УДК 534.1+622.24.053

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ БУРОВОЙ КОЛОННЫ В УСЛОВИЯХ ПЕРИОДИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ ГОРНОЙ ПОРОДЫ. АВТОГЕНЕРАТОР

В.Н. Доровский, С.В. Доровский

Компания «Сайбириан софтвэа», 630008, Новосибирск, ул. Московская, 93, Россия

Представлен автогенератор, описывающий высокочастотные возбуждения буровой колонны с высокими амплитудами крутильных колебаний. Автогенератор характеризуется дискретными степенями свободы. В основу работы автогенератора положено представление о предельной силе резания при разрушении горной породы PDC долотами, результаты лабораторных исследований М.И. Ворожцова, К.И. Борисова, Г.П. Черепанова. Дифференциальные уравнения неавтономного автогенератора опираются на результаты лабораторных исследований. Представлен характерный динамический режим работы автогенератора. Проведено сравнение с экспериментальными данными.

Высокочастотные возбуждения, PDC долота, разрушение горной породы

HIGH-FREQUENCY EXCITATIONS OF DRILLSTRING UNDER THE CONDITIONS OF PERIODIC ROCK DESTRUCTION. SELF-EXCITED OSCILLATOR

V.N. Dorovsky, S.V. Dorovsky

The self-excited oscillator describing high-frequency excitations of a drillstring with high amplitudes of torsional oscillations has been presented. The self-excited oscillator is characterized by discrete degrees of freedom. Fundamentally, the work of the self-excited oscillator is based on the idea of the maximum cutting force during the destruction of rock by PDC bits and the results of laboratory studies by M.I. Vorozhtsov, K.I. Borisov, G.P. Cherepanov. The differential equations of the non-autonomous self-excited oscillator are based on the results of laboratory studies. A typical dynamic mode of the self-excited oscillator operation has been presented. The results have been compared with experimental data.

High-frequency excitement, PDC bits, rock destruction

введение

В основе современных теоретических работ, связанных с исследованием высокочастотных крутильных колебаний (HFTO), принимается, что в режиме возбуждения BHA (bottom-hole assembly) «работает» как автогенератор [Brett, 1992; Abbassian, Dunayevsky, 1998; Tikhonov, Bukashkina, 2014; Коронатов, 2015]. Количество работ, описывающих эффект HFTO, превышает несколько десятков статей [Ledgerwood, Kelly, 1991; Oueslati et al., 2013; Jain et al., 2014; Заляев, 2015; Zhang et al., 2017]. Анализ содержания этих работ представляет предмет отдельного исследования, что не является целью настоящей статьи.

Природа автогенератора у подавляющего числа авторов основывается на различных формах проявления закона «сухого трения» [Киреенков, Семендяев, 2010] — уменьшение силы сопротивления резанию с увеличением скорости вращения буровой колонны. Нам представляется, что в основе такого взгляда лежит знание, согласно которому «сухое трение» в колебательной системе в качестве диссипативной силы заведомо порождает автогенератор (осциллятор Ван дер Поля, маятник Фроуда и т. д.) и не более того. Следует отметить, что авторы работ [Abbassian, Dunayevsky, 1998; Tikhonov, Bukashkina, 2014; Коронатов, 2015; и др.], разделяющие их мнение, по сути, утверждают, что именно такой автогенератор определяет характер разрушения горной породы PDC резцом в условиях возбуждения HFTO.

Лабораторные исследования последних лет опровергают проявление эффекта «сухого трения» в качестве силы сопротивления резанию при разрушении горной породы PDC резцом. Экспериментально установлено [Борисов, 2012] — с увеличением скорости движения резца сопротивление резанию горной породы увеличивается (рис. 1).

Аналогично в работе [Amri et al., 2016] экспериментально установлено: с увеличением скорости вращения буровой колонны «осевая» и «крутильная» силы сопротивления резанию возрастают как в области нормальных условий, так и в области высоких давлений (вплоть до 20 МПа).

© В.Н. Доровский[⊠], С.В. Доровский, 2022 e-mail: yuryholmsky@yandex.ru

Рис. 1. Сила сопротивления резанию как функция скорости резания (нормальные условия, фиксированная глубина резания).

Кривая — экспоненциальная зависимость. Точки — экспериментальный результат.

Авторы настоящей статьи полагают, что именно характер разрушения горной породы определяет природу автогенератора, приводящего к возбуждению высоких амплитуд ускорения крутильных колебаний. Принимается, что сила сопротивления резанию определяется периодической пространственной функцией с характерным мас-



штабом деструкции горного материала, с максимальным и минимальным значением этой функции на выделенном масштабе, а также характером нарастания функции к своему максимальному значению. Именно эта сила порождает автогенератор, преобразующий равномерное вращение буровой колонны в периодические колебания долота с определенной частотой разрушения. Автогенератор крутильных колебаний дополняется физическим механизмом взаимодействия с осевыми колебаниями. В результате возникает система уравнений нелинейно взаимодействующих осцилляторов. Построенный таким образом автогенератор обладает двумя частотами: собственной частотой колебательной системы автогенератора и определенной частотой разрушения горной породы. Две частоты характеризуют два процесса. Одночастотная колебательная система — штанга буровой колонны подвержена крутильным и продольным колебаниям. Частота в дискретной модели считается известной из экспериментальных измерений слабоэнергетического частотного спектра возбуждения. В модели с дискретными степенями свободы, принятой в настоящей статье, буровая штанга представляется деформируемой пружиной, левый край которой движется с постоянной скоростью, равной касательной скорости вращения забойного двигателя. Правый край пружины жестко связан с резцом, работающим в режиме прямолинейного периодического разрушения горной породы (рис. 2).

АВТОГЕНЕРАТОР ТОРСИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Теория HFTO должна ответить на вопрос о физической природе автогенератора, генерирующего высокие амплитуды ускорения крутильных колебаний, а также о механизмах их ослабления. Задача сводится к построению физической модели автогенератора, максимально приближенной к лабораторным и полевым исследованиям.

