соответствует $\lambda \geqslant 25\ h_0$). В средневолновой части спектра $(q_1 \leqslant q \leqslant q_2)$, включающей особую точку минимума, можно использовать модель пластина — слой, которая позволяет описать изгибные резонансные волны в случае, если скорость движущейся нагрузки меньше скорости волн Рэлея для слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Горбунов-Посадов М. И., Маликов Т. А.** Расчет конструкций на упругом основании.— М.: Стройиздат, 1973.
2. **Рахматулин Х. А.** О распространении упругопластических волн в полупространстве // ПММ.— 1959.— Т. 23, вып. 3.
3. **Ормонбеков Т.** Взаимодействие конструкций со средой.— Фрунзе: Илим, 1983.
4. **Михайлов А. М.** Динамика однонаправленного стеклопластика // ПМТФ.— 1974.— № 4.
5. **Степаненко М. В.** О динамике разрушения однонаправленного стеклопластика // ПМТФ.— 1979.— № 4.
6. **Степаненко М. В.** Численный эксперимент по динамике разрушения композитного материала // Механика композит. материалов.— 1981.—№ 1.
7. **Абдукадыров С. А., Степаненко М. В.** Об особенностях распространения гармонических волн в плоском слое, контактирующем с упругой средой // ФТПРПИ.— 1979.— № 5.
8. **Ахенбах, Кешава.** Свободные волны в пластине на упругом полупространстве // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Е. Прикладная механика.— 1967.— № 2.
9. **Крауклис П. В., Молотков Л. А.** О низкочастотных колебаниях пластины на упругом основании // ПММ.— 1963.— Т. 27, вып. 5.
10. **Слепян Л. И.** Нестационарные упругие волны.— Л.: Судостроение, 1972.
11. **Айзенберг М. В., Слепян Л. И.** Резонансные волны в полом цилиндре, погруженном в сжимаемую жидкость // Переходные процессы деформации оболочек и пластин: Материалы Всесоюз. симпоз. по переходным процессам деформации оболочек и пластин, Тарту, 1967.— Таллин: Изд-во АН ЭССР, 1967.
12. **Айзенберг М. В.** О резонансных волнах в полом цилиндре // Изв. АН СССР.МТТ.— 1969.— № 1.
13. **Айзенберг М. В.** О влиянии внешней среды на резонансные волны в полом цилиндре // Изв. АН АрмССР. Механика.— 1969.— Т. 22, № 1.
14. **Абдукадыров С. А.** Одна динамическая задача для плоского слоя, окруженного упругой средой // ЧММСС.— 1980.—Т. 11, № 6.
15. **Абдукадыров С. А.** Влияние упругой среды на резонансные волны в слое // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем.— Горький: Изд-во ГГУ, 1980.

Поступила 3/II 1987 г.

УДК 539.375

РАСЧЕТ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ В ОБРАЗЦАХ, СОДЕРЖАЩИХ ПОРИСТЫЕ ПРОКЛАДКИ

Н. Н. Белов, В. А. Гриднева, И. И. Корнеева, В. Г. Симоненко

(*Томск*)

В металлических образцах при взрывном и ударном нагружениях может возникнуть откольное разрушение. Его можно уменьшить или предотвратить совсем, используя прокладки из пористых материалов, так как они обладают высокими характеристиками поглощения энергии.

В данной работе на основе численных методов механики сплошной среды проведено исследование влияния пористых прокладок на откольное разрушение в цилиндрических образцах, подвергнутых взрывному и ударному нагружениям.

