

переходом, то при $dP > 0$ обе ударные адиабаты попадают в двухфазную область).

Расположение ударных адиабат при положительных и отрицательных $(\partial P / \partial T)_V$ и соответствующие направления излома в точке исчезновения двуволновой конфигурации (точка 3) даны на фиг. 2. Пунктиром обозначено продолжение адиабаты II.

Заметим, что в случае, если в точке 2 на ударной адиабате не возникает двуволновой конфигурации, то, как известно [4], взаимное расположение ударных адиабат (ударной адиабаты и изэнтропы) тоже определяется знаком $(\partial P / \partial T)_V$, но оказывается прямо противоположным.

Поступила 13 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Bancroft D., Peterson E., Minshall S. Polymorphism of Iron at High Pressure. J. Appl. Phys., 1956, vol. 27, No. 3, p. 291.
2. Зельдович Я. В., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, 1963.
3. Альтшулер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений. Усп. физ. наук, 1965, т. 85, № 2, стр. 197.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1953.

СМЕШЕНИЕ ДВУХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ, ДВИГАЮЩИХСЯ В КОАКСИАЛЬНЫХ ТРУБАХ, РАЗДЕЛЕННЫХ ПЕРФОРИРОВАННОЙ СТЕНКОЙ

Н. Ф. Воробьев (Новосибирск)

В одномерной схеме рассматривается смешение двух газов, обладающих различными физическими и термодинамическими свойствами, в коаксиальных цилиндрических трубах, разделенных перфорированной стенкой. Между средами происходит массообмен, обусловленный разностью статических давлений в потоках. Предполагается, что газы в трубе, в которую происходит истечение, мгновенно перемешиваются и в смеси газов устанавливается термодинамическое равновесие. Кроме того, предполагается, что трение и теплопередача на стенках труб пренебрежимо малы по сравнению с эффектом смешения. При составлении уравнения количества движения в трубе, где происходит смешение, учитывается взаимное направление смешиваемых потоков и угол входа струй.

Одномерные уравнения установившегося движения двух газовых потоков, разделенных перфорированной стенкой, имеют вид:

$$\begin{aligned} dQ_2 &= -dQ_1, & d(Q_2 u_2) &= -i_1 dQ_1, & Q_j &= f_j u_j \rho_j \\ d(Q_2 u_2) + f_2 dp_2 &= \beta [d(Q_1 u_1) + f_1 dp_1], & i_j &= c_{pj} T_{j0} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь Q_j — расход через поперечное сечение трубы, i_j — энтальпия, p_j — статическое давление, u_j — скорость, ρ_j — плотность, T_{j0} — температура торможения, c_{pj} — теплоемкость при постоянном давлении, $j = 1, 2$, причем индекс 1 относится к трубе, из которой газ вытекает, а индекс 2 относится к трубе, в которой течет смесь газов. Площадь поперечного сечения трубы f_j постоянна вдоль оси.

В уравнении количества движения параметр β учитывает взаимную направленность потоков в трубах 1 и 2 и долю импульса перетекающего из трубы 1 газа, передаваемую смеси газов в трубе 2. В зависимости от устройства перфорированных отверстий меняется угол входа в трубу 2 струй подмешиваемого газа, следовательно, меняется доля импульса, передаваемая смеси газов в направлении оси трубы.

При организации перфорированных отверстий, обеспечивающих передачу импульса перетекающего газа без потерь (направление входа струи в перфорировующее отверстие в трубе 1 и направление выхода струи в трубе 2 совпадает с направлением оси труб, и когда потерями в отверстии можно пренебречь), параметр $\beta = -1$ в случае одинаково направленных потоков в трубах 1 и 2, параметр $\beta = +1$ в случае противоположно направленных потоков. В случае, когда струи входят в трубу 2 перпендикулярно к направлению потока, $\beta = 0$. В зависимости от вида перфорации и взаимного направления потоков в трубах 1 и 2 значение β меняется в пределах $-1 \leq \beta \leq 1$. По длине трубы значение β принимается постоянным.