Для объяснения природы эффекта НFTO авторы следуют представлениям Г.П. Черепанова, основанным на экспериментальных работах М.И. Ворожцова [Черепанов, 1987]. Резание горной породы PDC-резцом представляется поступательным одномерным периодическим движением сжимающейся пружины, левый конец которой движется с постоянной скоростью v в положительном направлении, в то время как движущийся правый конец (с координатой u(t)) упирается в уступ горной породы. По мере сжатия пружины движение резца замедляется и при достижении критического значения T_{max} силы сопротивления резанию T(u) происходит деструкция горной породы на масштабе *a*. Реакция породы скачком уменьшается до величины $T = T_{\text{min}}$, после чего процесс повторяется. Горизонтальная составляющая движения резца в процессе резания начинается с перемещения левого конца первоначально ненапряженной пружины на величину vt_0 . Правый конец пружины закреплен на неподвижном до этого момента резце с координатой $vt_0 + u_0$. Координата vt_0 выделена предельно допустимой горизонтальной нагрузкой



на резец, при последующем увеличении которой происходит деструкция материала и движение резца. Нестационарный процесс характеризуется координатой мгновенного положения резца d(t), а также q(t) — координатой левого конца пружины. На момент времени t длина пружины равна

Рис. 2. Резание горной породы PDC резцом, порождающее автогенератор.

d(t) - q(t). Первоначальный размер пружины был $vt_0 + u_0$. Сжатие пружины $d(t) - q(t) - (vt_0 + u_0)$ удобно представить в виде

$$\begin{bmatrix} d(t) - q(t) \end{bmatrix} - (vt_0 + u_0) = u - v\Delta t - vt_0,$$
$$q(t) = v\Delta t + vt_0, \quad u = d(t) - vt_0 - u_0.$$

Здесь u(t) — перемещение резца ($u(t_0) = 0$). Упругая сила со стороны пружины, действующая на уступ горной породы, представлена первыми членами разложения по степеням $u - v\Delta t - vt_0$

$$-k_*(u-v\Delta t-vt_0)-\alpha_*(u-v\Delta t-vt_0)^2-\beta(u-v\Delta t-vt_0)^3.$$

Выделим слагаемые с vt_0 в явном виде

$$-k_{*}\left(u-v\Delta t-vt_{0}\right)-\alpha_{*}\left(u-v\Delta t-vt_{0}\right)^{2}-\beta\left(u-v\Delta t-vt_{0}\right)^{3}=$$

$$=\left[-k_{*}+2\alpha_{*}\left(vt_{0}\right)-3\beta\left(vt_{0}\right)^{2}\right]\cdot\left(u-v\Delta t\right)+$$

$$+\left[-\alpha_{*}+3\beta\left(vt_{0}\right)\right]\cdot\left(u-v\Delta t\right)^{2}-\beta\left(u-v\Delta t\right)^{3}+\left[k_{*}\left(vt_{0}\right)-\alpha_{*}\left(vt_{0}\right)^{2}+\beta\left(vt_{0}\right)^{3}\right].$$

Моменту времени t₀ соответствует предельное нагружение на уступ горной породы

$$T_{\max} = \left[k_* - \alpha_* \left(vt_0\right) + \beta \left(vt_0\right)^2\right] \cdot vt_0.$$

В результате приходим к уравнению движения резца

$$mu'' = -k(u - v\Delta t) - \alpha(u - v\Delta t)^{2} - \beta(u - v\Delta t)^{3} + T_{\max} - T(u),$$

$$k = \left[k_{*} - 2\alpha(vt_{0}) + 3\beta(vt_{0})^{2}\right], \ \alpha = \alpha_{*} - 3\beta(vt_{0}).$$

Здесь *т* — масса долота, *k* — линейный коэффициент жесткости пружины, α , β — коэффициенты нелинейных искажений, T(u) — сила сопротивления резанию. Примем в качестве силы сопротивления резанию, следуя Г.П. Черепанову, простейшую функцию перемещения резца на отрезке [0, *a*]

$$T(u) = T_{\min} + \Delta T \cdot \frac{u}{a}, \ \Delta T = T_{\max} - T_{\min}.$$

Отношение u/a на всю ось абсцисс продолжается периодической функцией (рис. 3): $u/a \Rightarrow F(u/a)$, $T_{\max} - T(u) \Rightarrow T_{\max} - sT(u) = (1-s)T_{\max} + s\Delta T [1 - F(u/a)]$, s = 0.5 [1 + sign(u'/a)].

В общем случае функция s(u'/a) позволяет учесть возможность реверсивного движения резца. В безразмерном виде уравнению движения можно придать вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \xi \left(\frac{dx}{d\tau} + v_*\right) + x = 3\overline{\beta}\overline{\sigma}_{\max}\frac{h}{a}x^2 - \overline{\beta}x^3 + [(1-s)\overline{\sigma}_{\max} + \Delta\overline{\sigma}sF_*]\frac{h}{a}, \qquad (1)$$
$$x(0) = 0, \ x'(0) = -v_*,$$
$$x = u/a - v_*\tau, \ F_* = 1 - F(x + v_*\tau).$$

Здесь $\overline{\beta}$ — упругий модуль нелинейных деформаций, введены безразмерные параметры $\overline{\sigma}_{max} = \sigma_{max} b / k = T_{max} / kh$, $\Delta \overline{\sigma} = b \Delta \sigma / k = \Delta T / kh$, $k = m\omega_*^2$, $v_* = v / a\omega_*$ и безразмерное время $\tau = \omega_* t$, ω_* — собственная частота крутильных колебаний; h — глубина резания, b — ширина резца. Уравнение (1) обобщает уравнение движения, предложенное Г.П. Черепановым [1987], на случай нелинейных деформационных эффектов. Кроме того, предполагается, что буровая колонна работает в режиме жид-костной смазки с коэффициентом трения ξ .

Полезно убедиться, что уравнение (1) представляет автогенератор. На рисунке 4 дано решение уравнения для значения параметров: $b\sigma_{max} / m\omega_*^2 = 1.0$; $b(\Delta\sigma) / m\omega_*^2 = 0.55$ ($\Delta\sigma \simeq 0.8 \cdot 10^8$ H/m²); $v_* = 0.22$; $\xi = 0.02$; h / a = 1.2, b = 0.01 M, $k = 1.5 \cdot 10^6$ H/M.

Рис. 3. Периодическая функция, определяющая частоту деструкции $f_N = v/a$.

Рисунок иллюстрирует: в системе поддерживаются незатухающие колебания при постоянном во времени внешнем воздействии в присутствии трения. С теоретической точки зрения построенный автогенератор — колебательная система + периодически разрушаемая горная порода удовлетворяет основным критериям устройства автогенераторов:

• осциллятор — деформируемая штанга буровой колонны;

• внешний источник энергии — работа забойного двигателя, затрачиваемая на поддержание постоянной скорости движения левого края пружины;

 механизм, регулирующий поступление порций энергии для поддержания работы осциллятора в фиксированные моменты времени, — периодические «скачки» силы сопротивления резанию на ΔT в момент времени полного разрушения фрагмента горной породы;

• обратная нелинейная связь, управляющая работой механизма регулирования, — периодическая работа пружины, приводящая к нарастанию силы сопротивления резанию в интервале [T_{max} , T_{min}] на масштабе элементарного разрушения.