1. Система уравнений, описывающая в двумерной осесимметричной постановке поведение пористого материала в рамках модели упругопластического тела, имеет вид

$$\rho\dot{v} = \partial\sigma_z/\partial z + \partial s_{rz}/\partial z + s_{rz}/r,\ \rho\dot{u} = \partial s_{rz}/\partial z + \tag{1.1}$$
$$+ \partial\sigma_r/\partial r + (2s_r + s_z)/r,\ \dot{V}/V = \partial v/\partial z + \partial u/\partial r + u/r,$$
$$\dot{E} = -p\dot{V} + V[s_z\dot{e}_z + s_r\dot{e}_r + s_{rz}\dot{e}_{rz} - (s_r + s_z)\dot{e}_\varphi],$$

$$p=\frac{k_{0m}\left[1-0{,}5\Gamma_{0m}\left(1-\frac{\alpha_0}{\alpha}V\right)\right]}{\alpha\left[1-s_{0m}\left(1-\frac{\alpha_0}{\alpha}V\right)\right]^2}\left(1-\frac{\alpha_0}{\alpha}V\right)+\frac{\Gamma_{0m}E}{\alpha};$$

$$(1.2)\qquad 2\mu\dot{e}_r=\frac{D}{Dt}s_r+\lambda s_r,\quad 2\mu\dot{e}_z=\frac{D}{Dt}s_z+\lambda s_z,$$

$$2\mu\dot{e}_\varphi=\frac{D}{Dt}s_\varphi+\lambda s_\varphi,\quad \mu\dot{e}_{rz}=\frac{D}{Dt}s_{rz}+\lambda s_{rz}.$$

Здесь и ниже r, z — координаты; u, v — компоненты вектора скорости по осям r, z; σ_r, σ_z — компоненты тензора напряжений; p — давление; s_r, s_z, s_{rz}, $s_\varphi = -(s_r+s_z)$ — компоненты тензора девиатора напряжений; E — внутренняя энергия; $\dot{e}_r$, $\dot{e}_z$, $\dot{e}_{rz}$, $\dot{e}_\varphi$ — компоненты тензора девиатора скоростей деформаций; $V=\rho_{00}/\rho$ — относительный объем; $\rho_{00}=\rho_{0m}/\alpha_0$ — начальная плотность пористого материала; ρ_{0m} — начальная плотность материала матрицы при нормальных условиях; $\alpha=\rho_m/\rho$ — пористость; α_0 — начальная пористость; ρ — плотность; $\mu=\mu_{0m}(1-\xi)\left(1-\frac{6K_{0m}+12\mu_{0m}}{9K_{0m}+8\mu_{0m}}\xi\right)$ — модуль сдвига [1]; μ_{0m}, K_{0m} — соответственно модули сдвига и всестороннего объемного сжатия; Γ_{0m} — коэффициент Грюнайзена; s_{0m} — константа материала; $Y_{дm}$, Y_{0m} — динамический и статический пределы текучести; $\xi=(\alpha-1)/\alpha$ — относительный объем пор; D/Dt — символ производной Яуманна; все величины без индекса m относятся к пористому материалу.

Параметр λ в (1.2) определяется с помощью условия текучести Мизеса для пористого материала в виде

$$(1.3)\qquad s_r^2+s_z^2+s_{rz}^2+s_rs_z=\frac{1}{3}\left(\frac{Y_{дm}}{\alpha}\right)^2.$$

Конкретное выражение для λ не приводится, поскольку в численном методе [2], предложенном для решения задач, используется процедура приведения напряжения к кругу текучести, которая эквивалентна полным соотношениям (1.2).

Кинетическое уравнение, описывающее сжатие пористого материала, может быть получено из решения задачи о равновесии сферической поры под действием приложенного давления [3]

$$(1.4)\qquad p=\begin{cases}\dfrac{4\mu_{0m}(\alpha_0-\alpha)}{3\alpha^2(\alpha-1)} & \text{при } \alpha_0\geqslant\alpha\geqslant\alpha_1,\\[2mm] \dfrac{2}{3}Y_{0m}\left\{1-\dfrac{2\mu_{0m}}{Y_{0m}}\left(\dfrac{\alpha_0-\alpha}{\alpha}\right)+\ln\left[\dfrac{2\mu_{0m}}{Y_{0m}}\left(\dfrac{\alpha_0-\alpha}{\alpha-1}\right)\right]\right\} & \text{при } \alpha_1>\alpha\geqslant\alpha_2,\\[2mm] \dfrac{2}{3}Y_{0m}\ln\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right) & \text{при } \alpha_2>\alpha\geqslant\alpha_{00}>1,\end{cases}$$

$$\alpha_1=\frac{2\mu_{0m}\alpha_0+Y_{0m}}{2\mu_{0m}+Y_{0m}},\quad \alpha_2=\frac{2\mu_{0m}\alpha_0}{2\mu_{0m}+Y_{0m}}.$$