Перетекание газа из первой трубы во вторую происходит по законам: при сверхкритическом перепаде статических давлений

$$\frac{dQ_1}{dx} = -\mu F(x) \left(\frac{2}{\kappa_1 + 1} \right)^{\vartheta_1} \left(\frac{2\kappa_1}{\kappa_1 + 1} p_1 \rho_1 \right)^{1/2} \quad \left(\vartheta_1 = \frac{1}{\kappa_1 - 1} \right) \quad (2)$$

при докритическом перепаде статических давлений

$$\frac{dQ_1}{dx} = -\mu F(x) \left\{ \frac{2\kappa_1}{\kappa_1 - 1} p_1 \rho_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2\theta} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1+\theta} \right] \right\}^{1/2} \quad \left(\theta = \frac{1}{\kappa_1} \right) \quad (3)$$

Здесь $F(x)$ — площадь перфорации перегородки, приходящаяся на единицу длины трубы, μ — коэффициент сопротивления отверстия.

Газы и смесь газов удовлетворяют уравнению Клапейрона

$$p_j = R_j \rho_j T_j \quad (4)$$

Для смеси газов значение газовой постоянной $R_2 = c_{p2} - c_{v2}$ и $\kappa_2 = c_{p2}/c_{v2}$ изменяются вдоль трубы и определяются через значение параметров второго газа до смешения $Q_2(0)$, $R_2(0)$, $\kappa_2(0)$ и значение параметров подмешиваемого газа

$$R_2 = \frac{R_2(0) + n R_1}{1 + n}, \quad \kappa_2 = \frac{\kappa_2(0) + n \kappa_1}{1 + n} \quad \left(\frac{Q_1(0) - Q_1}{Q_2(0)} = n \right) \quad (5)$$

Уравнения движения (1) интегрируются:

$$Q_1 + Q_2 = Q_1(0) + Q_2(0), \quad Q_1 i_1 + Q_2 i_2 = Q_1(0) i_1(0) + Q_2(0) i_2(0) \quad (6)$$

$$p_2 f_2 + Q_2 U_2 + \beta (p_1 f_1 + Q_1 u_1) = p_2(0) f_2 + Q_2(0) u_2(0) + \beta [p_1(0) f_1 + Q_1(0) u_1(0)]$$

Интегралы движения (6) и уравнение состояния (4) можно представить в виде

$$q(\lambda_1) = q[\lambda_1(0)] - \frac{n}{\eta \sigma} \frac{V \tau}{q[\lambda_2(0)]} B_1, \quad \psi = \left(\frac{\omega}{1 + n} \right)^2, \quad \varepsilon = \frac{q[\lambda_2(0)]}{q(\lambda_2)} \omega B_2$$

$$z(\lambda_2) = \frac{1}{\omega B_2} \left\{ z[\lambda_2(0)] + \beta \eta \sigma \left[z(\lambda_1) \frac{q(\lambda_1)}{q[\lambda_1(0)]} - z[\lambda_1(0)] \frac{q[\lambda_1(0)]}{q[\lambda_2(0)]} \right] \right\} \quad (7)$$

Здесь введены безразмерные величины [1]:

$$\lambda_j = \frac{u_j}{a_j^*}, \quad \tau = \frac{T_{10}(0)}{T_{20}(0)}, \quad \sigma = \frac{p_{10}(0)}{p_{20}(0)}, \quad (a_j^* = \left(\frac{2\kappa_j}{\kappa_j + 1} R_j T_{j0} \right)^{1/2})$$

$$\varepsilon = \frac{p_{20}}{p_{20}(0)}, \quad \psi = \frac{T_{20}}{T_{20}(0)}, \quad \eta = \frac{f_1}{f_2}$$

Индекс 0 после знака $j = 1, 2$ обозначает соответственно полное давление и температуру торможения, индекс (0) обозначает значение параметров в точке $x = 0$ начала смешения. Кроме того, использованы обозначения:

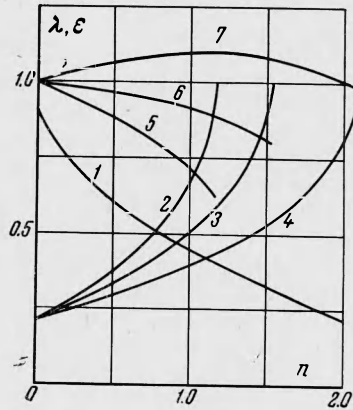
$$z(\lambda_j) = \lambda_j + \frac{1}{\lambda_j}, \quad T(\lambda_j) = 1 - \frac{\kappa_j - 1}{\kappa_j + 1} \lambda_j^2$$

