(1 + R_{MCA1}C_{ACA}\omega i),$$

$$P_3 = P_4 - Q_{MCA1}R_{MCA1}, \quad Q_{MCA2} = \frac{Q_{MCA1} + Q_{graft}}{\omega i(C_{MCA1} + C_{graft}R_{MCA2})},$$

$$P_{MCA} = P_3 - Q_{MCA2}R_{MCA2}.$$

Здесь величины с индексами ACA_{left} , ACA_{right} , ACA_{inlet} — средние значения величин для левой и правой передних мозговых артерий (ACA) и на входе в ACA соответственно; P_1 — давление в узле, где электрическая цепь разделена на ветви $C_{ACA_{inlet}}$, $R_{ACA_{right}}$, R_{ACoMA} ; P_2 — давление на ветвях R_{ACA} , $R_{ACA_{left}}$; P_3 — давление на ветвях C_{MCA1} , R_{MCA2} , R_{graft} , C_{graft} ; P_4 — давление на ветвях C_{ACA} , R_{MCA1} .

Длина сегмента M1 средней мозговой артерии до проведения операции составляет в среднем 7,25 см. После формирования обходного канала сосуд обычно делится на два сегмента (MCA1 и MCA2) до и после соединения сосудов. Длина сегмента MCA1 (l_{MCA1}) составляет от 1,25 до 5,00 см, при этом длина сегмента MCA2 вычислялась как разность

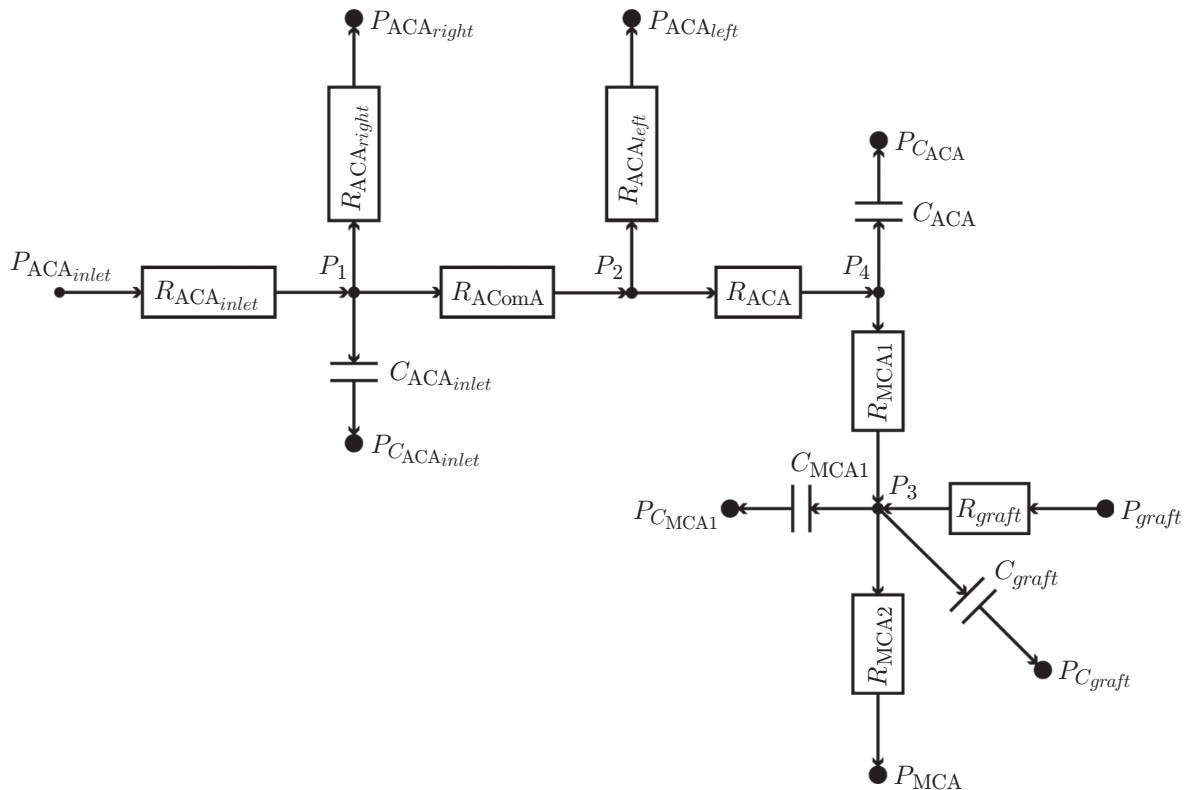


Рис. 4. Электрическая цепь, моделирующая виллизиев круг после проведения операции

