

## О ВОСПЛАМЕНЕНИИ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

*В. Б. Либрович*

(Москва)

В последнее время в связи с внедрением в практику гибридных двигателей возраст интерес к исследованию воспламенения твердых топлив [1-3]. О состоянии экспериментальных и теоретических работ в этой области можно судить по достаточно полному обзору американских работ [2].

Отметим, что общим недостатком имеющихся работ является отсутствие точных критериев воспламенения топлива; чаще всего считают топливо воспламенившимся, когда температура его поверхности достигает заданной величины (температуры газификации) или же когда на его поверхности реализуется достаточно большая скорость роста температуры со временем; однако объективных критериев необходимой величины скорости не дается.

Ниже предлагаются критерии воспламенения твердого топлива, основанные на диффузионной модели горения. Показывается, что для возможности существования диффузионного пламени над поверхностью топлива одновременно должны выполняться два условия: 1) температура поверхности топлива должна равняться температуре его газификации; 2) градиент температуры у поверхности должен быть меньше некоторой величины, зависящей от кинетики химической реакции в диффузионном пламени и от интенсивности подвода окислителя к поверхности топлива при горении.

В качестве примеров рассматриваются два способа воспламенения: воспламенение горячими газами или лучистым тепловым потоком и воспламенение при помощи активной пленки, реагирующей с холодным окислителем, которая предварительно наносится на поверхность топлива.

**1. Необходимые условия для воспламенения.** Выясним сначала условия, необходимые для воспламенения твердого топлива. Топливо будем считать воспламенившимся, если над поверхностью топлива возникает диффузионное пламя продуктов газификации и газообразного окислителя, омывающего его поверхность [4]. Будем предполагать, что пламя располагается достаточно близко к поверхности топлива, глубоко внутри пограничного слоя, так что движение газа вблизи диффузионного пламени можно считать одномерным (на фиг. 1 схематически изображено диффузионное пламя, находящееся на расстоянии  $l_0$  от поверхности твердого топлива, а также распределения температуры  $T$ , концентрации горючего  $b$  и концентрации окислителя  $a$  вблизи поверхности топлива).

В предположениях модели Бурке — Шумана — Зельдовича [5, 6] будем полагать, что в диффузионном пламени равны нулю концентрации топлива и окислителя, а их потоки в пламя находятся в стехиометрическом соотношении. Эти условия являются самыми общими и вытекают только из предположения о малости кинетического сопротивления по сравнению с диффузионным.

Будем рассматривать как установившийся, так и не установившийся режимы горения в диффузионном пламени над поверхностью топлива. Под неустановившимся будем понимать режим горения, когда прогретый слой в твердом топливе не соответствует скорости его горения. Как будет видно ниже, при этом температура в диффузионном пламени отличается от температуры при установленном режиме.

При рассмотрении процессов тепло- и массообмена между поверхностью горючего топлива и диффузионным пламенем будем пользоваться условием

мгновенного подстраивания процессов в газовой фазе к состоянию поверхности участка теплового слоя в топливе (это условие часто используется в теории горения порохов и конденсированных взрывчатых веществ [7], для его применимости необходимо и достаточно, чтобы отношение плотности газа к плотности твердого вещества было достаточно мало). Тогда и при неустановившихся режимах горения можно использовать для газовой фазы горения стационарные соотношения.

Напишем условие сохранения потока горючего вещества между поверхностями  $x = -l_0$  и  $x = l_0 + 0$ , примем во внимание связь между потоками горючего и окислителя в диффузионном пламени, получим

$$\rho_1 u_1 = v j_1 \quad (1.1)$$

Здесь  $\rho_1$  — плотность топлива,  $u_1$  — скорость горения,  $j$  — поток окислителя в диффузионное пламя,  $v$  — стехиометрический коэффициент. Массовый поток окислителя в пламя определяется гидродинамическими условиями обтекания горящего топлива потоком окислителя. Именно

$$j = \beta a_0 \quad (1.2)$$

где  $a_0$  — концентрация окислителя вдали от топлива, а коэффициент массопередачи  $\beta$  рассчитывается из критериальной связи между диффузионным числом Нуссельта, числами Рейнольдса и Прандтля и отношением скорости оттока газов от топлива к продольной скорости потока окислителя.

