

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТОКА НА ПРОНИЦАЕМЫХ ЭЛЕКТРОДАХ ПРИ НАЛИЧИИ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ПОТОКЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ СРЕДЫ

Ю. П. Емец

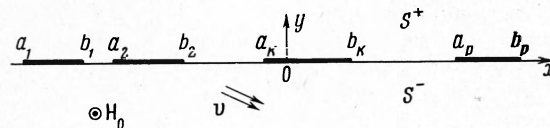
(Киев)

Рассматривается двумерная задача о распределении тока на поверхности проникаемых электродов, граничащих с потоком несжимаемой среды, в которой проявляется эффект Холла. Через электроды производится вдув (отсос) электропроводной среды с такими же физическими свойствами, которыми обладает основной поток.

Для непроницаемых электродов решение этой задачи для одного частного случая приводится в статье [1]. В этой работе было установлено, что в магнитогидродинамических каналах из-за эффекта Холла в потоке среды ток распределяется на электродах неравномерно; при значениях параметра Холла порядка нескольких единиц и более ток втекает в анизотропно-проводящую среду в основном с небольшого участка на краю электрода. Отмечалось также, что такое явление ставит в неблагоприятные условия работу электродов в магнитогидродинамических устройствах.

Ниже показано, что при помощи вдува электропроводной среды можно управлять распределением тока на электродах и, в частности, сделать его более равномерным.

1. Пусть имеем бесконечный плоский магнитогидродинамический канал с секционированными электродами, размеры которых малы по сравнению с шириной канала. Тогда, поскольку в задаче разыскивается распределение тока только на электродах, вполне достаточно исследовать поведение тока на электродах у одной стенки и пренебречь влиянием остальных. Такое допущение не вносит заметной погрешности в результаты, но существенно упрощает решение задачи.



Фиг. 1

Следуя этому упрощению, будем считать, что поток электропроводной среды $\mathbf{v}(u(x, y), v(x, y), 0)$, обладающей анизотропией проводимости, заполняет нижнюю полуплоскость, а действительная ось совпадает с направлением стенки (фиг. 1). Отрезками $a_k b_k$ ($k = 1, 2, \dots, p$) на фиг. 1 обозначены участки соприкосновения электродов с потоком среды, остальная часть действительной оси Ox представляет собой границу изоляционных стенок. Предполагается, что внешнее магнитное поле $\mathbf{H}(0, 0, H_z)$ однородно в нижней полуплоскости, а собственное магнитное поле рассматриваемых в среде токов мало и им можно пренебречь.

Электроды второй стенки канала отнесены к бесконечно удаленной точке.

Для нахождения токов в нижней полуплоскости имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} j_x &= \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{c} v H_0 \right) - \omega \tau j_y, & j_y &= \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{c} u H_0 \right) + \omega \tau j_x, \\ \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} &= 0, & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & H_0 &\equiv H_z \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $j_x(x, y)$, $j_y(x, y)$ — компоненты вектора тока, $\varphi(x, y)$ — потенциал электростатического поля, σ — электропроводность, $\omega\tau$ — параметр Холла, σ и $\omega\tau$ — константы.

Полагая свойства материалов электродов и изоляционных стенок совершенными, получаем граничные условия, при которых необходимо решить систему (1.1)

$$\begin{aligned} j_x + \omega\tau j_y &= \frac{1}{c} \sigma H_0 v(x), & a_k < x < b_k & \text{ при } y=0 \\ j_y &= 0, & b_k < x < a_{k+1} & \text{ при } y=0 \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} k=1, 2, \dots, p \\ a_{p+1} = a_1 \end{array} \right) \quad (1.2)$$

На бесконечности имеем стоки или источники тока.

При сделанных предположениях из системы (1.1) вытекает, что поле электрического тока будет соленоидальным и безвихревым, и, следовательно, можно ввести комплексный потенциал электрического тока $F(z)$ по формулам

$$\begin{aligned} j_x(x, y) &= \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, & j_y(x, y) &= \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x} \\ F(z) &= P(x, y) + iQ(x, y) & (z = x + iy) \\ \frac{dF(z)}{dz} &= \frac{\partial P}{\partial x} + i \frac{\partial Q}{\partial x} = j_x(x, y) - ij_y(x, y), & \frac{dF(z)}{d\bar{z}} &= j(z) \end{aligned} \quad (1.3)$$

В (1.3) $P(x, y)$ — потенциальная, а $Q(x, y)$ — силовая функции электрического тока; $j(z)$ — комплексный электрический ток.