между общей длиной МСА и длиной сегмента МСА1. Длина графта l_{graft} рассчитывалась в диапазоне 10–15 см. Задача заключается в том, чтобы найти такую пару (l_{MCA1}, l_{graft}) в заданном диапазоне, для которой значение давления на выходе из сегмента МСА2 после операции (P_{MCA} в системе (2)) максимально приближено к значению давления на выходе из средней мозговой артерии до проведения операции (P_{MCA} в системе (1)), т. е. достигает по меньшей мере физиологической нормы (85 % значения до проведения операции [13]). Полученная в результате длина сегмента МСА1 определяет оптимальное место для формирования сосудистого анастомоза.

Реализация метода роевого интеллекта. Поиск оптимальных параметров осуществляется с помощью метода роя частиц, который реализуется следующим образом. Каждый индивидум перемещается через заданную область, координаты этой области являются параметрами, которые можно варьировать, чтобы найти оптимальное значение целевой функции (в данной задаче максимум). Каждая отдельная частица “запоминает” координату, в которой значение целевой функции было для нее наилучшим. Среди этих лучших позиций также определяется наиболее хорошая, при этом не важно, какая именно частица ее обнаруживает. Далее, до тех пор пока поиск не прекращен, каждая частица меняет свой вектор скорости и перемещается к новой координате, пытаясь приблизиться не только к своему предыдущему лучшему положению, но и к лучшему положению в целом. Исходя из сути метода роя частиц, можно сформировать следующий алгоритм оптимизации целевой функции.

Для каждой частицы $i = 1, \dots, S$ инициализируются исходные позиции x_i , которые являются векторами, имеющими многомерное равномерное распределение, где координаты представляют собой переменные параметры (область поиска). На данном этапе положение x_i является единственным известным для i -й частицы, поэтому будем полагать его

наилучшим значением p_i . Зная наилучшие положения для каждой частицы, можно найти лучшее среди них (обозначим его через g). Для каждой частицы задается ее начальная скорость. На этом этапе вектор скорости, как и координата частицы, имеет многомерное равномерное распределение. На начальном этапе скорость частицы задается произвольно.

Далее, до тех пор пока не будет выполнен критерий остановки алгоритма, вычисляется новое значение скорости i -й частицы с использованием выражения [9]

$$v_i = \omega v_i + \phi_p r_p \otimes (p_i - x_i) + \phi_g r_g \otimes (g - x_i),$$

где r_p, r_g — случайные коэффициенты, сгенерированные в интервале $(0, 1)$; знак “ $\otimes$ ” означает покомпонентное умножение. Затем положение частицы обновляется путем переноса предыдущей координаты на величину $x_i = x_i + v_i$, после чего вновь определяются лучшие положения каждой частицы (если новое положение стало лучшим) и глобальное наилучшее положение.

Следует отметить, что критерий остановки алгоритма подбирается индивидуально для каждой задачи: например, достижение определенного количества итераций или требуемое значение целевой функции.

Численное моделирование. Давление в моделях до и после проведения операции рассчитывалось с использованием программы, реализованной в пакете MATLAB (лицензия Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН). Поскольку целью моделирования является поиск параметров (l_{MCA1}, l_{graft}) , оптимизирующих значение давления на выходе из средней мозговой артерии P_{MCA} , а сопротивление на каждом участке цепи зависит от длины сосудистого сегмента, для каждой пары длин сегмента MCA1 и графта необходимо решить систему (2).