Соотношение (1.1) определяет скорость горения топлива, которая не зависит от состояния теплового слоя (т. е. одинакова как при установившемся, так и при неустановившемся горении).

Напишем теперь условие сохранения потока тепловой энергии

$$v j (c_1 T_s + Q) - \lambda_1 f = j_q = \alpha (T_r - T_e) \quad (f \equiv \partial T / \partial x |_{x=0}) \quad (1.3)$$

Здесь использованы обозначения:  $c_1$ ,  $\lambda_1$  — теплоемкость и теплопроводность твердого топлива,  $T_s$  — его температура поверхности (температура газификации),  $f$  — градиент температуры у поверхности (фиг. 1),  $Q$  — полный тепловой эффект на единицу массы топлива, равный разности между тепловым эффектом реакции продуктов газификации и окислителя в диффузионном пламени и теплотой газификации топлива,  $j_q$  — отток тепла от диффузионного пламени в газовый поток, который определяется коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ , рассчитываемым из гидродинамических условий обтекания топлива потоком газа, а также разностью температур в диффузионном пламени  $T_r$  и температурой внешнего потока  $T_e$ .

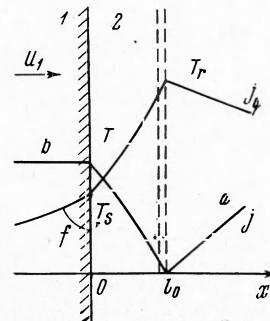
При установленном режиме горения

$$\lambda_1 f^\circ = v j c_1 (T_s - T_0) \quad (1.4)$$

(значком  $^\circ$  сверху отмечаются величины при установленном горении) и из (1.3) определяется стационарная температура пламени

$$\alpha (T_r^\circ - T_e) = v j (c_1 T_0 + Q) = v \beta a_0 (c_1 T_0 + Q) \quad (1.5)$$

(в отличие от диффузионного пламени, рассматривавшегося в работе Я. Б. Зельдовича [6] здесь температура стационарного горения, вообще говоря, не равна температуре горения стехиометрической смеси горючего и окислителя, а определяется соотношением между интенсивностями тепло- и



Фиг. 1

массообмена вблизи поверхности топлива. Аналогичная ситуация имеет место, например, при каталитическом окислении водорода на платиновой нити, когда из-за разности коэффициентов диффузии и температуропроводности температура нити существенно отличается от температуры горения [5]). Используя температуру  $T_r^\circ$ , введем безразмерные переменные:

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_r^\circ - T_0}, \quad \xi = \frac{v/c_1}{\lambda_1} x \quad (1.6)$$

Соотношение (1.3), верное и при неустановившемся горении, примет вид

$$\varphi^\circ - \varphi = m(\theta_r - 1) \quad (m = \frac{\alpha}{v/c_1}, \quad \varphi^\circ = \theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_r^\circ - T_0}) \quad (1.7)$$

Здесь  $\varphi$  — безразмерный градиент температуры у поверхности,  $\varphi^\circ$  — градиент при установившемся горении,  $\theta_r$  — неустановившаяся температура диффузионного пламени.

При заданном состоянии прогретого слоя в топливе соотношение (1.7) определяет температуру диффузионного пламени. При величине градиента  $\varphi$ , превышающей стационарную величину, температура пламени ниже стационарной, в противном случае — температура выше.

В зоне между поверхностью топлива и диффузионным пламенем (зона 2) имеет место михельсоновский профиль температуры:

$$\theta_2 = \frac{1}{1 - e^{-\gamma\xi_0}} [(\theta_s - \theta_r e^{-\gamma\xi_0}) + (\theta_r - \theta_s) e^{\gamma(\xi_0 - \xi)}], \quad \gamma = \frac{c_2}{c_1}, \quad \xi_0 = \frac{v/c_1 l_0}{\lambda_1} \quad (1.8)$$

где  $\gamma$  — отношение теплоемкостей газа и твердого топлива.