В литературе при анализе эффектов НFTO часто указывают значения собственных частот колебаний буровой колонны, BHA, долота и т. д., при этом, как правило, не указывается способ измерения частот, ссылаясь на спектральный состав ускорения крутильных колебаний в работе автогенератора. Если вернуться к рис. 4, представляющему автоколебание рассматриваемого автогенератора при коэффициенте трения $\xi = 0.02$, то в спектре сигнала на безразмерной оси частот обнаружим основную частоту $f_w = 0.1574$, в то время как собственная частота колебаний, как непосредственно видно из уравнения (1), $f_{w*} = 0.16$, а должна наблюдаться частота разрушения $f_{wN} = 0.22$. Здесь и ниже индекс w указывает на безразмерную частоту. Однако, если рассмотрим работу автогенератора уже при коэффициенте трения $\xi = 0.08$, увидим только частоту разрушения $f_{wN} = 0.22$ с кратными ей значениями. Следовательно, спектры колебаний, наблюдаемые при возбуждении рассматриваемого автогенератора при высоких амплитудах ускорения, прямого отношения к собственным частотам, как правило, не имеют.

В современной литературе практически отсутствует понимание процесса разрушения горной породы, несмотря на многочисленные публикации. Среди множества такого рода работ можно выделить публикации с анализом напряженного состояния горной породы в ситуации, предшествующей полному разрушению. В работе [Гузев, Парошин, 2001] показано, что учет в теории упругости вторых производных метрического тензора деформаций по пространственным переменным приводит при внешнем силовом воздействии на горную породу к формированию периодических пространственных зон с критическими напряжениями. Такие периодические структуры могут предшествовать полной деструкции горной породы, тем самым намечая пространственную сетку окончательного разрушения. В работах [Dorovsky et al., 2015; Vtorushin, Dorovsky, 2019] исследована динамика формирования указанных зон, показано наличие характерного временного масштаба их формирования. Представляет значитель-



ный интерес рассмотрение эффектов HFTO в присутствии дополнительного временного масштаба, обусловленного подготовкой горного материала к окончательному разрушению. Другими словами, вполне допустимо, что характерный масштаб разрушения — неотъемлемое свойство нелокально разрушающегося горного материала в условиях внешнего нагружения.

Рис. 4. Зависимость ускорения $x''(\tau)$ от времени τ .

Физическая амплитуда определяется формулой $d^2u/dt^2 = a\omega_*^2 \cdot x''$.



ОСЕВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДОЛОТА

В процессе резания горизонтальное движение резца сопровождается его погружением в горную породу при постоянной осевой нагрузке. Рисунок 2 указывает на действующие на долото в осевом направлении компоненты сил: $-F = -\mu [T_{\min} + \Delta T \cdot F(u/a)] = -\mu b [\sigma_{\min} + \Delta \sigma \cdot F(u/a)]h$ — сила трения при осевом движении с коэффициентом µ, обусловленная силой сопротивления резанию; *G* — осевая нагрузка на долото, -Q — вертикальная реакция опоры. Сила, ослабляющая реакцию вертикальной опоры и обеспечивающая погружение резца при постоянной осевой нагрузке [Борисов, 2012], принимается в виде qF(u/a). Указанные силы определяют динамику резца осевого направления

$$m\frac{d^{2}h}{dt^{2}} = G - \mu b \Big[\sigma_{\min} + \Delta \sigma F(u/a)\Big]h - Q + qF(u/a).$$
⁽²⁾

В условиях $u' = \text{const}, h(u = 0) = h_0 = 0$ получаем гиперболический закон внедрения резца в горную породу

$$h = \frac{q}{\mu b} \frac{u / a}{\sigma_{\min} + \Delta \sigma u / a}.$$

Производные от *h* в уравнении (2) имеют порядок: $d^2h/du^2 \sim 1/\sigma_{\min}^2$, $dh/du \sim 1/\sigma_{\min}$, $\sigma_{\min}/\sigma_{\max} \sim 1$, $\sigma_{\min} \sim 10^8$ н/м², поэтому не принимаются во внимание. В пределах точности измерений автора [Борисов, 2012] экспоненциальный и гиперболический законы совпадают. В пределе $u \to \infty$ приходим к определению предельной глубины резания [Борисов, 2012]

$$\lim h(u \to \infty) = h_{\infty} = \frac{q}{\mu b \Delta \sigma}.$$

В начальном состоянии $\mu b\sigma_{\min}h_0 - G + Q = 0$. При работе автогенератора внедрение резца, как правило, не совпадает с предельной глубиной резания в условиях стационарного процесса. При достижении резцом максимального внедрения h^* осевое ускорение исчезает на каждом акте разрушения $G - \mu b\sigma_{\max}h^* - Q + q = 0$. Последние формулы приводят к равенству

$$(h_{\infty} - h^*) \cdot \sigma_{\max} = (h_{\infty} - h_0) \cdot \sigma_{\min} .$$
(3)

В результате, уравнение (2) трансформируется

$$m\frac{d^{2}h}{dt^{2}}+\mu b\left[\sigma_{\min}+\Delta\sigma\cdot F\left(u/a\right)\right]\left(h-h_{\infty}\right)=-\left(h_{\infty}-h^{*}\right)\mu b\sigma_{\max}$$

Принимая во внимание условие (3), приходим к уравнению

$$m\frac{d^{2}h}{dt^{2}} + \mu b(\sigma_{\max} - \Delta\sigma F_{*})(h - h_{\infty}) = -\mu b(h_{\infty} - h_{0})(\sigma_{\max} - \Delta\sigma)$$
(4)

или в безразмерных переменных

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} + \zeta \frac{dy}{d\tau} + \mu \left[\overline{\sigma}_{\max} - \Delta \overline{\sigma} F_* \right] \left(y - y_{\infty} \right) = -\left(y_{\infty} - y_0 \right) \mu \left(\overline{\sigma}_{\max} - \Delta \overline{\sigma} \right).$$
(5)

Здесь y = h/a, $y_{\infty} = q/ak\mu\Delta\sigma$. В уравнение (5) включено осевое трение, пропорциональное скорости осевых колебаний. Уравнения (1), (5) представляют неавтономный автогенератор с двумя степенями свободы, построенный на взаимодействии крутильных и осевых колебаний при периодическом разрушении горной породы с частотой $f_N = v/a$. Здесь параметр q не следует путать с кинематическим параметром, введенным ранее.

ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ. І

Сравним работу автогенератора (1), (5) с экспериментальными данными статьи [Jain et al., 2014]. Статья представляет результаты резания PDC одиночным резцом в условиях HFTO. Особенность сравнения экспериментальных данных и теоретических результатов связана с неизвестностью динамических параметров разрушающегося горного материала, прочностные свойства которого на порядок от-

Рис. 5. Работа автогенератора (1), (5):

безразмерное ускорение крутильных и осевых колебаний (сигнал с меньшей амплитудой) как функции безразмерного времени. Связь безразмерной f_w , физической f и собственной f_* частот определяется формулой $2\pi f_w f_* = f$.

личаются от его свойств в условиях статических испытаний [Борисов, 2012]. По этой причине верификация теории тесно связана с одновременным решением обратной задачи определения динамических параметров разрушающегося горного материала по да-



леко не полным данным экспериментальных измерений, представленных в публикациях.

ВНА вращается со скоростью N = 60 об./мин. Линейная скорость резца на радиусе $r_0 = 0.1$ м равна v = 0.628 м/с. Наблюдаемая на эксперименте частота $f_N = 130$ Гц позволяет определить размер элементарной зоны деструкции $a = v/f_N = 4.8 \cdot 10^{-3}$ м. Собственную частоту осциллятора принимаем равной $f_* = \omega_* / 2\pi = 95$ Гц. В результате получаем значение безразмерной скорости $v_* = v/a\omega_* = 0.22$. Связь ускорения крутильных колебаний с его безразмерным значением x'' определяется формулой $u'' = a\omega_*^2 \cdot x''$. При таких условиях в лаборатории измерена амплитуда крутильных колебаний $d^2u / dt^2 \sim 20.5g$ (g = 9.8 м/с²), что соответствует ее безразмерному значению $d^2x / d\tau^2 \sim 0.11$. Для осевых колебаний — $d^2h / dt^2 \sim 1.0g$ ($d^2y / d\tau^2 \sim 0.005$). Получили фиксированные условия эксперимента и его результаты.

Возникает задача нахождения динамических параметров горной породы для автогенератора (1), (5), работа которого должна обеспечить наблюдаемые на эксперименте амплитуды и частоты. При этом возможность решения обратной задачи в многопараметрической системе может свидетельствовать о соответствии теории экспериментальным измерениям. Поставленную задачу при фиксированных условиях эксперимента и полученных результатах обеспечивают найденные при решении обратной задачи, параметры автогенератора $\mu \bar{\sigma}_{max} = 0.17$, $\mu \Delta \bar{\sigma} = 0.165$, $q / ak\mu = 0.65$, $\xi = 0.08$, $\zeta = 0.21$, $\mu = 0.516$. На рисунке 5 фрагмент крутильных колебаний автогенератора (1), (5), обеспечивающего наблюдаемые амплитуды и частоты. Проверка — решение прямой задачи.

На рисунке 6 показан спектр ускорения крутильных колебаний, представленный на рис. 5.

Теоретические результаты соответствуют лабораторным измерениям [Jain et al., 2014] как осевых колебаний, так и крутильных. Отметим четыре экспериментальные особенности, совпадающие с приведенными теоретическими результатами:

• осевые и крутильные колебания синхронизированы на частоте ~130 Гц (0.22);

• амплитуды ускорений осевых и крутильных колебаний совпадают;

• колебания синхронизированы в противофазе;

• в спектрах присутствуют кратные частоты ~130 Гц (0.22), ~260 Гц (0.44), ~390 Гц (0.66) в обоих типах колебаний в правильном соотношении амплитуд.



Представленные в скобках частоты относятся к безразмерной оси частот. Можно считать, что синхронизацию частот система осуществляет через механизм захвата частоты. В рассматриваемом случае внешним генератором выступает периодически изме-

Рис. 6. Спектр сигнала $x''(\tau)$.

Безразмерная частота работы автогенератора $f_{\rm wN} = 0.22$ ($f_{\rm N} = 130$ Гц) с кратными частотами. Частоты выше значения 0.5 отсчитываются в обратном направлении оси абсцисс. Собственная частота $f_{\rm w*} = 0.16$ ($f_* = 95$ Гц) практически не наблюдается.

няющаяся реакция разрушающейся горной среды: функция F(u/a) порождает частоту $f_N = v/a$ актов разрушения. С другой стороны, собственные частоты колебательной системы автогенератора, как правило, при наличии внешнего генератора с увеличением нагрузки исчезают из спектра (см. рис. 6). Наличие единственной частоты в спектре при высоких нагрузках на резец [Jain et al., 2014] говорит о том, что мы наблюдаем частоту именно «внешнего генератора» с кратными частотами. Собственные же частоты можно наблюдать, снизив скорость вращения и осевую нагрузку на долото. Собственныя частота автогенератора $f_* = 95$ Гц ($f_{w*} = 0.16$) на частотных спектрах работы автогенератора практически не наблюдается. Индекс w указывает на принадлежность к безразмерной оси частот.

Для приведенных параметров автогенератора получена рабочая глубина внедрения резца $h_r = 4.6 \cdot 10^{-3}$ м. Глубина резания в условиях НFTO не совпадает с предельной глубиной резания стационарного процесса.

При заданных прочностных свойствах горных пород в условиях разрушения, уравнения (1), (5) позволяют исследовать характер автоколебаний в рассматриваемой системе и исследовать механизмы устранения высоких амплитуд ускорения. Следует отметить особенность применения уравнений. Реально неизвестна зависимость динамических прочностных свойств горной породы от скорости v [Борисов, 2012]. Кроме того, неизвестен состав горных парод. Уравнения (1), (5) позволяют при фиксированной скорости движения v наблюдаемыми на эксперименте значениями f_N , d^2u/dt^2 , d^2h/dt^2 определить динамические прочностные свойства горной породы, коэффициент трения μ , а также адекватность отображения общих экспериментальных закономерностей. Но такая обратная задача при указанных в публикации [Jain et al., 2014] измеренных параметрах не имеет единственного решения. Действительно, в условиях $h_x \gg h_0$ представим уравнения (1), (8) в виде

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + \xi \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} + v_*\right) + x = \frac{q}{\mu k a} \cdot F_* \left(x + v_* \tau\right) \cdot Y,$$

$$x\big|_{\tau=0} = 0, \quad x'\big|_{\tau=0} = -v_*,$$
(7)

$$\frac{d^2Y}{d\tau^2} + \zeta \frac{dY}{d\tau} + \mu \Big[Y - s(Y') \Big] \Big[\overline{\sigma}_{\max} - \Delta \overline{\sigma} F_* \Big] = -s(Y') \mu \Big(\overline{\sigma}_{\max} - \Delta \overline{\sigma} \Big),$$

$$Y \Big|_{\tau=0} = 0, \quad Y' \Big|_{\tau=0} = 0.$$
(8)

