В. М. Николаева, Ю. А. Пластинина и Г. Ф. Сипачева — за помощь в обработке спектра воздушной плазмы. Авторы признательны также А. А. Миловидову за качественную киносъемку.

Поступила 10 III 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Б у е в и ч Ю. А., Я к у ш и н М. И. Некоторые особенности термического разрушения разлагающихся материалов. ПМТФ, 1968, № 1.
2. B o i s o n J. C., G u r t i s s H. A. Experimental Investigation of Blunt Bodies Stagnation Point Velocity Gradient. ARS J., 1959, No. 2.
3. M a r v i n J. G., P o p e R. B. Laminar Convective Heating and Ablation in the Mars Atmosphere. AIAA J., 1967, vol. 5, No. 2.
4. Х е н с т Ф. Л. Измерения поверхностной температуры аблирующих теплозащитных материалов спутников и ракет. «Измерения температур в объектах новой техники», «Мир», 1965.
5. Б а р е н б л а т т Г. И., Р а й з е р Ю. П., В с е в о л о д о в Н. Н., П и л и п е ц к и й Н. Ф., М и р к и н Л. И. О разрушении прозрачных материалов под действием лазерного излучения. Возникновение газовых пузырьков и расклинивание трещин газовым давлением. Письма ЖЭТФ, 1967, т. 5, No. 3.
6. K a d a n o f f L. P. Radiative Transport Within an Ablating Body. Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs, J. Heat Transf., ser C, 1961, vol. 83, No. 2.
7. B o e h r i n g e r J. C., S p i n d l e r R. J. Radiant Heating of Semitransparent Materials. AIAA J., 1963, vol. 1, No. 1.

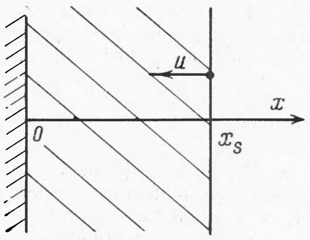
К ТЕОРИИ ТЕПЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЗОНЫ ГОРЕНИЯ ПОРОХА С КОНТАКТОМ ПОРОХ — МЕТАЛЛ

С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев

(*Москва*)

В работе [1] предложен метод экспериментального изучения условий погасания пороха, использующий для создания в зоне горения условий погасания тепловое взаимодействие фронта горения с контактом металл — порох (метод «замораживания» зоны горения). В эксперименте проводилось сжигание цилиндрического, с бронированной плексигласом боковой поверхностью, образца пороха, установленного на массивной медной пластине. Воспламенение пороха производилось на торцевой поверхности цилиндрического образца противоположной торцевой поверхности, контактирующей с металлом. В момент поджигания расстояние между зоной горения и поверхностью контакта металл — порох значительно превышает характерную толщину теплового слоя в порохе, поэтому на начальном этапе горения охлаждающее действие металла (большая теплопроводность) практически не сказывается на процессе горения и вскоре после поджигания режим горения пороха становится весьма близким к стационарному. По мере приближения фронта горения к контакту металл — порох высокая теплопроводность металла оказывает все более сильное воздействие на условия в зоне горения. Теплоотвод из зоны горения возрастает, градиент температуры на поверхности k-фазы увеличивается, режим горения становится нестационарным, скорость горения изменяется и на некотором расстоянии от контакта происходит погасание. При этом на медной пластине остается слой несгоревшего пороха, толщина которого зависит от начальной температуры пороха и от давления газа в объеме, где проводится сжигание. В серии экспериментов, выполненных с образцами пороха, имеющими одинаковую начальную температуру, было установлено, что зависимость толщины несгоревшего слоя пороха от давления может быть описана формулой

$$\ln h = A - \nu \ln p \qquad (1)$$



Здесь h — толщина порохового остатка, p — давление, A — экспериментальная константа, ν — экспериментальная константа, равная показателю в степенной зависимости стационарной скорости горения от давления.

Ниже предлагается теоретическое обоснование полученной экспериментальной зависимости (1). Условия эксперимента таковы, что распространение фронта горения по пороху можно с большой точностью считать одномерным. Идеализированная картина взаимного расположения фронта горения и контакта металл — порох схематически показана на фигуре. Фронт горения перемещается со стороны положительных значений x. Поверхность контакта металл — порох совпадает с плоскостью $x = 0$, так что область $x < 0$ занята металлом, а $0 < x < x_s$ — порохом. Теплопроводность металла предполагается большой, в пределе — бесконечной, по сравнению с теплопроводностью пороха. В пределе можно принять, что температура на поверхности контакта сохраняет постоянное значение, равное начальной температуре T_0. (Для этого следует также считать объем металлической шайбы достаточно большим, в противном случае необходимо учитывать суммарный нагрев шайбы.)