Расстояние от диффузионного пламени до поверхности топлива определяется из условия сопряжения тепловых потоков на этой поверхности

$$\rho u (c_1 T_s - q) - \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \rho u c_2 T_s - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \quad (1.9)$$

$(\rho_1 u_1 = \text{const} = \rho_2 u_2 = \rho u)$

Здесь  $q$  — теплота газификации топлива, индексы 1 и 2 относятся к топливу и газу соответственно. Это условие в безразмерных переменных приобретает вид

$$(1 - \gamma)(\theta_s + \theta_0) - \Delta - \varphi = \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \quad \left( \Delta \equiv \frac{q}{c_1 (T_r^\circ - T_0)}, \quad \theta_0 = \frac{T_0}{T_r^\circ - T_0} \right) \quad (1.10)$$

Подставляя в (1.9) производную, вычисленную из (1.8), получаем

$$e^{\gamma\xi_0} = 1 + \frac{\gamma [(\theta_s - \varphi)/m + 1 - \theta_s]}{(\theta_s - \theta_0)(1 - \gamma) - \Delta - \varphi} \quad (1.11)$$

При установившемся горении  $\varphi = \varphi^\circ = \theta_s$

$$e^{\gamma\xi_0^\circ} = 1 + \frac{\gamma (1 - \theta_s)}{(\theta_s - \theta_0)(1 - \gamma) - \Delta - \theta_s} \quad (1.12)$$

Проследим теперь, что будет с диффузионным пламенем, если увеличится градиент температуры. Температура пламени будет падать и, наконец, наступит момент, когда подача окислителя в пламя, задаваемая гидродинамическими условиями, для данной температуры пламени будет соответствовать критическому потоку вещества в диффузионное пламя и оно потухнет.

Как известно из теоретических работ [6, 8, 9], подтвержденных экспериментальными исследованиями, критический поток вещества в диффузионное пламя определяется кинетикой реакции в пламени:

$$j_* = k \sqrt{\rho_2 D} \exp - \frac{E}{2RT_r} \quad (1.13)$$

Здесь  $E$  — энергия активации химической реакции,  $D$  — коэффициент диффузии,  $k$  — безразмерный множитель, включающий в себя суммарный порядок реакции  $\mu$  ( $k \sim p^{1/2\mu}$   $p$  — давление). По порядку величины  $j_*$  равна массовой скорости распространения пламени в стехиометрической смеси горючего и окислителя [6,8].

Определим критический градиент температуры в топливе  $\varphi_*$  как градиент, при котором заданный подвод окислителя в диффузионное пламя  $j$  станет равным критическому из-за падения температуры  $T_r$ . Получаем

$$\varphi_* = \theta_s + m \left( 1 + \theta_0 - \frac{E}{2R(T_r^\circ - T_0) \ln(k \sqrt{\rho_2 D / j})} \right) \quad (1.14)$$

Итак, чтобы воспламенить твердое топливо, т. е. чтобы создать условия, при которых могло бы существовать диффузионное пламя над его поверхностью, нужно его прогреть до температуры газификации и, кроме того, создать в топливе градиент температуры у поверхности, меньшее критического. (В отличие от воспламенения порохов и взрывчатых веществ [7, 10], для которых также необходимо, чтобы поверхность вещества прогревалась до определенной температуры и в веществе создавался достаточно толстый прогретый слой, здесь градиент температуры определяется не только через теплофизические и кинетические характеристики вещества, но и через интенсивность подвода окислителя к топливу при его горении). При больших  $j$  может оказаться, что рассчитанный по формуле (1.14) градиент будет меньше стационарного. Такое твердое топливо при данной интенсивности массоподвода вообще поджечь нельзя.

Найдем условие воспламеняемости топлива приравняв критический градиент стационарному; условие для критического массоподвода к поверхности топлива  $j^*$  получим в виде

$$1 + \frac{v j^* (c_1 T_0 + Q)}{\alpha T_e} - \frac{E}{2RT_e} \frac{1}{\ln(k \sqrt{\rho_2 D / j^*})} \quad (1.15)$$

Это соотношение для определения  $j^*$  удобнее всего решать графически (пример решения приведен на фиг. 2: по оси ординат отложены значения  $\lg[1 + v j^* (c_1 T_0 + Q) / \alpha T_e]$  (кривая 1) и  $\lg[E/2RT_e \ln(k \sqrt{\rho_2 D / j^*})]$  (кривая 2) в зависимости от  $j^*$  при  $v[c_1 T_0 + Q] / \alpha T_e = 3.5 \cdot 10^3 \text{ см}^2 \cdot \text{сек}/\text{с}, E/2 RT_e = 10, \ln(k \sqrt{\rho_2 D}) = -0.58$ . Точка пересечения соответствует  $j^* = 0.52 \text{ г}/\text{см}^2 \cdot \text{сек}$ ).