Определение токов в полуплоскости $\text{Im } z \leq 0$ сводится теперь к следующей краевой задаче для комплексного тока:

$$\text{Re} \{ (1 + i\omega\tau) j(x) \} = \frac{\sigma H_0}{c} v(x) \quad \text{на } L', \quad \text{Im } j(x) = 0 \quad \text{на } L'' \quad (1.4)$$

Здесь через L' обозначена совокупность отрезков $a_k b_k$ ($k = 1, \dots, p$), а через L'' — остальная часть действительной оси.

На бесконечности $j(z)$, а силу исходных предположений, характеризуется разложением

$$j(z) = \frac{\gamma_1}{z} + \frac{\gamma_2}{z^2} + \dots, \quad |z| \rightarrow \infty$$

Краевую задачу (1.4) легко решить, приводя ее к обобщенной задаче линейного сопряжения [2,3]. Для этого функцию $j(z)$ аналитически продолжим в верхнюю полуплоскость и условимся, что $v(x)$ удовлетворяет на L' условию Гёльдера. Верхнюю и нижнюю полуплоскости обозначим соответственно через S^+ и S^- , и примем за положительное направление обхода по действительной оси то, которое оставляет область S^+ слева. Тогда из (1.4) получаем следующую обобщенную задачу линейного сопряжения (задачу Римана):

$$\begin{aligned} \Psi^+(x) &= -\frac{1+i\omega\tau}{1-i\omega\tau} \Psi^-(x) + \frac{2\sigma H_0 v(x)}{c(1-i\omega\tau)} \quad \text{на } L' \\ \Psi^+(x) &= \Psi^-(x) \quad \text{на } L'' \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\Psi(z) = \begin{cases} \Psi^+(z) & \text{при } z \in S^+, \quad \Psi^+(z) = \overline{j(z)} \\ \Psi^-(z) & \text{при } z \in S^-, \quad \Psi^-(z) = j(z) \end{cases}$$

Решение краевой задачи (1.5), исчезающее на бесконечности, в классе неограниченных (но интегрируемых) на концах электродов функций имеет вид

$$\Psi(z) = \prod_{k=1}^p (z - a_k)^{-1/2-\varepsilon} (z - b_k)^{-1/2+\varepsilon} \left\{ \frac{\sigma H_0}{\pi c \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \times \right. \\ \left. \times \int_{L'} \prod_{k=1}^p (x - a_k)^{1/2+\varepsilon} (x - b_k)^{1/2-\varepsilon} \left| \frac{v(x) dx}{x - z} + C_1 z^{p-1} + C_2 z^{p-2} + \dots + C_p \right\} \quad (1.6)$$

$$(\varepsilon = \pi^{-1} \arctg \omega \tau, \quad 0 \leq \varepsilon < 1/2)$$

Для функции, стоящей под знаком произведения в (1.6), выбрана ветвь, которая при больших $|z|$ характеризуется разложением

$$\prod_{k=1}^p (z - a_k)^{-1/2-\varepsilon} (z - b_k)^{-1/2+\varepsilon} = \frac{1}{z^p} + \frac{d_{p+1}}{z^{p+1}} + \dots \quad |z| \rightarrow \infty \quad (1.7)$$

Компоненты электрического тока j_x , j_y на электродах находятся по формулам Сохоцкого—Племеля

$$j_x(x) = \frac{\Psi^+(x) + \Psi^-(x)}{2} = \frac{\sigma H_0 v(x)}{c(1 + \omega^2 \tau^2)} + \left| \prod_{k=1}^p (x - a_k)^{-1/2-\varepsilon} (x - b_k)^{-1/2+\varepsilon} \right| \times \\ \times \left\{ \frac{\omega \tau \sigma H_0}{\pi c(1 + \omega^2 \tau^2)} \int_{L'} \prod_{k=1}^p (t - a_k)^{1/2+\varepsilon} (t - b_k)^{1/2-\varepsilon} \left| \frac{v(t) dt}{t - x} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\omega \tau (C_1 x^{p-1} + C_2 x^{p-2} + \dots + C_p)}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \right\} \quad (1.8)$$

$$j_y(x) = \frac{\Psi^+(x) - \Psi^-(x)}{2i} = \frac{\omega \tau \sigma H_0 v(x)}{c(1 + \omega^2 \tau^2)} - \left| \prod_{k=1}^p (x - a_k)^{-1/2-\varepsilon} (x - b_k)^{-1/2+\varepsilon} \right| \times \\ \times \left\{ \frac{\sigma H_0}{\pi c(1 + \omega^2 \tau^2)} \int_{L'} \prod_{k=1}^p (t - a_k)^{1/2+\varepsilon} (t - b_k)^{1/2-\varepsilon} \left| \frac{v(t) dt}{t - x} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{C_1 x^{p-1} + C_2 x^{p-2} + \dots + C_p}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \right\} \quad (1.9)$$