Сформулируем задачу о нестационарном горении плоского слоя пороха. Изменение температуры $T(x, t)$ пороха описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (0 \leqslant x \leqslant x_s(t)) \tag{2}$$

Здесь x, t — координата и время, $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности, $x_s(t)$ — координата поверхности пороха, изменяющаяся вследствие распространения фронта горения. К уравнению (2) должны быть добавлены граничные и начальные условия. На контакте металл — порох в силу принятой гипотезы о большой теплопроводности и большой интегральной теплоемкости металлической шайбы в любой момент времени должно выполняться условие постоянства температуры

$$x = 0, \quad T = T_0 \tag{3}$$

Граничное условие на горящей поверхности $x = x_s(t)$ зависит от принятой модели горения.

Примем, что горение пороха описывается теорией Я. Б. Зельдовича [2], и будем считать температуру на горящей поверхности пороха постоянной в течение всего процесса горения

$$x = x_s(t), \quad T = T_s \tag{4}$$

Скорость движения горящей поверхности равна скорости горения $u(t)$.

$$\frac{dx_s}{dt} = -u \tag{5}$$

Следуя работе [2], будем считать, что скорость горения в нестационарных условиях зависит от давления и градиента температуры на горящей поверхности внутри пороха и что эта зависимость имеет одинаковый вид как в нестационарных, так и в стационарных условиях.

При этом, чтобы найти явное выражение для нестационарной скорости горения $u(\varphi, p)$, необходимо воспользоваться стационарной зависимостью скорости горения от давления и начальной температуры (например, полученной экспериментально) и стационарной связью между скоростью горения и градиентом температуры на горящей поверхности. Экспериментальная зависимость скорости горения пороха от давления и начальной температуры обычно может быть представлена в виде

$$u_0(p, T_0) = f(T_0) u_1 p^\nu \tag{6}$$

Здесь u_0 — скорость горения пороха в стационарных условиях, T_0 — начальная температура, p — давление, ν, u_1 — экспериментальные константы, $f(T_0)$ — известная функция, которая может быть задана, например, графически.

Градиент температуры на горящей поверхности в стационарном режиме горения связан со скоростью горения формулой

$$\varphi \equiv \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_s = \frac{u_0}{\varkappa}(T_s - T_0) \tag{7}$$

Исключив из соотношений (6) и (7) начальную температуру T_0, получим зависимость скорости горения от градиента температуры на горящей поверхности и давления, которая остается справедливой и в нестационарных условиях

$$u(\varphi, p) = f\left(T_s - \frac{\varkappa\varphi}{u_0}\right) u_1 p^\nu \tag{8}$$

Из формул (5) и (8) следует, что в нестационарных условиях при постоянном давлении зависимость скорости перемещения подвижной границы x_s от времени определяется зависимостью градиента температуры на горящей поверхности пороха φ.

В процессе горения величина градиента температуры на горящей поверхности изменяется, однако не может стать больше некоторого критического значения φ^*, которое равно максимальному из наблюдаемых в стационарных режимах горения значению градиента. Воспользовавшись условием максимума, т. е. дифференцируя уравнение (7) по T_0 с учетом формулы (6) и приравнивая результат нулю, получим уравнение

$$\frac{d \ln f(T_0)}{dT_0} = \frac{1}{T_s - T_0} \tag{9}$$

Решение уравнения (9), равное $T_0 = T_0^*$, определяет минимальную начальную температуру, при которой еще возможен стационарный режим горения. В этом режиме достигается максимальное значение градиента температуры на горящей поверхности, поэтому критический градиент φ^* найдем из уравнений (6), (7), подставляя значение $T_0 = T_0^*$

$$\varphi^* = \frac{u_1 p^\nu}{\varkappa} f(T_0^*)(T_s - T_0^*) \tag{10}$$

В момент, когда величина градиента температуры на горящей поверхности станет равной критическому значению φ^*, горение прекратится. Следовательно, условие погасания имеет вид

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_s = \varphi^* = \frac{u_1 p^\nu}{\varkappa} f(T_0)(T_s - T_0^*) \tag{11}$$

Чтобы окончательно сформулировать задачу о погасании, необходимо к уравнению (2), граничным условиям (3), (4), уравнениям (5), (8), определяющим закон движения подвижной границы, и условию погасания (11) добавить начальное условие, которое должно описывать распределение температуры в порохе в начальный момент времени.

В идеальной постановке задачи можно принять, что фронт горения распространяется из бесконечности. Такое распространение сопровождается перемещением впереди фронта горения тепловой волны, распределение температуры в которой описывается так называемым михельсоновским профилем температуры

$$T(x) = T_0 + (T_s - T_0)\exp\frac{u_0(x - x_s)}{\varkappa} \tag{12}$$

Очевидно, что горение бесконечного слоя пороха ($0 < x < -\infty$), происходящее с конечной скоростью, будет продолжаться бесконечное время, задача теряет смысл. Поэтому заменим идеальную постановку задачи приближенной. Примем, что в момент времени $t = 0$ слой пороха имел конечную толщину, равную $l = x_s(0)$, распределение температуры в порохе имело вид (12), а температура на поверхности контакта металл — порох была равна не температуре T_0, а температуре T_0^+, определяемой формулой (12), т. е.

$$x = 0, \quad T(0) = T_0 + (T_s - T_0)\exp\frac{-lu_0}{\varkappa} \tag{13}$$

$$t = 0, \quad x_s(0) = l, \quad T(x, 0) = T_0 + (T_s - T_0)\exp\frac{u_0(x - l)}{\varkappa} \tag{14}$$

Из формулы (14) видно, что, увеличивая значение l, можно уменьшать разницу между температурами T_0 и T_0^+ и тем самым повышать точность принятого предположения относительно значения температуры на поверхности контакта металл — порох.

