ИСПЫТАНИЯ НА ПОЛЗУЧЕСТЬ ПЛАСТИНОК ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА

Г. И. Брызгалин (*Новосибирск*)

В работах [1,2] предложена схема расчета на ползучесть тонкостенных конструкций из стеклопластика с двумя взаимноперпендикулярными направлениями армирования. Ниже представлены результаты экспериментальной проверки этой схемы при помощи испытаний квадратных пластинок при чистом кручении и балок при изгибе.

Как известно, реализовать состояние чистого кручения можно двумя способами: или приложить по краям равномерно распределенный крутящий момент H, или нагрузить по схеме, изображенной на фиг. 1, причем груз $P = 4H$ [3–5]. В последнем случае чистое кручение (чистый сдвиг, неоднородный по толщине) будет осуществляться во всей пластинке за исключением краевой зоны, однако этой особенностью в расчете пренебрегаем.

Граничные условия

$$M_x = 0 \quad \text{при } x = 0,\ x = a; \qquad M_y = 0 \quad \text{при } y = 0,\ y = a, \qquad Q(x, y, t) = 0$$

$$w(0, 0) = 0 \qquad w(a, a) = 0; \qquad w(a, 0) = w(0, a)$$

$$H_{xy} = H(t) \ \text{при } x = 0,\ x = a; \qquad y = 0,\ y = a \qquad (t \text{ — время})$$

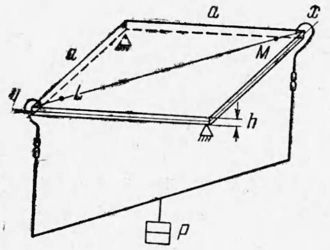
Прогиб ищется в виде

$$w = A(t)\,x^2 + B(t)\,xy + C(t)\,y^2 + C_1(t)\,x + C_2(t)\,y + C_0(t)$$

Закон связи между напряжениями и деформациями постулируется в форме

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E_1}\sigma_x - \frac{\nu_2}{E_2}\sigma_y, \qquad \varepsilon_y = -\frac{\nu_1}{E_1}\sigma_x + \frac{1}{E_2}\sigma_y \tag{1}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{\mathrm{G}}\tau_{xy} = \frac{1}{G^\circ}\left[\tau_{xy} + \chi\int_0^t \frac{(t-\theta)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)}\tau_{xy}(\theta)\,d\theta\right]$$



Фиг. 1

Здесь σ_x, σ_y, τ_{xy}; ε_x, ε_y, γ_{xy} — напряжения и технические деформации в главных осях анизотропии x, y, G° — мгновенный модуль сдвига, χ — размерная постоянная, Γ — гамма-функция, G — оператор ползучести [6].

Уравнение прогибов и выражения для изгибающих и крутящего моментов те же, что и в [1]. Пользуясь граничными условиями и (1), получим

$$w = -\frac{6}{h^3}\left[xy - \frac{a}{2}(x+y)\right]\frac{1}{\mathrm{G}}H(t) \tag{2}$$

Две квадратные пластинки из стеклопластика АГ-4с, армированные одинаково вдоль осей x и y, были испытаны по схеме, изображенной на фиг. 1, при ступенчато меняющихся нагрузках и постоянной температуре 30° С. При помощи простого приспособления индикатором с ценой деления 0.01 *мм* замерялся суммарный прогиб в точках L ($x = 10$ *мм*, $y = 230$ *мм*), и M ($x = 230$ *мм*, $y = 10$ *мм*). Размеры пластинок: $a = 240$ *мм*, $h = 5.84$ *мм* для первой и $h = 5.75$ *мм* — для второй.

Вначале обе пластинки подвергались ползучести при постоянной силе, затем возврату в ненагруженном состоянии; когда скорость возврата становилась достаточно малой, пластинка переворачивалась и загружалась той же силой, что приводило к перемене знака напряжений. Таким образом, программа нагрузок была следующей:

$$P = P_0 \quad \text{при } 0 < t < t_1, \qquad P = 0 \quad \text{при } t_1 < t < t_2, \qquad P = -P_0 \quad \text{при } t_2 < t \tag{3}$$

Поскольку связь между напряжениями и деформациями ползучести практически линейна [2], что подтверждают также эксперименты на образцах, вырезанных из плит после испытания и отдыха, то линейную теорию наследственности можно проверять непосредственно по кривым изменения прогиба в точках L и M. На первом участке программы (3) кривые ползучести аппроксимировались функцией

$$w(t) = w^\circ + ft^{0.23} \qquad > t_1$$

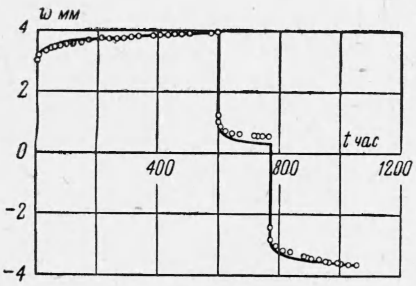
Далее расчетные кривые строились при помощи принципа суперпозиции

$$w(t) = f\left[t^{0.23} - (t - t_1)^{0.23}\right] \quad \text{при } t_1 < t < t_2$$