Постоянные C_k ($k = 1, 2, \dots, p$) однозначно определяются из линейной системы p уравнений

$$\int_{a_k}^{b_k} j_y(x) dx = I_k \quad (k = 1, 2, \dots, p) \quad (1.10)$$

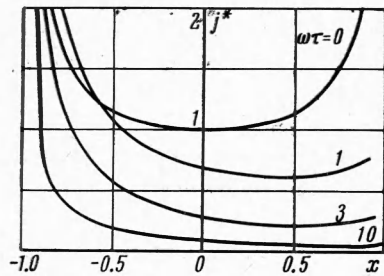
где I_k — суммарный ток, протекающий через k -й электрод.

В полученном решении j_x и j_y обращаются в бесконечность порядка меньше единицы в точках a_k и b_k . В физическом смысле эти особенности характеризуют концентрацию токов на концах электродов и в их окрестности. Можно построить также другие решения, остающиеся ограниченными вблизи любых наперед заданных концов электродов (и необходимо обращающиеся на них в нуль). Вопрос о выборе требуемого решения определяется в конкретных случаях на основании дополнительных физических условий и предположений. В частности, необходимо принимать во внимание электрическую схему соединения электродов, их взаимное расположение и размеры, закон распределения нормальной скорости на электродах и другие условия. Общее число всех возможных решений равно 2^{2p} [2,3].

2. Исследуем подробно частный случай, когда на стенке расположен один электрод конечных размеров

$$ab = 2l, \quad -l \leq x \leq l \text{ при } y = 0$$

Все решения, число которых равно 2^2 , определяются теперь только условиями вдува электропроводной среды через электрод.



Фиг. 2

Рассмотрим эти решения и выведем условия, которым должна при этом удовлетворять скорость вдува на электроде.

(а) Решение, не ограниченное на двух концах электрода. При отсутствии вдува ($v(x) = 0$ на ab) растекание тока, протекающего через электрод, в области S^- будет сопровождаться концентрацией его на концах электродов a и b . Распределение тока на электроде находим на основании полученного решения (1.8), (1.9).

$$j_x(x) = \frac{\omega\tau C}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} (l+x)^{-1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon} \quad (2.1)$$

$$j_y(x) = \frac{-C}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} (l+x)^{-1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon} \quad (-l \leq x \leq l) \quad (2.2)$$

Постоянная C определяется из условия (1.10)

$$I = \frac{-C}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \int_{-l}^l (l+x)^{-1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon} dx = \frac{-C\Gamma(1/2-\varepsilon)\Gamma(1/2+\varepsilon)}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} = \\ = \frac{-\pi C}{\cos \pi\varepsilon \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}, \quad C = -\frac{I}{\pi} \quad (2.3)$$

Формулы (2.1)–(2.3) показывают влияние анизотропии проводимости среды на распределение тока на электроде. При увеличении параметра $\omega\tau$ плотность тока возрастает у края электрода возле конца a и соответственно уменьшается у конца b . Этот эффект иллюстрируется на фиг. 2, где построены кривые $j^* = \pi j_y(x) / I$ для четырех значений параметра $\omega\tau = 0, 1, 3$ и 10 , причем для упрощения расчетов было принято $l = 1$.

Если $v(x, 0) \neq 0$ на электроде, то вместо (2.2) имеем

$$j_y(x) = \frac{\omega\tau\sigma H_0 v(x)}{c(1 + \omega^2\tau^2)} - \frac{\sigma H_0 (l+x)^{-1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon}}{\pi c(1 + \omega^2\tau^2)} \times \\ \times \int_{-l}^l (l+t)^{1/2+\varepsilon} (l-t)^{1/2-\varepsilon} \frac{v(t) dt}{t-x} + \frac{I(l+x)^{-1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon}}{\pi \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \quad (2.4) \\ (-l \leq x, t \leq l)$$

Формулу для тангенциальной компоненты тока на электроде здесь и в дальнейшем опускаем, при необходимости ее легко выписать, используя граничное условие (1.2) или формулы Сохоцкого — Племеля.