В уравнениях (1), (5), в уравнении осевых колебаний произведена замена

$$y = \frac{q}{\mu b a \Delta \sigma} \cdot Y(\tau),$$

принято во внимание реверсивное движение в осевых колебаниях, а также предполагается их отсутствие в крутильных. В уравнениях (7), (8) присутствуют динамические параметры $q / k\mu a$, $\mu \overline{\sigma}_{max}$, $\mu \Delta \overline{\sigma}$, определяющие свойства горной породы при резании. Анализ уравнений показывает: при произвольно заданных значениях $\mu \overline{\sigma}_{max}$ и $\mu \Delta \overline{\sigma}$ из выделенной области параметры q и μ однозначно определяются наблюдаемыми на практике амплитудами ускорения крутильных и осевых колебаний, при известных частотах и скорости движения v. Это означает, что произвольная горная порода, характеризуемая параметрами $\mu \overline{\sigma}_{max}$, $\mu \Delta \overline{\sigma}$ (из достаточно широкой области значений), может обеспечить наблюдаемые амплитуды ускорения крутильных и осевых колебаний. При этом коэффициент трения и сила q однозначно определяются для каждого конкретного выбора значений $\mu \overline{\sigma}_{max}$, $\mu \Delta \overline{\sigma}$. Фиксируем параметр $\mu \overline{\sigma}_{max} = 0.17$. По заданному значению $q/ak\mu = 1.15$ находим $\mu\Delta\overline{\sigma} = 0.113$, параметр, обеспечивающий крутильные колебания автогенератора также с амплитудами x'' = 0.115, y'' = 0.005 (см. рис. 5, 6), что соответствует экспериментальным значениям $d^2h/dt^2 \sim 1.1g$, $d^2u/dt^2 \sim 20.5g$. Физическое значение параметра динамической прочности: $\Delta \sigma = 3.7 \cdot 10^8$ H/м² (более прочные породы). Здесь принято $k = m\omega_*^2 = 1.5 \cdot 10^6$ H/м², b = 0.01 м, $\zeta = 0.21$. Одновременно определился коэффициент трения $\mu = 0.045$ и значительно меньшая глубина внедрения резца $h_r = 0.57 \cdot 10^{-3}$ м. Таким образом, выход резца на более твердые породы обеспечивает те же самые амплитуды колебаний, но уже другую глубину внедрения и другое значение коэффициента трения μ.

Возвращаясь к первоначально выбранной горной породе, отметим, что осевые колебания резца имеют малую амплитуду, как это следует из рис. 7.

Однако влияние малых осевых колебаний на поведение крутильных может оказаться значительным. Рассмотрим работу автогенератора при малом коэффициенте $\zeta \simeq 0$ линейного трения в осевых колебаниях и при сохранении значений принятых параметров. В этих условиях характер крутильных колебаний резко изменяется, как это следует из рис. 8.

Рисунок 8 следует сравнить с рис. 5. Амплитуда крутильных колебаний увеличивается в 1.8 раза, сохраняется синхронизация осевых и крутильных колебаний как на несущей частоте, так и на частоте модуляции! Частота модуляции на рис. 8 равна ~27 Гц.

Экспериментальные данные (рис. 9) работы [Jain et al., 2014] позволяют сравнить характер движения резца во времени с решениями уравнений (7), (8), представленными на рис. 10.

Решения уравнений (7), (8) соответствуют реальному характеру движения резца, как следует из сопоставления рис. 9 и 10.

ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ. II

Идентификацию теоретической модели и экспериментальных результатов полезно провести, исследуя зависимость глубины резания от скорости *v* резания (другие скорости вращения ВНА).

Пусть ВНА вращается со скоростью N = 180 об./мин. Линейная скорость резца на радиусе $r_0 = 0.1$ м равна $v = \pi N r_0 / 30 = 1.9$ м/с. Экспериментальные результаты аппроксимируем значениями: амплитуда крутильных колебаний в единицах ускорения свободного падения ~25 g; амплитуда ускорения осевых колебаний ~1.5 g; осевые и крутильные колебания синхронизированы в противофазе с частотой 135 Гц и с кратными ей частотами. Автогенератор (7), (8) для скорости вращения долота 180 об./мин будет соответствовать новым экспериментальным данным при выборе параметров: $a = 1.4 \cdot 10^{-2}$ м, $\mu = 0.042, \Delta \sigma = 3.6 \cdot 10^8 \text{ H/m}^2, \sigma_{\min} = 4.0 \cdot 10^8$ H/M^2 , $q = 5.7 \cdot 10^2$ Н. При указанных параметрах глубина резания $h_{\mu} = 0.8 \cdot 10^{-3}$ м.

Пусть ВНА вращается со скоростью N = 15 об./мин. Линейная скорость резца на радиусе $r_0 = 0.1$ м равна $v = \pi N r_0/30 = 0.16$ м/с. Экспериментальные результаты [Jain et al., 2014]: амплитуда крутильных колебаний в едини-



Рис. 7. Колебания глубины резания во времени в единицах характерного масштаба *а* для параметров автогенератора, представленных выше.



Рис. 8. Работа автогенератора при малых коэффициентах линейного осевого трения:

безразмерное ускорение крутильных и осевых колебаний как функция безразмерного времени. Сигнал с меньшей амплитудой соответствует осевым колебаниям.



Рис. 9. Один дюйм периферийный резец проходит за 0.004 с [Jain et al., 2014].

На периоде колебаний наблюдается замедление резца.



Рис. 10. Автогенератор обеспечивает проход резца в дюйм за 0.004 с, что позволяет сравнить характер движения резца [Jain et al., 2014] и работы автогенератора.



Рис. 11. Экспоненциальный характер изменения глубины резания горной породы от скорости *v* при автоколебаниях соответствует стационарному режиму резания [Борисов, 2012].

цах ускорения свободного падения ~5.6 g; амплитуда ускорения осевых колебаний ~0.4 g; осевые и крутильные колебания синхронизированы в противофазе с частотой 130 Гц и с кратными ей частотами. Теоретическая модель, рассмотренная для скорости вращения долота 15 об./мин, соответствует новым данным согласно уравнениям (7), (8): $a = 1.2 \cdot 10^{-3}$ м, $\mu = 5.5$, $\Delta \sigma = 0.45 \cdot 10^7$ H/м², $\sigma_{max} = 0.46 \cdot 10^7$ H/м², $q = 6.4 \cdot 10^3$ Н. При указанных параметрах глубина резания $h_r = 12.5 \cdot 10^{-3}$ м. Зависимость глубины погружения резца от скорости *v* представлена на рис. 11.