Рост пор в пластически деформированном материале можно рассчитать по уравнению [4]

$$(1.5)\qquad \dot{\alpha}=(\alpha-1)\left[\frac{3n}{2\eta_0}|\Delta p|\frac{\alpha}{1-\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^n}\right]^{1/n}\ \text{при } \Delta p=p+\frac{a_s}{\alpha}\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)<0,$$

где α_{00} — остаточная пористость в сплошном материале ($\alpha_{00}\approx 1{,}0006$); a_s, η_0, n — константы материала, численные значения которых приведены в [4].

Исследование поведения пористого материала под действием кратковременных импульсных нагрузок сводится к решению системы уравнений

(1.1) — (1.5) при соответствующих начальных и граничных условиях. Начальные условия отвечают тому факту, что до воздействия нагрузки материал образца находился в недеформированном состоянии. Граничными условиями на свободных поверхностях исследуемого образца являются равенства нулю нормальной и касательной составляющих вектора напряжений, а в местах закрепления его на кольцевой опоре — нормальной составляющей вектора скорости.

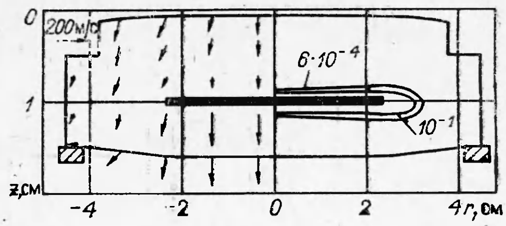

Рис. 1

Откольное разрушение в образцах рассматривается как процесс роста пор в пластически деформированном материале. При достижении в элементе материала критической пористости (относительный объем пор 0,3) происходит нарушение сплошности среды и напряжения в нем принимаются равными нулю.

2. Как показывают экспериментальные данные [5], при ударе стального диска (толщина 0,5 см, диаметр 7,6 см) по стальной мишени (толщина 1 см, диаметр 9 см) со скоростями выше 215 м/с в мишени образуется откольное разрушение. На рис. 1 приведена в момент времени 6 мкс картина разрушения в мишени при скорости удара 320 м/с, где линиями изображены изолинии относительного объема пор, по которым можно судить о степени разрушения мишени; зачернена область разрушенного материала. Предельная пористость достигается в одном ряде ячеек в центре мишени, перпендикулярном направлению удара. В этой области материала образуется магистральная трещина.

Откольного разрушения в мишени можно избежать, если использовать пористую прокладку. Рассмотрим процесс взаимодействия стального ударника с двухслойной мишенью, состоящей из стального листа и листа из пористого железа с относительным объемом пор 0,25 ($\alpha_0 = 1{,}34$). Из расчетов видно, что ударная волна в мишени, достигнув поверхности раздела материалов, отразится в стальной лист в виде волн разгрузки, в результате этого уровень сжимающих напряжений в нем понизится от 4 до 1,5 ГПа. Интенсивность ударной волны, распространяющейся по пористому листу, недостаточна для полного уплотнения материала. Интерференция волн разгрузки, распространяющихся от свободной поверхности ударника и поверхности раздела материалов, приводит к появлению области растягивающих напряжений в центре стального листа, однако уровень их недостаточен для образования разрушений. Рост пор происходит в мишени лишь в небольшой области у поверхности контакта с ударником. Все эти особенности хорошо прослеживаются на рис. 2, где в момент времени 5 мкс приведены поле массовых скоростей и изолинии относительного объема пор в ударнике и мишени.

Картина разрушения в мишени, содержащей пористую прокладку, сильно зависит, как показали расчеты, проведенные в рамках одномерной деформации [6], от скорости удара, величины и местоположения пористой прокладки и относительного объема пор в ней.