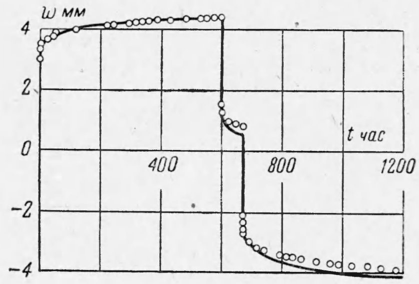
$$w(t) = f\left[t^{0.23} - (t - t_1)^{0.23} - (t - t_2)^{0.23}\right] - w^\circ \quad \text{при } t > t_2 \tag{4}$$

Времена изменения нагрузок и постоянные для первой пластинки: $t_1 = 600$ *час*, $t_2 = 772$ *час*, $P_0 = 6.720$ *кг*, $f = 0.24$, $w^\circ = 2.92$ *мм*; для второй: $t_1 = 600$ *час*, $t_2 = 672$ *час*, $P_0 = 5.800$ *кг*, $f = 0.32$, $w^\circ = 3.02$ *мм*. Совпадение экспериментальных точек на фиг. 2 и 3 *и* расчетных кривых, построенных по формулам (4), удовлетворительное.

Третья пластинка была испытана по той же схеме (фиг. 1, $h = 6$ *мм*) при постоянной силе $P = 7.550$ *кг*. После отдыха в течение месяца при температуре испытания

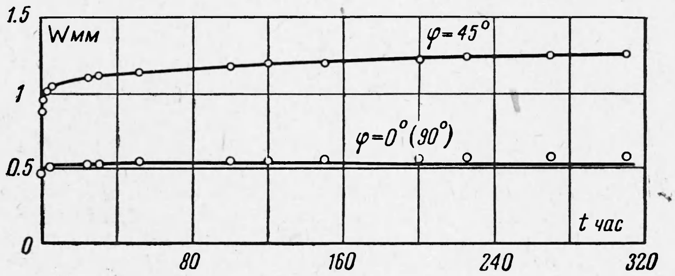


Фиг. 2



Фиг. 3

30° С и в течение трех месяцев при комнатной температуре она была разрезана на четыре балки, продольные оси которых составляли с одним из направлений армирования углы $\varphi = 0, 22.5, 45, 90°$. Эти балки (длина 200 *мм*, ширина $b = 25$ *мм*) были оперты на призмы (расстояние $l = 185$ *мм*) и нагружены постоянной силой $P_1 = 4$ *кг* в середине пролета. Так как принцип суперпозиции выполняется с достаточной степенью точности, можно предположить, что после отдыха пластинка практически вернулась в исходное состояние. Эксперименты при $\varphi = 0, 90, 45°$ считаются основными, по их результатам



Фиг. 4

предсказывается ползучесть балки при $\varphi = 22.5°$ и ползучесть пластинки (из которой вырезаны все эти балки) при чистом кручении. Прогибы балок при $\varphi = 0$ и 90° оказались весьма близкими и при расчете считались одинаковыми и равными среднему значению.

Результаты основных экспериментов (точки) и их аппроксимация на основе гипотез работы [2] представлены на фиг. 4. Кривая при $\varphi = 45°$ проведена непосредственно по экспериментальным точкам, значения прогиба при $\varphi = 0°$ (90°) аппроксимировались прямой, проходящей через точку ($t = 30$ *час*, $w = w$ (30)) параллельно оси времени.

Формулу для прогиба w_φ балки, вырезанной под углом φ при постоянной нагрузке можно записать так:

$$w_\varphi = \frac{P_1 l^3}{4bh^3} \mathrm{E}_\varphi^{-1} \cdot 1 = \frac{P_1 l^3}{4bh^3} [\varepsilon_\varphi{}^\circ + \varepsilon_\varphi{}^c (t)] \tag{5}$$

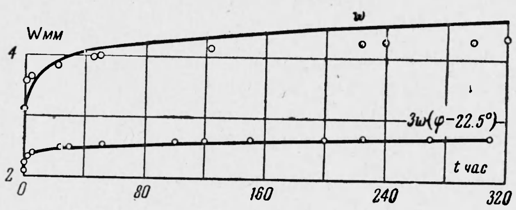
Здесь E_φ^{-1} — оператор ползучести в направлении φ [2]; деформации ползучести, описываемые этим оператором, подчиняются зависимости

$$\mathrm{E}_\varphi^{-1} \cdot 1 = \varepsilon_\varphi = \varepsilon_1 \cos^4 \varphi + {}^1/_4 [\gamma (t) + 2\omega_1] \sin^2 2\varphi + \varepsilon_2 \sin^2 2\varphi \tag{6}$$