Экспоненциальная аппроксимация достаточно хорошо удовлетворяет теоретической модели, а также стационарным экспериментам К.И. Борисова [2012]. Соответствие экспоненциальной кривой и трех расчетных точек можно значительно улучшить, более тонко варьируя коэффициенты трения в динамических уравнениях.

Следует принять во внимание, что коэффициенты линейного трения обеспечивают синхронизацию частот автогенератора. Например, в приведенных примерах синхронизация частот наблюдается при изменении коэффициента трения ξ в достаточно широком интервале $\xi = 0.005 - 0.7$. Именно этот диапазон изменения ξ соответствует условиям линейного участка гидродинамической смазки. Таким образом, с увеличением скорости вращения долота реальная глубина погружения резца уменьшается (долото выталкивается из горной породы по образному выражению К.И. Борисова), что также качественно согласуется с результатами стационарного режима резания [Борисов, 2012].

ДВУХЧАСТОТНЫЙ АВТОГЕНЕРАТОР

Вопрос об ослаблении амплитуды крутильных колебаний буровой колонны, по крайней мере выделенного фрагмента ВНА, можно исследовать в модели двухчастотного автогенератора. Буровую колонну представим двумя взаимодействующими осцилляторами. Отметим, ВНА является неоднородной пространственной конструкцией. Для такой конструкции ее представление двухчастотным пружинным осциллятором (рис. 12) может оказаться более адекватным приближением.

Уравнение движения представленной на рис. 12 колебательной системы, нагруженной на долото правым концом правой пружины, располагающей двумя деформирующимися фрагментами с соответствующими коэффициентами жесткости k_l , k_r , получается, следуя выводу уравнения (1). В простейшем линейном приближении по деформациям для уравнений совместного движения масс m_* , m имеем очевидное обобщение

$$m \cdot \frac{d^2 u}{dt^2} + k_r \left(u - w \right) = \left[T_{\max} - T \left(u \right) \right],$$
$$m_* \cdot \frac{d^2 w}{dt^2} + k_l \left(w - v \Delta t \right) = k_r \left(u - w \right).$$

Рис. 12. Двухчастотный автогенератор при резании горной породы.

Здесь u, w — перемещения масс вдоль оси u, w в соответствии с рис. 12. Остальные обозначения соответствуют одночастотному автогенератору. Характер взаимодействия резца с горной породой сохраняется. Введем характерные частоты: $\omega_l^2 = k_l / m_*, \omega_r^2 = k_r / m$ и приведем уравнения к виду

$$\frac{d^2}{dt^2} (w - v\Delta t) + \omega_l^2 (w - v\Delta t) = \frac{m}{m_*} \cdot \omega_r^2 (u - w),$$
$$\frac{d^2}{dt^2} (u - w) + \left(1 + \frac{m}{m_*}\right) \cdot \omega_r^2 (u - w) = \omega_l^2 (w - v\Delta t) + \frac{T_{\max} - T(u)}{m}.$$

Если время измерять в единицах $1/\omega_*$, координаты — в единицах *a*, то переменные x = u - w, $z = w - v_* \tau$ ($v_* = v / \omega_* a$) позволяют придать уравнениям безразмерный вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left(1 + \frac{m}{m_*}\right) \cdot x = \frac{\omega_l^2}{\omega_r^2} \cdot z + \frac{T_{\max} - T(u)}{m a \omega_*^2},$$
$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + \frac{\omega_l^2}{\omega_r^2} z = \frac{m}{m_*} \cdot x.$$

При $\tau = 0$ выполняются условия (их сумма — условие для одночастотного генератора):

$$\frac{dx}{d\tau}\Big|_{\tau=0} = -\frac{\omega_l^2 / \omega_r^2}{m / m_* + \omega_l^2 / \omega_r^2} \cdot v_*, \quad x\Big|_{\tau=0} = 0,$$
$$\frac{dz}{d\tau}\Big|_{\tau=0} = -\frac{m / m_*}{m / m_* + \omega_l^2 / \omega_r^2} \cdot v_*, \quad z\Big|_{\tau=0} = 0.$$

Частоты собственных колебаний определяем из уравнений

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left(1 + \frac{m}{m_*}\right) \cdot x = \frac{\omega_l^2}{\omega_r^2} z, \quad \frac{d^2z}{d\tau^2} + \frac{\omega_l^2}{\omega_r^2} z = \frac{m}{m_*} \cdot x$$

при поиске периодических решений ~ $\exp(\omega_* \tau)$. Алгебраическое уравнение

$$\varphi(\omega_*) = \omega_*^4 - (1 + M + \alpha) \cdot \omega_*^2 + \alpha = 0$$

позволяет определить собственные частоты двухчастотного пружинного маятника с подвижными концами, располагая отношениями масс $M = m/m_*$ и характерных частот $\alpha = \omega_l^2 / \omega_r^2$. Таким образом, безразмерные уравнения, описывающие автоколебания двухчастотного маятника, имеют вид

$$x'' + \xi_{x} \left(x' + z' + v_{*} \right) + \left(1 + M \right) x = \alpha z + \Delta \overline{\sigma} F_{*} \left(x + z + v_{*} \tau \right) y,$$

$$z'' + \xi_{z} \left(z' + v_{*} \right) + \alpha z = M x,$$

$$(9)$$

$$y'' + \zeta y' + \left[\mu \overline{\sigma}_{\max} - \mu \Delta \overline{\sigma} F_{*} \right] \left(y - s y_{\infty} \right) = -s y_{\infty} \left(\mu \overline{\sigma}_{\max} - \mu \Delta \overline{\sigma} \right), \quad y_{\infty} = q / a b \mu \Delta \sigma.$$

В начальном состоянии

$$x|_{\tau=0} = 0, \ x'|_{\tau=0} = -\frac{\alpha v_*}{\alpha + M}, \ z|_{\tau=0} = 0, \ z'|_{\tau=0} = -\frac{M v_*}{\alpha + M}, \ y|_{\tau=0} = 0, \ y'|_{\tau=0} = 0.$$

Здесь $\xi_{x,z}$, ζ — три коэффициента трения. В уравнении крутильных колебаний исключено реверсивное движение. В осевых колебаниях реверс отражен введением зависимости $s(\dot{y})$.

ОСЛАБЛЕНИЕ АМПЛИТУД

При полевых измерениях ускорений крутильных колебаний в условиях НFTO часто проявляются одночастотные колебания со сдвигом по фазе на четверть периода с осевыми при полном отсутствии кратных частот. Такие колебания могут сменяться одночастотными колебаниями с соответствующей кратностью, часто с низкочастотной модуляцией. Покажем возможность в рамках предложенной теории наблюдать практические режимы резания.