Возле электрода распределение тока, согласно (1.6), определяется из следующего выражения

$$j(z) = \frac{\sigma H_0 (z+l)^{-1/2-\varepsilon} (z-l)^{-1/2+\varepsilon}}{\pi c \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}} \int_{-l}^l (l+x)^{1/2+\varepsilon} (l-x)^{1/2-\varepsilon} \frac{v(x) dx}{x-z} - \\ - \frac{I}{\pi} (z+l)^{-1/2-\varepsilon} (z-l)^{-1/2+\varepsilon} \quad (z \in S^-, \quad -l \leq x \leq l) \quad (2.5)$$

(б) Решение, ограниченное вблизи конца a и неограниченное вблизи конца b . Для того чтобы ток $j_y(x)$, определяемый формулой (2.4), принимал ограниченные значения возле конца электрода a , включая и точку a , должно, очевидно, выполняться интегральное условие

$$\frac{1}{c} \sigma H_0 \int_{-l}^l \left(\frac{l+t}{l-t} \right)^{1/2+\varepsilon} v(t) dt = I \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (-l \leq t \leq l) \quad (2.6)$$

Это соотношение определяет характер вдува (или отсоса) проводящей среды на участке ab в зависимости от величины и направления суммарного тока, протекающего через электрод, и от физических свойств потока.

Учитывая, далее, тождество

$$\begin{aligned} \int_{-l}^l (l+t)^{1/2+\varepsilon} (l-t)^{1/2-\varepsilon} \frac{v(t) dt}{t-x} &= (l+x) \int_{-l}^l \left(\frac{l+t}{l-t} \right)^{-1/2+\varepsilon} \frac{v(t) dt}{t-x} + \\ &+ \int_{-l}^l \left(\frac{l+t}{l-t} \right)^{-1/2+\varepsilon} v(t) dt \quad (-l \leq t \leq l) \end{aligned} \quad (2.7)$$

и условие (2.6), получаем из (2.4) распределение тока на электроде и его окрестности

$$j_y(x) = \frac{\omega \tau \sigma H_0 v(x)}{c(1 + \omega^2 \tau^2)} - \frac{\sigma H_0 (l+x)^{1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon}}{\pi c(1 + \omega^2 \tau^2)} \int_{-l}^l \left(\frac{l+t}{l-t} \right)^{-1/2+\varepsilon} \frac{v(t) dt}{t-x} \quad (2.8)$$

$(-l \leq x, t \leq l)$

$$j(z) = \frac{\sigma H_0 (z+l)^{1/2-\varepsilon} (z-l)^{-1/2+\varepsilon}}{\pi c \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \int_{-l}^l (l+x)^{-1/2+\varepsilon} (l-x)^{1/2-\varepsilon} \frac{v(x) dx}{x-z} \quad (2.9)$$

$(-l \leq x \leq l, z \in S^-)$

Как видно, вблизи конца электрода a ток ограничен, а в самой точке a принимает нулевое значение.

Для иллюстрации полученных формул рассмотрим конкретный пример. Положим, что $v(x)$ сохраняет постоянное значение по всей длине электрода и введем обозначение

$$\frac{1}{c} \sigma H_0 v(x) = \Delta_a = \text{const}, \quad -l < x < l \quad \text{при } y=0 \quad (2.10)$$

Тогда, учитывая, что

$$\int_{-l}^l (l+t)^{-1/2+\varepsilon} (l-t)^{1/2-\varepsilon} dt = 2l \Gamma\left(\frac{1}{2} + \varepsilon\right) \Gamma\left(\frac{3}{2} - \varepsilon\right) = \frac{\pi l (1-2\varepsilon)}{\cos \pi \varepsilon} \quad (2.11)$$

находим из (2.6)

$$\Delta_a = I / \pi l (1 - 2\varepsilon) \quad (2.12)$$

Интегралы в (2.8) и (2.9) вычисляются при помощи теоремы Коши о вычетах. Проводя необходимые преобразования и вычисления, получим в конечном итоге