$$q(\lambda_j) = \lambda_j \left[\frac{\kappa_j + 1}{2} T(\lambda_j) \right]^{\theta_j} \quad \left(\theta_j = \frac{1}{\kappa_j - 1} \right)$$

$$\omega = (1 + n) \left[1 + n \tau \frac{c_{p1}}{c_{p2}(0)} \right]^{1/2} \left[1 + n \frac{c_{p1}}{c_{p2}(0)} \right]^{-1/2}$$

$$B_j = \left(\frac{2}{\kappa_2(0) + 1} \right)^{\kappa_2} \left(\frac{2}{\kappa_j + 1} \right)^{\kappa_j} \left(\frac{\kappa_2(0) R_j}{\kappa_j R_2(0)} \right)^{1/2}$$

$$\left(\chi_2 = \frac{\kappa_2(0) + 1}{2[\kappa_2(0) - 1]}, \quad \chi_j = -\frac{\kappa_j + 1}{2(\kappa_j - 1)} \right)$$



Фиг. 1

Интегралы движения (7) определяют значения параметров λ_1 , λ_2 , ε , ψ в зависимости от изменения величины n при заданных значениях $\lambda_1(0)$, $\lambda_2(0)$, σ , τ , κ_1 , $\kappa_2(0)$, R_1 , $R_2(0)$, β , η .

Изменение n вдоль трубы в зависимости от распределения перфорации определяется по формулам (2), (3), которые могут быть представлены в виде

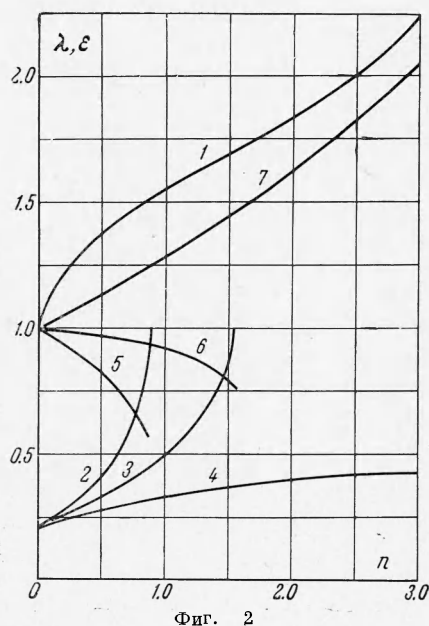
$$\int_0^n \frac{dn}{\Phi(n)} = \int_0^x \mu F(x) dx \quad (8)$$

При сверхкритическом перепаде статических давлений

$$\Phi(n) = - \left(\frac{2}{\kappa_1 + 1} \right)^{\theta_1} \left(\frac{2\kappa_1}{\kappa_1 + 1} p_1 p_1 \right)^{1/2} \frac{1}{Q_2(0)} \quad \left(\theta_1 = \frac{1}{\kappa_1 - 1} \right)$$

При докритическом перепаде статических давлений

$$\Phi(n) = - \left[\frac{2\kappa_1}{\kappa_1 - 1} p_1 p_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{2\theta_2} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1 + \theta_2} \right] \right]^{1/2} \quad \left(\theta_2 = \frac{1}{\kappa_1} \right)$$



Величины p_1, ρ_1, p_2 определяются так:

$$p_1 = p_{10} T^{1+\vartheta_1}(\lambda_1), \quad \rho_1 = \frac{p_{10}}{R_1 T_{10}} T^{\vartheta_1}(\lambda_1)$$

$$p_2 = \frac{p_{10}}{\varepsilon} T^{1+\vartheta_2}(\lambda_2)$$

$$\left(\vartheta_1 = \frac{1}{\kappa_1 - 1}, \quad \vartheta_2 = \frac{1}{\kappa_2 - 1} \right)$$

Здесь значения $\lambda_1, \lambda_2, \varepsilon$ как функции параметра n определяются интегралами движения (7). Значения величин

$$Q_2(0) = f_2 \kappa_2(0) \left(\frac{2}{\kappa_2(0) + 1} \right)^{\kappa_2} \frac{p_{10}}{\sigma_1} \frac{q[\lambda_2(0)]}{[a_2^*(0)]^2}$$

$$\left(\chi = \frac{\kappa_2(0)}{\kappa_2(0) - 1} \right) \left(\frac{p_{10} = p_1(0)}{T_{10} = T_1(0)} \right)$$