3. Рассмотрим влияние пористых прокладок на откольное разрушение в металлических дисках, подвергнутых взрывному нагружению цилиндрическими накладными зарядами ВВ. С целью упрощения решения задачи действие продетонировавшего заряда на металлический диск заменяется действием импульса давления

$$p(r, z, t) = p_0\left(1 - \frac{t}{T_0}\right)\left[1 - 0{,}5\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right],$$

где $T_0 = 2I_s/(\pi p_0 r_0^2)$ — время действия продуктов детонации на диск; $I_s = 0{,}8\,(h/r_0)^{1/3}\,\rho_{0\text{н}} r_0^3 D_\text{н}$ — полный импульс, переданный диску продук-

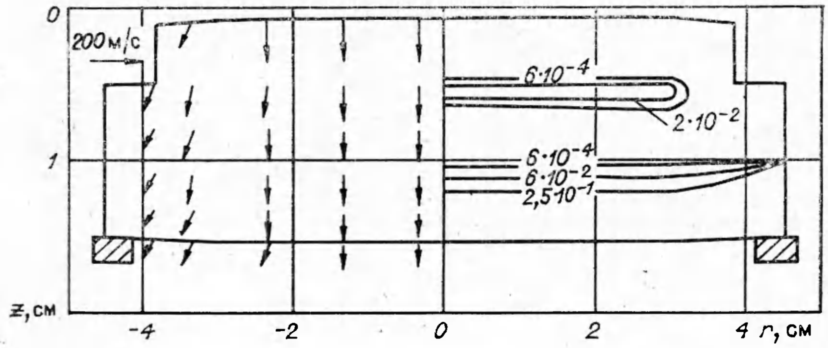

Рис. 2

тами детонации [7]; $D_н$ — скорость детонационной волны; h, $d = 2r_0$ — высота и диаметр заряда ВВ; $\rho_{0н}$ — плотность заряда.

При взаимодействии продуктов детонации с металлическим диском в нем возникает ударная волна, интенсивность которой зависит от характеристик заряда ВВ. Что же касается продуктов детонации, то по ним распространяется отраженная ударная волна, начальная интенсивность которой определяется зависимостью [8]

$$u = \frac{D_н}{m+1}\left[1 - 2\sqrt{m}\frac{k-1}{\sqrt{(m+1)k + (m-1)}}\right].$$

Здесь $k = 4p/(\rho_{0н}D_н^2)$; m — показатель политропы; u — массовая скорость.

Решение этого уравнения совместно с уравнением ударной адиабаты материала диска полностью определяет решение задачи о нахождении начального давления на границе раздела p_0. Методика построения адиабат пористого материала приведена в [6].

На рис. 3 представлено решение графическим методом задачи о нахождении начального давления p_0 на поверхности монолитной и пористой стальных преград при взрыве цилиндрического заряда ВВ ($\alpha_0 = 1{,}34$, $\rho_{0н} = 1{,}65$ г/см³, $D_н = 7655$ м/с, $m = 3$), линии 1 и 2 — ударные адиабаты сплошного и пористого железа, 3 — адиабата вторичного сжатия продуктов детонации.

Картина разрушения в стальном диске (диаметр 12,7 см, высота 5,08 см), подвергнутом воздействию импульсной нагрузки, моделирующей контактный взрыв цилиндрического заряда ВВ ($d = h = 5{,}08$ см, $\rho_{0н} = 1{,}65$ г/см³, $D_н = 7655$ м/с), приведена в момент времени 20 мкс на рис. 4. Геометрические размеры стального диска и накладного заряда ВВ приняты такими же, как и в [9]. Заштрихованные зоны — это области материала, в которых относительный объем пор больше 0,15. В диске образовались две зоны разрушения. Основная область разрушений параллельна тыльной поверхности диска. Вторая зона разрушений расположена