Пусть колебательная система автогенератора определяется безразмерными частотами собственных колебаний, согласно спектральному уравнению

$$\omega^4 - 2\omega^2 + 0.98 = 0$$
 (M = 0.017, $\alpha = 0.983$).

Уравнение определяет две собственные частоты на безразмерной шкале частот: $f_{w1} = 0.147$, $f_{w2} = 0.169$. Подчеркнем, связь частот безразмерной шкалы f_w с соответствующими физическими значениями: $f = 2\pi f_*; f_w$. Здесь f_* — частота, вводящая безразмерные значения собственных частот колебаний двухчастотного автогенератора. Допустим, из низкочастотного энергетического спектра работы автогенератора либо из спектров переходных процессов можно выделить две частоты — $f_1 = 207.6 \Gamma \mu$, $f_2 = 180.6 \Gamma \mu$, которые можно интерпретировать в качестве собственных частот автогенератора. Наблюдаемая работа автогенератора, допустим, происходит на средней частоте $f_N \sim 194 \Gamma \mu$. Эти условия позволяют определить частоту $f_* = 180.6/(2\pi \cdot 0.147) = 195.6 \Gamma \mu$ и ее значение на безразмерной шкале частот $f_* = 0.158$. Принятые значения согласуются с характерным масштабом разрушения $a = v/f_N = 3.24 \cdot 10^{-3}$ м. Примем в задаче «скорость вращения» буровой колонны v = 0.628 м/с ($v_* = 0.158$), а также значения прочностных свойств разрушающейся горной породы: $\sigma_{max} = 4.5 \cdot 10^8 \text{ H/M}^2$, $\Delta \sigma = 3.0 \cdot 10^8 \text{ H/M}^2$, $q/ak\mu = 9.0 \cdot 10^{-2}$, $\mu = 0.35$. Коэффициенты трения примем равными $\xi_{v,z} = 0.08$, $\zeta = 0.01$. Выбор параметров соответствует горной породе со слабовыраженными свойствами ослабления вертикальной реакции горной породы на горизонтальную нагрузку (малые глубины резания). При выбранных параметрах уравнения (9) приводят к ускорению крутильных колебаний, фрагмент которых представлен на рис. 13.

Физическая амплитуда колебаний определяется значением x'' + z'' = 0.076

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = 4\pi^2 a f_*^2 \left(\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \frac{d^2 z}{d\tau^2} \right) / 9.8g \approx 38g.$$

Получили высокую амплитуду крутильных колебаний ~38g и жесткую синхронизацию частоты крутильных колебаний с частотой осевых колебаний со сдвигом фазы на четверть периода, как следует непосредственно из рис. 13. Реально была решена обратная задача поиска динамических характеристик горной породы, обеспечивающих наперед заданное поведение автогенератора, представленное на рис. 13. Сигнал на рис. 13 представляет реальный сигнал полевых измерений. Теоретически получен и



экспериментально наблюдается строго гармонический сигнал (рис. 14) не на собственных частотах автогенератора и при негармоническом «внешнем» воздействии (захват частоты).

В представленной теории синхронизация обусловлена диссипативными эффектами линейного трения и сохраняется

Рис. 13. Гармонический синхронизированный сигнал двухчастотного автогенератора.

в широком диапазоне их изменения. Рисунок 14 представляет спектр частот на достаточно большом временном интервале на безразмерной шкале частот с одной единственной частотой. На безразмерной шкале частот получаем, как непосредственно видно из графика, частоту 0.1585. Это соответствует физической частоте 194.7 Гц, близкой к частоте деструкции горной породы $f_N = 194$ Гц. В силу выбора горной породы со слабовыраженными свойствами ослабления вертикальной реакции, реальная глубина резания мала: $h_{r} \simeq 0.1 \cdot 10^{-3}$ м. Ослабленная в 5 раз амплитуда колебаний торсионного ускорения наблюдается на осцилляторе, предшествующем осциллятору, непосредственно связанному с долотом. Колебания проходят уже в противофазе. Можно утверждать, что, располагая дополнительной вставкой в ВНА с правильно подобранными отношениями масс и жесткостей, можно добиться значительного ослабления торсионных колебаний, по крайней мере, на выделенном наиболее важном фрагменте буровой колонны (см. рис. 15).

Выход долота на более твердые горные породы ($\sigma_{max} = 2 \cdot 10^9$ H/м²) и с меньшим коэффициентом трения $\mu(\mu = 0.08)$ может резко изменить режим работы автогенератора и привести к значительному усилению амплитуды торсионных колебаний, при этом сохраняя частоту деструкции $f_N = 194$ Гц.

Рисунок 16 иллюстрирует работу автогенератора с прочностными свойствами горной породы: $\sigma_{max} = 2.0 \cdot 10^9$ H/м², $\Delta \sigma = 5.6 \ 10^8$ H/м², $q/ak\mu = 9.5 \cdot 10^{-2}$. Коэффициенты линейного трения приняты равными: $\xi_x = 0.001$, $\xi_z = 0.08$, $\zeta = 0.0$. В результате выхода долота на такие породы возникают низкочастотные модулированные колебания со значительно большей амплитудой ускорения

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = 4\pi^2 a f_*^2 \left(\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \frac{d^2 z}{d\tau^2} \right) / 9.8g \simeq 65g .$$

Локально во времени наблюдаем частоту деструкции в 194 Гц (0.1585). В спектрах колебаний крутильных ускорений x'', z'', y'' возникает дополнительная частота $f_{\partial} \simeq 190$ Гц, которая, смешиваясь с частотой $f_N = 194$ Гц, приводит к частоте модуляции $\Delta f \simeq 4$ Гц. Действительно, как видно на рис. 17, на безразмерной шкале



Рис. 14. Спектр торсионного ускорения выбранного режима автоколебаний.



Рис. 15. Гармонический синхронизированный сигнал левого осциллятора (см. рис. 12).



Рис. 16. Колебания торсионного ускорения в условиях низкочастотной модуляции.

Ускорение осевых колебаний соответствует кривой с меньшей амплитудой.



Рис. 17. Спектр крутильного ускорения при низкочастотной модуляции.

частот, помимо основной частоты $f_{wN} = 0.1585$, возникает частота $f_{w\partial} = 0.1554$. Разница частот $\Delta f_w = 0.0031$ соответствует значению на физической оси частот $\Delta f = 3.8$ Гц. Частота модуляции может значительно уменьшится при выходе долота на более прочные породы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основу предложенного механизма НFTO составляют три основных факта: расширение идеи Г.П. Черепанова о механизме резания горной породы до представления об автогенераторе; перенос теоретических идей и экспериментальных результатов К.И. Борисова о механизме внедрения резца при стационарном режиме в горную породу на нестационарный случай; построение автогенератора на основе представления о периодическом масштабе разрушения как характерном свойстве горной породы. Предложенная модель автогенератора соответствует экспериментальным результатам работы [Jain et al., 2014], а также лабораторным исследованиям стационарного режима резания [Борисов, 1982, 2012].