Так как метод роя частиц разработан относительно недавно [9], существуют проблемы выбора коэффициентов ϕ_p, ϕ_g , а также коэффициента ω для более плавного изменения скорости, которые используются в формуле коррекции скорости частиц. Сходимость алгоритма существенно зависит от этих параметров, поскольку именно скорость определяет возможное положение каждой частицы. В настоящее время коэффициенты модели роевого интеллекта выбираются эмпирическим путем для каждой задачи. Однако существует канонический алгоритм, минимизирующий влияние этих параметров на сходимость [14] и описываемый следующими формулами:

$$v_i = \chi(\omega v_i + \phi_p r_p \otimes (p_i - x_i) + \phi_g r_g \otimes (g - x_i)), \quad (3)$$

$$\chi = 2k / |2 - \phi - \sqrt{\phi^2 - 4\phi}|, \quad k \in (0, 1), \quad \phi = \phi_p + \phi_g, \quad \phi > 4.$$

Этот алгоритм использовался для поиска пары оптимальных значений: длины сегмента MCA1 и длины графта (l_{MCA1}, l_{graft}) . В данной задаче количество частиц в рое задается равным пяти. Для каждой пары параметров решается система уравнений (2) для проверки давления на выходе из средней мозговой артерии P_{MCA} . Критерием остановки программы служит либо нахождение пары (l_{MCA1}, l_{graft}) , для которой значение давления P_{MCA} из системы (2) достигает как минимум 85 % значения P_{MCA} системы (1), либо выполнение ограничения на количество итераций (100). В последнем случае задача считается нерешенной, поскольку физиологическое давление в системе не было достигнуто.

Результаты исследования и их обсуждение. Оптимальные параметры (l_{MCA1}, l_{graft}) были получены для пяти различных значений радиусов графта: значения, равного радиусу сегмента MCA1, а также значений, равных $2/3, 3/4, 4/3, 3/2$ этого радиуса. Результаты использования метода оптимизации роя частиц для каждого рассматриваемого радиуса графта представлены в табл. 1. Указаны оптимальные длины CMA1, графта и давления в CMA после операции, соответствующие заданным оптимальным параметрам. Нулевое количество итераций соответствует случаям, когда оптимальная длина

Таблица 1

Значения параметров, полученные с использованием метода роя частиц для решения задачи оптимизации

r_{graft} , см	P_{MCA} , мм рт. ст.	l_{MCA1} , см	l_{graft} , см	Количество итераций
$0,66r_{MCA1}$	81,31	1,87	14,67	0
$0,75r_{MCA1}$	81,04	3,63	12,21	0
$1,00r_{MCA1}$	77,14	1,36	13,67	0
$1,33r_{MCA1}$	73,93	4,89	10,98	1
$1,50r_{MCA1}$	72,68	5,00	14,48	4

достигалась при первом случайном выборе местоположения частицы при работе алгоритма оптимизации. В случаях, когда радиус графта мал, значение давления в СМА после проведения операции хорошо согласуется со значением давления до проведения операции практически для любой длины графта в указанном диапазоне значений. В случаях, когда радиус графта больше радиуса сегмента МСА1, часть значений в диапазоне длин графта не подходила для проведения операции. Поскольку параметры начальной длины выбирались случайным образом, при использовании метода роя частиц требовалось большее количество итераций.