С учетом сделанных предположений исследуемая задача о горении плоского слоя пороха на металлической подложке сводится к решению уравнения (2) с граничными условиями (4), (14) и начальным условием (13) при заданном законе движения подвижной границы, определяемом формулами (5), (8). Решение этой задачи должно привести к определению профиля температуры в порохе, положения горящей поверхности и скорости горения в любой момент времени вплоть до момента прекращения горения, когда градиент температуры на горящей поверхности станет равным критическому значению. При этом будет найдена толщина несгоревшего слоя пороха h.

Сформулированная задача является сложной нелинейной задачей и не имеет аналитического решения. Зависимость толщины порохового остатка от давления может быть получена без определения аналитического решения задачи, если воспользоваться методом подобия и размерностей. Представим задачу (2), (4), (14), (13), (5), (8), (11) в безразмерной форме

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} \quad (0 < \xi < \xi_s(\tau)) \tag{15}$$

$$\vartheta(\xi_s, \tau) = 1, \ \vartheta(0, \tau) = e^{-L}, \ \vartheta(\xi, 0) = e^{\xi - L}, \ \xi_s(0) = L \tag{16}$$

$$\frac{d\xi_s}{d\tau} = -w, \quad w = F\left(w, \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)_s, \ a_1\right), \quad \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)_s = k \tag{17}$$

При записи использованы следующие безразмерные комбинации:

$$\vartheta = \frac{T - T_0}{T_s - T_0}, \qquad \tau = \frac{tu_0^2}{\varkappa}, \qquad \xi = \frac{xu_0}{\varkappa}, \qquad \xi_s = \frac{x_s u_0}{\varkappa}$$

$$L = \frac{\overset{\circ}{l} u_0}{\varkappa}, \qquad \delta = \frac{hu_0}{\varkappa}, \qquad w = \frac{u}{u_0}, \qquad a_1 = \frac{T_s}{T_0}$$

$$F\left(w, \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\xi}\right)_s, \quad a_1\right) = \frac{f\left[T_0\left(a_1 - (a_1 - 1)\frac{1}{w}\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\xi}\right)_s\right)\right]}{f(T_0)}$$

$$k = \frac{f(T_0^*)(T_s - T_0^*)}{f(T_0)(T_s - T_0)}$$

Необходимо подчеркнуть, что безразмерные комбинации не содержат давления.

Очевидно, что в общем случае найденное из (15) — (17) безразмерное распределение температуры будет зависеть от безразмерных комбинаций

$$\vartheta = \Phi(\xi, \tau, l, k, a_1) \tag{18}$$

В то же время, интересующая нас безразмерная толщина несгоревшего остатка слоя пороха δ не должна зависеть от безразмерных переменных ξ, τ, так что

$$\delta = \delta(L, k, a_1) \tag{19}$$

Из условий задачи следует кроме того, что зависимостью ϑ и δ от L можно пренебречь, так как при соответствующей постановке эксперимента (достаточно большая начальная толщина слоя пороха) величина L не будет влиять на результаты эксперимента. Поэтому можно записать

$$\delta = \delta(k, a_1) \tag{20}$$

Безразмерные параметры k, a_1 зависят от начальной температуры T_0 и не зависят от давления p, так что в случае, когда в экспериментах по исследованию погасания начальная температура сохраняется постоянной (изменяется только давление), параметры k, a_1 также сохраняют постоянные значения. Поэтому в серии экспериментов, выполненных при различных значениях давления и одинаковой начальной температуре, безразмерная толщина несгоревшего слоя пороха δ, определяемая формулой (20), будет сохранять постоянное значение

$$\delta = \mathrm{const} \equiv C \tag{21}$$

Из (21) нетрудно установить зависимость толщины порохового остатка h от давления. Воспользовавшись определением безразмерного параметра δ и формулой (6), из (21) найдем

$$h = \frac{\varkappa C}{f(T_0)\, u_1 p^\nu}, \qquad \ln h = A - \nu \ln p \qquad \left(A = \ln \frac{\varkappa C}{f(T_0)\, u_1}\right) \tag{22}$$

Видно, что полученная зависимость (22) совпадает с экспериментальной (1). Можно показать, что учет конечной теплопроводности металлической подложки не приводит к изменению формулы (22).

Отметим, что проведенный выше анализ позволяет получить зависимость толщины несгоревшего слоя пороха только от давления. Зависимость толщины порохового остатка от начальной температуры может быть установлена, по-видимому, только из фактического решения сформулированной задачи.

Поступила 1 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков С. С., Похил П. Ф., Рязанцев Ю. С., Суханов Л. А. Исследование условий погасания пороха методом «замораживания» зоны горения. Докл. АН СССР, 1968, т. 180, № 6.
2. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.