В статье использованы опубликованные экспериментальные материалы коммерческих организаций, которые лишь частично представляют результаты исследований. Тем не менее на основе этих данных восстанавливались свойства горной породы при резании PDC резцом и, тем самым, проводилась идентификация теории и эксперимента. Как результат— неоднозначное решение обратной задачи. Результат поиска параметров среды станет однозначным, если представить данные о глубине резания h_r , диапазона $\Delta \sigma$ силового нагружения BHA, силе предельного нагружения σ_{max} . Для этого можно воспользоваться двумя дополнительными зависимостями, полученными ранее, для одночастотного автогенератора. На рисунке 18 представлена теоретическая зависимость глубины резания h_r от параметра q/ak, сохраняющая амплитуды крутильных и осевых колебаний, представленных на рис. 5, что позволяет по глубине резания дополнительно определить параметр ослабления вертикальной реакции q.

Рисунок 19 представляет теоретическую зависимость $\mu(b\Delta\sigma/k)$, позволяющую по измеренному значению $\Delta\sigma$ однозначно определить коэффициент трения. Представленная зависимость соответствует тем же амплитудам ускорения осевых и крутильных колебаний. Последние две зависимости однозначно восстанавливают все параметры горной породы в условиях резания.

Подчеркнем, что глубина резания h_r , диапазон $\Delta \sigma$ силового нагружения и сила предельного нагружения $b\sigma_{max}/k$ — принципиально измеримые величины при работе автогенератора.

Представленные результаты характеризуют резание горной породы одиночным резцом, однако теория полностью сохраняется при рассмотрении резания горной породы PDC долотом. В этом случае изменяются лишь численные значения коэффициентов в уравнениях автогенератора.

Учет нелинейных членов по деформациям ВНА принципиально не меняет результатов, но численные значения амплитуд могут значительно изменяться.

Дальнейшее практическое исследование модели следует связать с поиском механизмов ослабления амплитуд ускорения крутильных и осевых колебаний. Развитие более адекватной модели требует привлечения континуальной теории, позволяющей связать механизмы возбуждения спектра собственных колебаний буровой колонны с «внешним» генератором частоты, обусловленным процессом периодического разру-

Рис. 18. Зависимость $h_r = h_r(q/ak)$ одночастотного автогенератора.



Рис. 19. Зависимость $\mu = \mu(b\Delta\sigma/k)$ одночастотного автогенератора.

шения горной породы. Дополнительно появляется возможность применения теории периодического разрушения горной породы с привлечением идей, изложенных в работах [Гузев, Парошин, 2001; Dorovsky et al., 2015; Vtorushin, Dorovsky, 2019], анализирующих напряженное состояние горной породы в условиях, предшествующих периодическому пространственному разрушению.



ЛИТЕРАТУРА

Борисов К.И. Научный метод оценки эффективности динамических процессов разрушения горных пород при бурении скважин современными инструментами режуще-скалывающего действия: Автореф. дис.... д. т. н. Томск, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 2012, 23 с.

Борисов К.И. Исследование сил резания горных пород твердосплавными резцами // Технология и техника геолого-разведочных работ. М., МГРИ, 1982, № 5, с. 117—126.

Гузев М.А., Парошин А.А. Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // Прикладная механика и техническая физика, 2001, т. 42, № 1, с. 147—156.

Заляев М.Ф. Исследование вибрации при бурении скважин на термокарстовом газоконденсатном месторождении // Нефтегазовое дело, 2015, т. 13, № 4, с. 36—40.

Коронатов В.А. Новая динамическая модель бурильной колонны и численное описание крутильных автоколебаний во время проходки — углубления забоя скважины // Системы. Методы. Технологии, 2015, № 1 (25), с. 48—59.

Киреенков А.А., Семендяев С.В. Связанные модели трения скольжения и верчения: от теории к эксперименту // Труды МФТИ, 2010, т. 2, № 3, с. 174—181.

Черепанов Г.П. Механика разрушения горных пород в процессе бурения. М., Недра, 1987, 308 с. Amri M., Pelfrene G., Gerbaud L., Sellami Y., Tijani M. Experimental investigations of rate effects on drilling forces under bottomhole pressure // J. Petrol. Sci. Eng., 2016, v. 147, p. 585—592.

Abbassian F., Dunayevsky V. Application of stability approach to torsional and lateral bit dynamics // SPE Drill. Complet., June 1998, v. 13 (02), p. 99—107.

Brett J.F. The genesisof torsional drillstring vibrations // SPE Drilling Engineering F.J., September 1992, v. 7 (03), p. 168–174.

Dorovsky V., Romensky E., Sinev A. Spatially non-local model of inelastic deformations: applications for rock failure problem // Geophys. Prospect, 2015, v. 63 (5), p. 1198—1212.

Jain J., Oueslati H., Hohl A., Reckmann H., Ledgerwood L., Tergeist M., Ostermeyer G. Highfrequency torsional dynamics of drilling systems: An analysis of the bit-system interaction // SPE Drilling and Exhibition, March 2014.

Ledgerwood L., Kelly J. High pressure facility re-creates downhole conditions in testing of full size drill bits // ASME Energy-Source Technology Conference and Exhibition, 20—24 January, 1991, New Orleans.

Oueslati H., Jayesh R., Jain J., Reckmann H., Ledgerwood L., Pessier R., Chandrasekaran S. New insights into drilling dynamics through high-frequency vibration measurement and modeling // SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 30 September—2 October, 2013, New Orleans.

Tikhonov V., Bukashkina O. A new model of high-frequency torsional oscillations (HFTO) of drillstring in 3-D Wells // IPTC-17958-MS, 2014, Malaysia.

Vtorushin E., Dorovsky V. Application of non-stationary non-Euclidean model of inelastic deformations to rock cutting // J. Petrol. Sci. Eng., 2019, v. 177, p. 508—517.

Zhang Z., Shen Y., Chen W., Bonstaff W., Shi J., Tang K., Smith D., Arevalo Y. Continuous high frequency measurement improves understanding of high frequency torsional oscillation in North America Land Drilling // SPE Annual Technical Conference and Exhibition SPE-187173-MS, October 2017, San Antonio, Rexas.

Поступила в редакцию 28 сентября 2021 г. принята в печать 17 декабря 2021 г.