Как указывалось выше, в настоящее время выбор параметров схемы ϕ_p, ϕ_g, w не является регулярным и осуществляется эмпирически. В данной работе варьировались значения этих параметров (табл. 2). В каждом блоке варьируются значения параметров ϕ_p, ϕ_g при заданном значении параметра w и указывается количество итераций, необходимых для оптимизации целевой функции. При $w = 0,5$, когда количество итераций превышало 100, скачки более чем в 30 % случаев наблюдались при $\phi_g = 0,5$ и $\phi_g = 0,8$, при этом параметр ϕ_p изменялся в диапазоне от 0,5 до 1,7 и от 0,5 до 0,8 соответственно. Менее чем в 17 % случаев скачки наблюдались при том же значении w для $\phi_g = 0,5$, $\phi_p = 2,0$ и $\phi_g = 1,2$, $\phi_p = 2,0$, а также для $\phi_g = 0,8$, при этом параметр ϕ_p изменялся в диапазоне от 1,2 до 2,0. Также менее чем в 17 % случаев скачок наблюдался при $w = 0,9$, $\phi_g = 1,7$, $\phi_p = 1,7$. Один скачок до 42 итераций наблюдался при $w = 0,9$, $\phi_g = 0,8$, $\phi_p = 2,0$, в то время как при других значениях параметров количество итераций не превышало 20. Поскольку значительное количество итераций наблюдалось только для радиуса $(3/2)r_{MCA1}$, отслеживалось среднее количество итераций для этого радиуса по данным 10 прогонов программного кода для каждого рассматриваемого набора параметров (см. табл. 2). Результаты исследования показали, что не все наборы параметров подходят для решения этой проблемы. Так, при $\phi_p = \phi_g = w = 0,5$ более чем в 60 % случаев оптимальное значение целевой функции не было найдено. Это обусловлено тем, что движение частиц непосредственно зависит от величины изменения их вектора скорости, которая для данного набора значений параметров с каждой новой итерацией становится критически малой (приблизительно 10^{-14} за 100 итераций) и стремится к нулю ($v_i \rightarrow 0$). Таким образом, частицы начинают двигаться в очень малой окрестности точки старта, что не позволяет найти оптимальное значение целевой функции. Поскольку критерием остановки метода было достижение либо оптимального давления, либо 100 итераций, в табл. 2 значения для этих случаев полагались полученными при 100 итерациях. В условиях, когда частицы перемещаются на малые расстояния, можно увеличить общее количество частиц, используемых в алгоритме, однако следует учитывать, что с увеличением количества частиц время расчета и объем памяти алгоритма также увеличиваются. Кроме того, использовать большие значения коэффициентов нецелесообразно: в этом случае значение скорости

Таблица 2

Количество итераций метода для заданных значений параметров,
используемых при коррекции скорости

ϕ_g	Количество итераций					
	$\phi_p = 0,5$	$\phi_p = 0,8$	$\phi_p = 1,2$	$\phi_p = 1,5$	$\phi_p = 1,7$	$\phi_p = 2,0$
$w = 0,7298$						
0,5	7,3	4,3	3,9	4,7	3,8	2,9
0,8	3,8	3,5	3,9	3,2	2,7	3,2
1,2	2,7	2,9	3,9	2,9	2,5	2,6
1,5	4,4	2,6	1,9	2,8	3,2	2,4
1,7	3,2	2,1	2,0	2,9	1,9	1,9
2,0	2,8	2,6	1,9	2,4	2,1	1,8
$w = 0,5$						
0,5	3,7	9,4	11,4	6,0	7,5	6,1
0,8	6,0	5,7	4,7	5,4	5,5	4,7
1,2	2,7	4,0	4,5	4,4	4,6	3,7
1,5	3,7	3,3	3,5	2,3	3,2	3,4
1,7	3,5	2,9	4,1	2,7	2,8	3,3
2,0	2,7	2,2	2,3	2,7	3,0	2,9
$w = 0,9$						
0,5	2,8	2,4	2,5	3,8	2,6	3,2
0,8	2,4	3,1	2,9	2,6	2,7	6,2
1,2	2,3	2,3	2,6	2,4	3,0	2,7
1,5	2,5	1,7	3,2	2,1	1,6	2,3
1,7	1,7	2,1	2,5	2,3	1,7	2,2
2,0	3,7	2,2	2,8	1,6	2,2	2,5

также будет варьироваться в широком диапазоне, вследствие чего частицы будут перемещаться на большие расстояния от исходных точек. В то же время в небольшой области поиска перемещение частиц на большие расстояния не позволяет получить оптимальное решение.