Здесь ε_1, ε_2 — деформации вдоль главных направлений при единичном растягивающем (сжимающем) напряжении; $\gamma(t)$ — сдвиговая деформация при единичном касательном напряжении в главных осях x, y; ω_1 — поперечная деформация при единичном растягивающем (сжимающем) напряжении, действующем вдоль оси x; ε_φ — продольная деформация вдоль оси, направленной под углом φ к оси x при единичном растягивающем (сжимающем) напряжении, она складывается из упругой и ползучей составляющих

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_\varphi{}^\circ + \varepsilon_\varphi{}^c$$

В соответствии с принятой аппроксимацией, ползучесть вдоль направлений x и y отсутствует, а деформации ε_1, ε_2 при постоянном напряжении считаются равными экспериментальным значениям при $t = 30$ *час*. Значения ширины, толщины и нагрузки



Фиг. 5

для отдельных балок, указанные выше, немного различались, поэтому выражения для каждого угла записываются так:

$$\varphi = 0^\circ\,(90^\circ), \qquad w_1 = 1.17 \cdot 10^3 \varepsilon_1$$

$$\varphi = 45^\circ, \qquad w_{45} = 1.20 \cdot 10^3 \varepsilon_{45} = 1.2 \cdot 10^3\,[\overset{\circ}{\varepsilon}_{45} + \varepsilon_{45}^c(t)]$$

$$\varphi = 22.5^\circ, \qquad w_{22} = 1.19 \cdot 10^3 \varepsilon_{22} = 1.19 \cdot 10^3\,[\overset{\circ}{\varepsilon}_{22} + \varepsilon_{22}^c(t)]$$

Из (6) для $\varphi = 45$ и $\varphi = 22.5^\circ$ (при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$) следует

$$\varepsilon_{45} = 0.5\varepsilon_1 + 0.25\,[\gamma(t) + 2\omega_1], \quad \varepsilon_{22} = 0.75\varepsilon_1 + 0.125\,[\gamma(t) + 2\omega_1] \tag{7}$$

Отсюда

$$\overset{\circ}{\varepsilon}_{22} = 0.5\,(\varepsilon_1 + \overset{\circ}{\varepsilon}_{45}), \quad \varepsilon_{22}^c(t) = 0.5\,\varepsilon_{45}^c(t) \tag{8}$$

Формулы (8) позволяют рассчитать изменение прогиба при $\varphi = 22.5^\circ$ по данным для балок при $\varphi = 0^\circ$ (90°) и $\varphi = 45^\circ$. Результаты этого расчета представлены нижней кривой на фиг. 5 (как расчетная кривая, так и экспериментальные точки соответствуют утроенным значениям прогиба w_{22}). Совпадение вполне удовлетворительное.

Аналогично, по основным экспериментам ($\varphi = 0$, 90, 45°) было рассчитано поведение исходной пластинки при чистом кручении. Из (7) следует

$$\gamma^\circ = 4\varepsilon_{45}{}^\circ - 2\varepsilon_1 - 2\omega_1, \qquad \gamma^c(t) = 4\varepsilon_{45}{}^c(t)$$

Согласно экспериментальным данным [2], можно принять $\nu_1 = 0.07$, тогда $w_1 = -\nu_1\varepsilon_1 = -0.07\,\varepsilon_1$. Далее в (2) полагается $G^{-1} = \gamma^\circ + \gamma^c(t)$, и в эту формулу представляются численные значения координат точки L, а также силы $P_1 = 4H$ и толщины пластинки. Результаты расчета представлены верхней кривой на фиг. 5, ее отклонения от экспериментальных точек не превышают 8%.

Таким образом, можно заключить, что математическая модель стеклопластика, представленная в [2], удовлетворительно описывает поведение реального материала.

Поступила 12.V.1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Брызгалин Г. И. К расчету на ползучесть пластинок из стеклопластика. ПМТФ. 1963, № 4.
2. Брызгалин Г. И. К описанию анизотропной ползучести стеклопластиков. ПМТФ, 1963, № 6.
3. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. Гостехиздат. М., 1957.
4. Ляв А. Математическая теория упругости. ОНТИ, М.—Л., 1935.
5. Hearman R. F. S., Adams E. The Bending and Twisting of Anisotropis Plates. British. J. Appl, Phys., 1952, vol. 3. p. 150.
6. Работнов Ю. Н. Равновесие упругой среды с последействием. ПММ, 1948, т. 12, вып. 1.