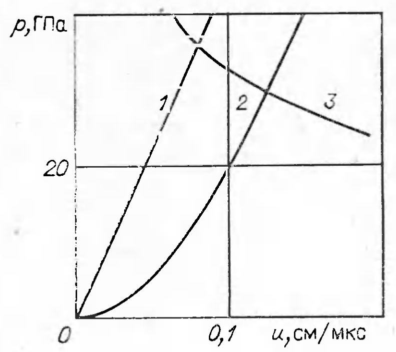

Рис. 3

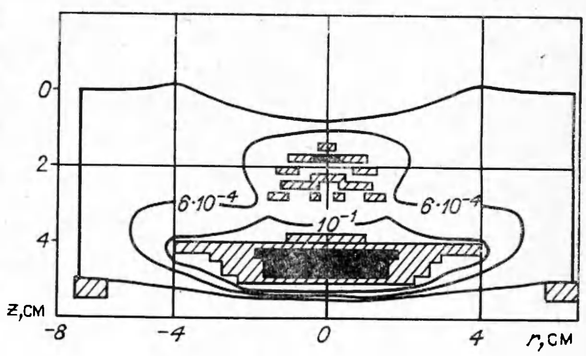

Рис. 4

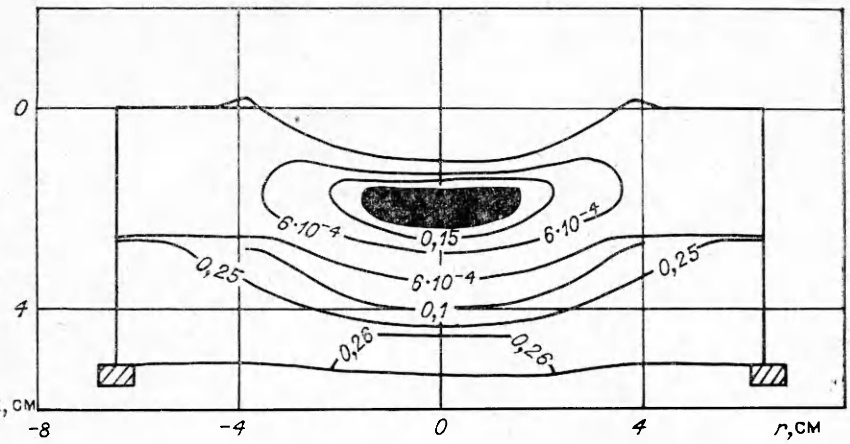

Рис. 5

под кратером. Она появилась в результате интерференции волн разгрузки, распространяющихся от поверхности контакта и свободной лицевой поверхности диска. Обе зоны разрушений наблюдаются в эксперименте [9].

На рис. 5 показаны разрушение и изолинии относительного объема пор в двухслойном диске в момент времени 20 мкс. Первый лист диска стальной, а второй из пористого железа с относительным объемом пор 0,25.

Взаимодействие встречных волн разгрузки, распространяющихся от свободной лицевой поверхности стального листа и от поверхности раздела материалов, привело к образованию области разрушений в центре стального листа. Ударная волна, распространяющаяся по пористому материалу, сначала уплотняет его. По мере распространения интенсивность ее падает настолько, что в последующие моменты времени пористый материал за фронтом ударной волны остается практически неуплотненным. Достигнув свободной тыльной поверхности пористого слоя, она отражается в виде волн разгрузки, интерференция которых с волнами разгрузки, распространяющимися от свободной поверхности стального листа, приводит к увеличению относительного объема пор у тыльной поверхности диска.

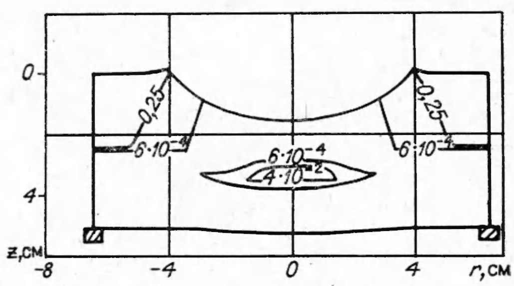

Рис. 6

Рис. 6 иллюстрирует в момент времени 21 мкс разрушение и изолинии относительного объема пор в двухслойном диске, первый лист которого из пористого железа, а второй стальной. Интенсивность ударной волны в пористом слое достаточна для уплотнения центральной части слоя пористого материала до сплошного. Неуплотненными остались области материала, прилегающие к свободной боковой поверхности пористого слоя и кромке кратера. В данном варианте расчета разрушений не произошло. В центре диска образовалась лишь небольшая область материала, в которой происходил незначительный рост пористости в результате интерференции встречных волн разгрузки, распространяющихся от свободных лицевой и тыльной поверхностей диска.