Заключение. Разработан практический подход к определению оптимальных параметров шунта при нейрохирургической операции. Несмотря на то что полученный результат является модельным, он основан на теории гидромеханических систем (для выбора целевой функции) и физически обусловлен (использовалась модель типа электрической цепи). Его клиническая интерпретация показывает, что для достижения оптимальных параметров кровотока шунт ЕС-ИС не следует размещать на большом расстоянии от бифуркации исключенной внутренней сонной артерии и средней мозговой артерии. Использование таких моделей позволяет быстро подбирать и ранжировать решения для определенных значений целевых гемодинамических параметров пациента. Оптимальное решение в реальной операции может быть не единственным, и в некоторых случаях необходимо учитывать несколько возможных методов манипуляции (резервный план), так как приоритет может быть отдан не оптимальному участку формирования обходного анастомоза вследствие анатомических или других особенностей пациента, которые не могут быть определены до операции. Планируется усложнить модель с учетом нескольких факторов: наличия вертебробазилярной составляющей виллизиева круга, большего числа возможных радиусов сосуда и параметров аневризмы. Планируется учитывать отношение объемного кровотока в графте до проведения операции к объемному кровотоку в графте после его установки.

(измеряется во время реальной операции), а также ограничения по локализации зон пришивания (запрещенные по медицинским показаниям для пришивания локации виллизиева круга).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Khatib N. El., Kafi O., Sequeira A., et al.** Mathematical modelling of atherosclerosis // Math. Modell. Natur. Phenomena. 2019. V. 14, N 6. 603.
2. **Tagiltsev I. I., Shutov A. V.** Geometrically nonlinear modelling of pre-stressed viscoelastic fibre-reinforced composites with application to arteries // Biomech. Model. Mechanobiol. 2021. V. 20. P. 323–337.
3. **Куянова Ю. О., Пресняков С. С., Дубовой А. В. и др.** Численное исследование гидродинамики тройника в модельной задаче об оптимизации угла установки низкопоточного сосудистого анастомоза // ПМТФ. 2019. Т. 60, № 6. С. 72–80.
4. **Simakov S. S.** Modern methods of mathematical modeling of blood flow using reduced order methods // Comput. Res. Model. 2018. V. 10, N 5. P. 581–604.
5. **Cebral J. R., Mut F., Sforza D., et al.** Clinical application of image-based CFD for cerebral aneurysms // Intern. J. Numer. Methods Biomed. Engng. 2010. V. 27, N 7. P. 977–992.
6. **Vassilevski Yu. V., Salamatova V. Yu., Simakov S. S.** On the elasticity of blood vessels in one-dimensional problems of hemodynamics // Comput. Math. Math. Phys. 2015. V. 55, N 9. P. 1567–1578.
7. **Peach T. W., Ngoepe M., Spranger K., et al.** Personalizing flow-diverter intervention for cerebral aneurysms: from computational hemodynamics to biochemical modeling // Intern. J. Numer. Methods Biomed. Engng. 2014. V. 30, N 11. P. 1387–1407.
8. **Simakov S. S., Timofeev A. E., Gamilov T. M., et al.** Analysis of the impact of left ventricular assist devices on the systemic circulation // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modell. 2020. V. 35, N 5. P. 295–314.
9. **Kennedy J., Eberhart R.** Particle swarm optimization // Proc. of the Intern. conf. on neural., 27 Nov. — 1 Dec. 1995, Perth (Australia). Piscataway: IEEE Service Center, 1995. V. 4. P. 1942–1948.
10. **Ursino M., Giannessi M.** A model of cerebrovascular reactivity including the circle of willis and cortical anastomoses // Annals Biomed. Engng. 2010. V. 38, N 3. P. 955–974.
11. **Abdi M., Karimi A., Navidbakhsh M., et al.** Modeling the circle of willis using electrical analogy method under both normal and pathological circumstances // J. Biomed. Phys. Engng. 2013. V. 3, N 2. P. 45–56.
12. **Кузнецов С. И.** Курс физики с примерами решения задач. Ч. 2. Томск: Изд-во Том. политехн. ун-та, 2013.
13. **Matsukawa H., Miyata Sh., Tsuboi T., et al.** Rationale for graft selection in patients with complex internal carotid artery aneurysms treated with extracranial to intracranial high-flow bypass and therapeutic internal carotid artery occlusion // J. Neurosurgery. 2017. V. 128. P. 1753–1761.
14. **Poli R., Kennedy J., Blackwell T.** Particle swarm optimization // Swarm Intelligence. 2007. V. 1, N 1. P. 33–57.

*Поступила в редакцию 11/І 2021 г.,
после доработки — 10/ІХ 2021 г.
Принята к публикации 27/ІХ 2021 г.*