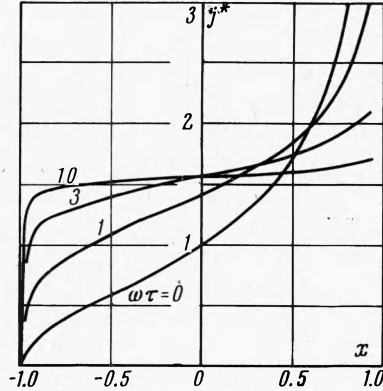
$$\Psi_a(z) = \frac{I}{\pi l (1-2\varepsilon)} \left[1 - \left(\frac{z+l}{z-l} \right)^{1/2-\varepsilon} \right] \quad (2.13)$$

$$\Psi_a(z) = \begin{cases} \overline{j(z)} = j_x + i j_y & \text{при } z \in S^+ \\ j(z) = j_x - i j_y & \text{при } z \in S^- \end{cases}$$

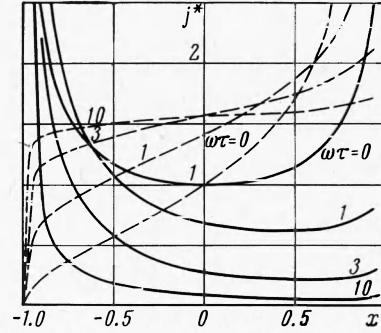
Отсюда

$$j_y(x) = \frac{\Psi_a^+(x) - \Psi_a^-(x)}{2i} = \frac{I (l+x)^{1/2-\varepsilon} (l-x)^{-1/2+\varepsilon}}{\pi l (1-2\varepsilon) \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \quad (-l \leq x \leq l) \quad (2.14)$$

По этой формуле на фиг. 3 построены кривые $j^* = \pi j_y(x) / I$ для четырех значений $\omega\tau = 0, 1, 3$ и 10 . Сравнивая их с аналогичными кривыми на фиг. 2, можно заметить, что при наличии вдува электропроводной среды заданного вида распределение нормальной компоненты тока на электроде выравнивается. Этот эффект усиливается по мере увеличения параметра $\omega\tau$, как раз в тех случаях, когда неравномерность распределения тока, из-за анизотропии проводимости потока, особенно велика. Это



Фиг. 3



Фиг. 4

четко видно из рассмотрения фиг. 4, где изображены кривые j^* : сплошными линиями — для случая (а) при отсутствии вдува, а пунктирными — для случая (б).

(в) *Решение, ограниченное вблизи конца b и неограниченное вблизи конца a.* Все рассуждения и выкладки в этом случае вполне аналогичны предыдущим, поэтому приведем только конечные формулы и ограничимся краткими замечаниями.

Условие, которому необходимо подчинить теперь скорость вдува на электроде, таково:

$$\frac{1}{c} \sigma H_0 \int_{-l}^l \left(\frac{l+t}{l-t} \right)^{1/2+\epsilon} v(t) dt = -I \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (-l \leq t \leq l) \quad (2.15)$$

Распределение тока на электроде и его окрестности описывается формулами

$$j_y(x) = \frac{\omega\tau\sigma H_0 v(x)}{c(1 + \omega^2 \tau^2)} - \frac{\sigma H_0 (l+x)^{-1/2-\epsilon} (l-x)^{1/2+\epsilon}}{\pi c (1 + \omega^2 \tau^2)} \int_{-l}^l \left(\frac{l+t}{l-t} \right)^{1/2+\epsilon} \frac{v(t) dt}{t-x} \quad (2.16)$$

$(-l \leq x, t \leq l)$

$$j(z) = \frac{-\sigma H_0 (z+l)^{-1/2-\epsilon} (z-l)^{1/2+\epsilon}}{\pi c \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \int_{-l}^l \left(\frac{l+x}{l-x} \right)^{1/2+\epsilon} \frac{v(x) dx}{x-z} \quad (2.17)$$

$(-l \leq x \leq l, z \in S^-)$

Пусть, как и раньше, для примера положим скорость на электроде постоянной по всей его длине и введем обозначение

$$\frac{1}{c} \sigma H_0 v(x) = \Delta_b = \text{const}, \quad -l \leq x \leq l \text{ при } y=0 \quad (2.18)$$

Тогда из (2.15)–(2.17) получим

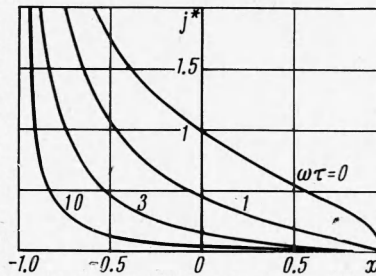
$$\Delta_b = \frac{-I}{\pi l (1 + 2\epsilon)}, \quad \Psi_b(z) = \frac{-I}{\pi l (1 + 2\epsilon)} \left[1 - \left(\frac{z-l}{z+l} \right)^{1/2+\epsilon} \right] \quad (2.19)$$

$$j_y(x) = \frac{I (l+x)^{-1/2-\epsilon} (l-x)^{1/2+\epsilon}}{\pi l (1 + 2\epsilon) \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \quad (-l \leq x \leq l) \quad (2.20)$$