Обратим внимание на то, что невозможность воспламенения топлива означает невозможность диффузионного режима горения. Если температура газа над топливом достаточно высока, то не исключена возможность горения в кинетическом режиме, когда химическая реакция будет протекать в объеме камеры сгорания.

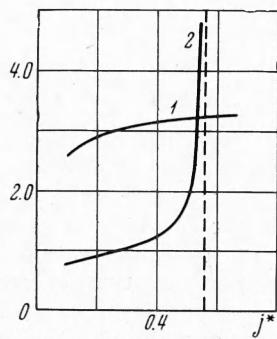
**2. Воспламенение топлива тепловыми потоками (горячими газами, излучением).** Теорию воспламенения порохов и взрывчатых веществ [7, 10] можно полностью перенести и на воспламенение твердых топлив с тем только отличием, что критический градиент температуры для твердого топлива имеет иной физический смысл. Более того, предположения, сделанные в работах [7, 10] относительно характера газификации топлива, лучше соответствуют условиям воспламенения твердых топлив, потому что у них реакция газификации эндотермична и не может приводить к саморазогреву топлива.

Так же, как и при воспламенении порохов и взрывчатых веществ [10, 12], можно выделить различные режимы теплоподвода к топливу:

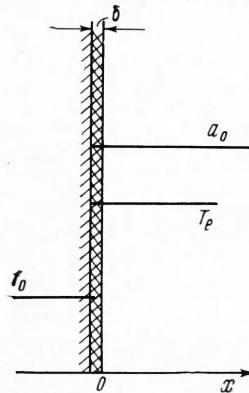
1. Режим слабого теплоподвода. Тепловой поток к топливу в момент достижения на его поверхности температуры газификации  $I_q$  меньше потока, соответствующего критическому градиенту:

$$I_q \leq v j c_1 (T_r^\circ - T_0) \varphi_* \quad (2.1)$$

В этом случае воспламенение происходит по достижении температуры газификации. (Время, необходимое для образования диффузионного пламени над поверхностью подготовленного в тепловом отношении топлива, пренебрегаем. Это время определяется временем прогрева газа над топливом, которое мало по сравнению с временем прогрева твердого вещества из-за малой плотности газа.) При этом необходимо,



Фиг. 2



Фиг. 3

чтобы тепловой источник над топливом обеспечивал прогрев газа до высокой температуры, порядка температуры диффузионного пламени.)

### 2. Режим сильного теплоподвода

$$\nu_j c_1 (T_r^0 - T_0) \varphi_* < I_q \leq \nu_j [c_1 (T_s - T_0) + q] \quad (2.2)$$

При этом режиме воспламенение топлива происходит лишь после газификации некоторого слоя топлива под воздействием теплового потока, после того как у поверхности образуется критический градиент температуры.

### 3. Режим очень сильного теплоотвода

$$\nu_j [c_1 (T_s - T_0) + q] < I_q \quad (2.3)$$

При таком теплоподводе возникает стационарный режим газификации, при котором градиент температуры превышает критический, и поэтому топливо не может гореть в диффузионном режиме.

**3. Воспламенения топлив с активными пленочными покрытиями.** Один из возможных способов воспламенения гибридных топлив — нанесение на поверхности топлива пленки вещества, способного активно реагировать с холодным газообразным окислителем в экзотермической реакции. Выделяющееся при реакции тепло частично будет идти на прогрев топлива и может вызвать в конечном счете его газификацию и воспламенение.