задаются. Место прекращения перетекания точка $x = x_1$ и соответствующее этому значение $n = n_1$ определяются из условия выравнивания статических давлений в трубах $p_1(x_1) = p_2(x_1)$, которое имеет вид

$$\varepsilon(n_1) = \sigma T^{1+\vartheta_1}(\lambda_1(n_1)) T^{-(1+\vartheta_2)}(\lambda_2(n_1))$$

$$\left(\vartheta_2 = \frac{1}{\kappa_2(n_1) - 1} \right)$$

После точки $x = x_1$ течение в перфорированных трубах идет без перетекания с постоянными параметрами, определяемыми из формул (7) при $n = n_1$.

Количество газа, подводимого во вторую трубу, ограничивается, кроме того, установлением во второй трубе скорости звука, когда еще $p_1 > p_2$. Для осуществления такого режима течения при заданных значениях $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \sigma, \tau, \kappa_1, \kappa_2(0), R_1 R_2(0), \beta, \eta$ необходимо, чтобы в точке $x = x_k$, где $\lambda_2(n_k) = 1$, перфорация между трубами кончалась. После точки $x = x_k$ течение идет в изолированных цилиндрических трубах без перфорации с параметрами, определяемыми (7) при условии $\lambda_2(n_k) = 1$.

Влияние параметра β на режим течения в перфорированных трубах показано на фиг. 1, 2, где приведены графики изменения параметров $\lambda_1, \lambda_2, \varepsilon$ в зависимости от n при $\beta = -1, 0, +1$ для газов с одинаковыми физическими свойствами ($R_1 = R_2, c_{p1} = c_{p2}, \kappa_1 = \kappa_2 = 1.4$), одинаковыми начальными температурами торможения ($\tau = 1$) при заданном отношении начальных полных давлений и площадей труб ($\sigma\eta = 1, \sigma > 1$). На фиг. 1, 2 кривая 1 — безразмерная скорость в первой трубе λ_1 , кривая 2 — безразмерная скорость во второй трубе λ_2 при $\beta = +1$, кривая 3 — безразмерная скорость λ_2 при $\beta = 0$, кривая 4 — безразмерная скорость λ_2 при $\beta = -1$, кривая 5 — степень сжатия ε во второй трубе при $\beta = +1$, кривая 6 — при $\beta = 0$, кривая 7 — ε при $\beta = -1$. На фиг. 1 даны $\lambda_1, \lambda_2, \varepsilon$ в случае, когда в начальном сечении обеих труб скорости меньше критической ($\lambda_1(0) = 0.906, \lambda_2(0) = 0.207$).

В первой трубе с ростом n происходит замедление потока. При $\beta = 0, +1$ во второй трубе происходит падение полного давления по всей длине трубы. При $\beta = -1$ во второй трубе возрастание полного давления идет до момента $\lambda_1 > \lambda_2$, а с момента $\lambda_1 < \lambda_2$ происходит уменьшение полного давления. В этом примере смешение заканчивается установлением скорости звука во второй трубе, после чего течение идет в трубах 1 и 2, разделенных сплошной стенкой. На фиг. 2 изображены графики $\lambda_1, \lambda_2, \varepsilon$ в случае, когда в начальном сечении первой трубы скорость звуковая ($\lambda_1(0) = 1$), а во второй трубе — дозвуковая ($\lambda_2(0) = 0.207$). В первой трубе в этом случае происходит ускорение потока с ростом n ($\lambda_1 \geq 1$). При $\beta = 0, +1$ происходит падение полного давления с увеличением n , причем при значении $\beta = +1$ это падение происходит более интенсивно, чем при том же значении $\beta = -1$ на фиг. 1. Смешение при $\beta = 0, +1$ в этом примере также заканчивается установлением скорости звука во второй трубе. При $\beta = -1$ с ростом n идет монотонное возрастание полного давления, так как в этом случае всегда $\lambda_1 > \lambda_2$. Смешение при $\beta = -1$ в этом примере заканчивается выравниванием статических давлений в трубах.

Поступила 24 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Урюков Б. А. Теория дифференциального эжектора. ПМТФ, 1963, № 5.