Кривые для тока $j^* = \pi j_y(x) / I$ приведены на фиг. 5. Из их рассмотрения следует, что за счет вдува электропроводной среды через электрод с постоянной скоростью $v(x) = \Delta_b c / \sigma H_0$ достигается эффект, противоположный предыдущему. Именно, не-

равномерность распределения тока на электроде усиливается, что видно из сравнения кривых j^* на фиг. 2 и 5.

В приведенных выше решениях различные распределения тока на проницаемом электроде объясняются тем, что за счет вдува или отсоса через электрод электропроводной среды вдоль стенки канала индуцируется электродвижущая сила, которая направлена либо встречно с продольной э. д. с. Холла, либо имеет согласное направление с последней. В первом случае происходит компенсация продольной э. д. с. Холла, и в результате этого протекание электрического тока через пористый электрод происходит более равномерно, чем через сплошной при одинаковом влиянии эффекта Холла. Этот случай соответствует решению, рассмотренному в пункте (б). В противном случае продольная э. д. с. Холла складывается с э. д. с., индуцируемой вдувом, и неравномерность распределения тока вдоль электрода увеличивается. Этот результат получен в пункте (в).



Фиг. 5

(г) *Решение, ограниченное вблизи двух концов электрода.* В этом решении плотность тока $j_y(x)$ должна принимать ограниченные значения вблизи двух концов электрода a и b , включая и сами концы.

Условия (2.6) и (2.15) при этом должны, очевидно, выполняться совместно. Складывая их, получим одно условие

$$\int_{-l}^l (l+t)^{-1/2+\epsilon} (l-t)^{-1/2-\epsilon} v(t) dt = 0 \quad (-l \leq t \leq l) \quad (2.21)$$

Само же решение имеет вид

$$j_y(x) = \frac{\omega \tau \sigma H_0 v(x)}{c(1 + \omega^2 \tau^2)} - \frac{\sigma H_0 (l+x)^{1/2-\epsilon} (l-x)^{1/2+\epsilon}}{\pi c (1 + \omega^2 \tau^2)} \int_{-l}^l (l+t)^{-1/2+\epsilon} (l-t)^{-1/2-\epsilon} \frac{v(t) dt}{t-x} \quad (-l \leq x, t \leq l) \quad (2.22)$$

$$j(z) = \frac{-\sigma H_0 (z+l)^{1/2-\epsilon} (z-l)^{1/2+\epsilon}}{\pi c \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \int_{-l}^l (l+x)^{-1/2+\epsilon} (l-x)^{-1/2-\epsilon} \frac{v(x) dx}{x-z} \quad (-l \leq x \leq l, z \in S^-) \quad (2.23)$$

Непосредственно из (2.21) следует, что нельзя получить распределение тока, ограниченное вблизи двух концов электрода, если $v(x)$ сохраняет постоянное значение по всей длине электрода. Во всех трех условиях (2.6), (2.15) и (2.21) нормальная скорость на электроде входит под знаком интеграла, поэтому для каждого из рассмотренных решений существует множество зависимостей $v(x)$, при которых они реализуются.

В заключение отметим аналогию, которая существует между рассмотренными задачами электродинамики сплошной среды и контактными задачами теории упругости. Распределение тока возле электрода имеет такой же вид, как и распределение давления в упругом теле под жестким штампом. Имеются в виду плоские контактные задачи теории упругости при наличии сил трения, рассмотренные в монографиях [4,5].

Поступила 2 XI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Hurwitz H., Jr, Kilb R. W., Sutton G. W. Influence of Tensor Conductivity on Current Distribution in a MHD Generator. J. Appl. Phys., 1961, vol. 32, No 2.
2. М у с х е л и ш в и л и Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. Физматгиз, 1962.
3. Г а х о в Ф. Д. Краевые задачи. Физматгиз, 1963.
4. М у с х е л и ш в и л и Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд-во АН СССР, 1954.
5. Г а л и н Л. А. Контактные задачи теории упругости. Гостехтеориздат, 1953.