Рассмотрим следующую модель воспламенения. В начальный момент времени ( $t = 0$ ) зададимся следующими распределениями температуры и концентрации (фиг. 3). При  $x < 0$  находится твердое топливо при температуре  $T_0$ . На его поверхности нанесен слой активного вещества толщиной  $\delta$ . Будем в дальнейшем считать, что эта толщина гораздо меньше толщины теплового слоя, который нужно создать в топливе для его воспламенения, и поэтому ею можно пренебречь — считать нанесенную пленку бесконечно тонкой. При  $x > 0$  находится покоящийся газ при температуре  $T_e$ , содержащий окислитель — его концентрация  $a_0$ . На поверхности активной пленки происходит гетерогенная экзотермическая реакция, подчиняющаяся резкой, аррениусской температурной зависимости. При реакции могут образовываться как газообразные, так и конденсированные продукты.

Ввиду того, что при небольшом разогреве пленки скорость реакции резко возрастает, протекание реакции почти сразу же после начала про-

цесса переходит в диффузионную область, когда скорость тепловыделения будет определяться скоростью диффузии газообразного окислителя к поверхности топлива.

В диффузионном режиме реакции задача сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = \kappa_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \quad \text{при } x < 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = D \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - u \frac{\partial a}{\partial x}, \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = \kappa_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - u \frac{\partial T_2}{\partial x} \quad \text{при } x > 0 \quad (3.2)$$

Здесь  $a$  — концентрация окислителя,  $u$  — скорость оттока газа от топлива, индексы 1 и 2 относятся соответственно к топливу и газу, коэффициенты диффузии  $D$  и температуропроводности  $\kappa_{1,2}$  предполагаются постоянными. Границные условия

$$T_1 = T_2, \quad a = 0, \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = Q_s D \frac{\partial a}{\partial x} \quad (x = 0) \quad (3.3)$$

$$T_1 = T_0 \quad (x = -\infty), \quad T_2 = T_e, \quad a = a_0 \quad (x = +\infty)$$

Здесь  $\lambda$  — теплопроводность,  $Q_s$  — тепловой эффект гетерогенной реакции. Скорость оттока газообразных продуктов реакции  $u$  связана со скоростью диффузии

$$u = \zeta D \frac{\partial a}{\partial x} \Big|_{x=+0} \quad (3.4)$$

где  $\zeta$  — коэффициент, показывающий, насколько изменяется удельный объем газа после протекания химической реакции из-за изменения среднего молекулярного веса газа.

Задача о воспламенении при гетерогенных экзотермических реакциях на поверхности топлива рассматривалась ранее в американских работах [2,3]. Отличие приводимого здесь решения заключается в учете конвективного сноса тепла и вещества в газе из-за изменения объема газа при гетерогенной реакции. Кроме того, используются иные критерии воспламенения, именно учитывается влияние на воспламенение градиента температуры у поверхности. Пренебрежение последним условием в работах [2,3] привело их авторов к неверному утверждению, что воспламенение всегда должно происходить в кинетическом режиме.

Задача (3.1) — (3.3) с граничными условиями (3.4) — (3.5) имеет автомодельное решение. Переидем к новым переменным:

$$z = \frac{x}{2\sqrt{\kappa_1 t}}, \quad \psi_1 = \frac{T_1 - T_0}{T_0}, \quad \psi_2 = \frac{T_2 - T_0}{T_0}, \quad s = \frac{a}{a_0} \quad (3.5)$$

Тогда уравнения, начальные и граничные условия перепишутся:

$$\frac{d^2\psi_1}{dz^2} + 2z \frac{d\psi_1}{dz} = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{d^2s}{dz^2} + \left[ 2L_1 z - \zeta \left( \frac{ds}{dz} \right)_0 \right] \frac{ds}{dz} = 0 \quad \left( L_1 = \frac{\kappa_1}{D} \right) \quad (3.7)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dz^2} + \frac{1}{L_2} \left[ 2L_1 z - \zeta \left( \frac{ds}{dz} \right)_0 \right] \frac{d\psi_2}{dz} = 0 \quad \left( L_2 = \frac{\kappa_2}{D} \right) \quad (3.8)$$

$$z = -\infty, \quad \psi_1 = 0; \quad z = +\infty, \quad \psi_2 = \psi_e = \frac{T_e - T_0}{T_0}, \quad s = 1$$

$$z = 0, \quad \psi_1 = \psi_2, \quad s = 0, \quad \frac{d\psi_1}{dz} - r \frac{d\psi_2}{dz} = g \frac{ds}{dz} \quad \left( r = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad g = \frac{Q_s D a_0}{T_0 \lambda_1} \right) \quad (3.9)$$