Таким образом, из вышеизложенного следует, что пористые прокладки хорошо предохраняют образцы при взрывном нагружении, если они находятся на их лицевой поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Johnson J. N.** Dynamic fracture and spallation in ductile solids // J. Appl. Phys.— 1981.— V. 52, N 4.
2. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидромеханике.— М.: Мир, 1967.
3. **Carrol M. M., Holt A. C.** Static and dynamic pore-collapse for ductile porous materials // J. Appl. Phys.— 1972.— V. 43, N 4.
4. **Белов Н. Н., Корнеев А. И., Николаев А. П.** Численный анализ разрушений в плитах при действии импульсных нагрузок // ПМТФ.— 1985.— № 3.
5. **Иванов А. Г., Клещевников О. А. и др.** Откол в стали // ФГВ.— 1981.— № 6.
6. **Белов Н. Н., Корнеев А. И., Симоненко В. Г.** Исследование влияния прослойки из пористого материала на откольное разрушение металлических плит.— М., 1985.— Деп. в ВИНИТИ 25.12.85, № 8859—В85.
7. **Шубин Е. П.** О закономерностях изменения импульса давления на поверхности преграды вблизи заряда ВВ // ФГВ.— 1965.— № 3.
8. **Баум Ф. М., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др.** Физика взрыва.— М.: Наука, 1975.
9. **Райнхарт Дж.** Некоторые экспериментальные данные о напряжениях, вызванных взрывом // Механика.— 1953.— № 4.

Поступила 4/II 1987 г.

УДК 539.4

УРАВНЕНИЯ ИЗОТРОПНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГАЗОНАСЫЩЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ ШАРОВЫХ ПОР

В. А. Буряченко, А. М. Липанов

(*Москва*)

Рассматривается композитная среда, состоящая из однородной изотропной матрицы и шаровых пор, насыщенных газом. Характер расположения пор принимается статистически-однородным. Ранее с помощью предложенного метода эффективного поля [1—3] получены уравнения состояния газонасыщенных пористых сред в предположении малых деформаций пор и среды в целом [1]. В случае общих типов больших деформаций естественно рассматривать методы решения при помощи последовательных приближений [4], что было сделано для композитных сред методом условных моментных функций [5]. Сильным допущением метода условных моментных функций является предположение об однородности полей напряжений в пределах каждого компонента, что приводит к значительным погрешностям в оценке эффективных параметров линейно-упругих сред в сравнении с методом эффективного поля [1, 2]. Анализ произвольно больших деформаций рассмотрен для частного случая изотропного деформирования материала с шаровыми порами и несжимаемой матрицей с использованием ячеистой модели [6, 7]. В данной работе решена аналогичная задача с учетом действия давления газа в порах с помощью привлечения идей метода эффективного поля [1, 2], хорошо себя зарекомендовавшего при исследовании линейных задач микронеоднородных сред.

1. Физическая модель. В ряде практически важных задач представляет интерес исследование объемного деформирования резиноподобных материалов с малой ($\leqslant 1\%$) пористостью. Для определенности будем описывать деформационные свойства матрицы потенциалом Муни [4]. В линейных задачах газонасыщенных пористых сред показано [1], что для шаровых пор в несжимаемой матрице эффекты бинарного взаимодействия включений при малой пористости несущественны и эффективный объемный модуль определяется решением линейно-упругой задачи об одиночном включении, находящемся в матрице с заданным на бесконечности некоторым эффективным полем напряжений. Поэтому можно считать допустимой ячеистую модель [6, 7], предполагающую эквивалентность деформационных свойств пористой среды и толстостенной сферической оболочки с отношением объемов поры и шарового элемента, равного пористости композитной среды. В данной работе используем позитивные идеи метода эффективного поля и поместим шаровой элемент в матрицу с заданным на бесконечности эффективным полем напряжений, отличным от действующего. Параметры этого поля найдем самосогласованным методом эффектив-