Выпишем решения уравнений (3.6) — (3.8) в предположении, что  $(ds / dz)_0 = \text{const} = n$  (величину этой константы определим позднее).

$$\psi_1 = C_2 + C_1 \operatorname{erf} z \quad (l_1 = 1 / \sqrt{L_1}) \quad (3.10)^*$$

$$\psi_2 = C_6 + C_5 \operatorname{erf} [l_1 l_2 (L_1 z - \zeta n)] \quad (l_2 = 1 / \sqrt{L_2}) \quad \operatorname{erf} z \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

Для определения констант интегрирования  $C_i$  используем граничные условия, которые приводят к соотношениям:

$$\begin{aligned} C_2 &= C_1, \quad C_4 + C_5 = 1, \quad C_6 + C_5 = \psi_e \\ C_4 + C_3 \operatorname{erf}(-l_1 \xi n) &= 0, \quad C_6 + C_5 \operatorname{erf}(-l_1 l_2 \xi n) = 0 \\ C_1 - r C_5 \sqrt{L_1 / L_2} e^{-(l_1 l_2 \xi n)^2} &= g C_3 \sqrt{L_1} e^{-(l_1 \xi n)^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Окончательно получаем

$$\psi_1 = \frac{1 + \operatorname{erf} z}{\chi} \left[ g \sqrt{L_1} e^{-(l_1 \xi n)^2} \frac{\operatorname{erfc}(-l_1 l_2 \xi n)}{\operatorname{erfc}(-l_1 \xi n)} + \psi_e r \sqrt{L_1 / L_2} e^{-(l_1 l_2 \xi n)^2} \right] \quad (3.12)$$

$$s = \frac{1}{\operatorname{erfc}(-l_1 \xi n)} \{ \operatorname{erf}[l_1(L_1 z - \xi n)] - \operatorname{erf}(-l_1 \xi n) \} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \psi_2 &= \frac{1}{\chi} \left\{ \left[ \psi_e - \frac{g \sqrt{L_1} e^{-(l_1 \xi n)^2}}{\operatorname{erfc}(-l_1 \xi n)} \right] \operatorname{erf}[l_1 l_2 (L_1 z - \xi n)] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{g \sqrt{L_1} e^{-(l_1 \xi n)^2}}{\operatorname{erfc}(-l_1 \xi n)} + \psi_e [r \sqrt{L_1 / L_2} e^{-(l_1 l_2 \xi n)^2} - \operatorname{erf}(-l_1 l_2 \xi n)] \right\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

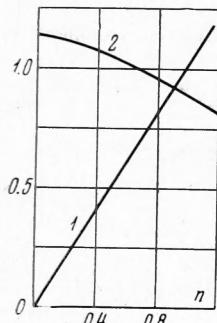
$$\chi = r \sqrt{L_1 / L_2} e^{-(l_1 l_2 \xi n)^2} + \operatorname{erfc}(-l_1 l_2 \xi n) \quad (3.15)$$

Напишем теперь соотношение для определения константы  $n$ :

$$n = \left( \frac{ds}{dz} \right)_0 - \frac{2 \sqrt{L_1}}{\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(-l_1 \xi n)} e^{-(l_1 \xi n)^2} \quad (3.16)$$

которое удобнее всего решать графически (фиг. 4). Правая часть соотношения — кривая 2, левая — 1. Значения параметров  $L_1 = 1$ ,  $\xi = 0.3$ . Решение  $n = 0.92$ .

Обратимся теперь к условиям воспламенения твердого топлива. Как говорилось в п. 1, необходимыми условиями воспламенения является достижение на поверхности топлива температуры его газификации и создание в топливе достаточно толстого прогретого слоя, характеризуемого градиентом температуры у его поверхности.



Фиг. 4

где  $\chi$  согласно (3.15).

Если эта температура окажется ниже температуры газификации, которую мы считали известной постоянной величиной, то воспламенения произойти не может ни при каких толщинах активной пленки на поверхности топлива. Если же температура  $\psi_s$  больше температуры газификации, то воспламенение произойдет по истечении времени, необходимого для достижения в топливе критического градиента температуры. Однако в этом случае возникает опасность сдува активной пленки продуктами разложения твердого топлива во время его прогрева.

Если предположить, что пленка достаточное время остается на топливе, то можно оценить время воспламенения, вычислив по формуле (3.12)

$$\begin{aligned} \psi_s &= \\ &= \frac{1}{\chi} \left[ g \sqrt{L_1} e^{-(l_1 \xi n)^2} \frac{\operatorname{erfc}(-l_1 l_2 \xi n)}{\operatorname{erfc}(-l_1 \xi n)} + \psi_e r \sqrt{L_1 / L_2} e^{-(l_1 l_2 \xi n)^2} \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

градиент у поверхности топлива и приравняв его критическому:

$$t_* = \frac{1}{\pi \kappa_1} \left( \frac{\lambda_1 (T_s - T_0)}{v_j c_1 (T_{\infty_r} - T_0) \Phi_*} \right)^2 \quad (3.18)$$

Представляет интерес подсчитать количество вещества (толщину пленки), необходимого для воспламенения топлива. Для этого найдем количество окислителя, проникающего к поверхности топлива за время воспламенения

$$M = \int_0^{t_*} D \left( \frac{\partial a}{\partial x} \right)_{x=0} dt = \frac{2a_0 V \sqrt{D t_*}}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-(l_1 \zeta n)^2}}{\operatorname{erfc}(-l_1 \zeta n)} \quad (3.19)$$

Тогда толщина пленки  $\delta$  ( $\rho_0$  — плотность вещества пленки):

$$\delta = v M / \rho_0 \quad (3.20)$$

Рассчитаем коэффициент полезного действия пленки. Его определим как отношение количества тепла, пошедшего на прогрев твердого топлива, к общему количеству тепла, которое выделяется при реакции окислителя с веществом пленки:

$$\eta = \left( \int_0^{t_*} \lambda_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=0} dt \right) \left( \int_0^{t_*} Q_s D \left( \frac{\partial a}{\partial x} \right)_{x=0} dt \right)^{-1} \quad (3.21)$$

Проводя вычисления при помощи (3.12), (3.13), (3.16), получаем

$$\eta = \frac{L_1 \rho_1 c_1 (T_s - T_0)}{2a_0 Q_s n V \pi} \quad (3.22)$$

Здесь  $T_s$  задается формулой (3.17).

Поступила 22 VI 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Barrége M. L'allumage des fusées hybrides. La Recherche Aérospatiale, No 104.
2. Price E. W., Bradley H. H. Jr., Dehority G. L., Ibiricu M. M. Theory of ignition of solid propellants. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 7.
3. Anderson R., Brown R. S., Thompson G. T., Beling R. W. Theory of hypergolic ignition of solid propellants. AIAA Preprint 63-514 (1963).
4. Marxmam G. A., Woolridge C. E., Muzzey R. J. Fundamentals of hybrid boundary-layer combustion. «Heterogeneous Combustion». New York — London, Acad. Press, 1964, p. 485 — 522.
5. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. Изд-во АН СССР, 1967.
6. Зельдович Я. Б. О горении неперемешанных газов. Ж. техн. физ., 1949, т. 19, № 9.
7. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, № 11—12.
8. Spalding D. B. A theory of the extinction of diffusion flames. J. «Fuel», 1954. vol. 3, No. 3, p. 255—273.
9. Спальдинг Д. Б. Теория смешения и кинетики химических реакций в диффузионном пламени противонаправленных струй. Вопросы ракетной техники. (Сб. пер. и обз. иностр. период. лит-ры), 1961, № 6.
10. Либрович В. Б. О воспламенении порохов и взрывчатых веществ. ПМТФ, 1963, № 6.
11. Аверсон А. Э., Барзыкин В. В., Мережанов А. Г. Закономерности зажигания конденсированных взрывчатых систем при идеальном теплообмене на поверхности с учетом выгорания. Иж.-физ. ж., 1965, т. 9, № 2.
12. Вилюнов В. Н., Сидонский О. В. К вопросу о зажигании конденсированных систем лучистой энергией. Физика горения и взрыва, 1965, № 4.