

$B(x)$, и собственно значениями B в области $x \approx x_{\min}$. В противоположном случае, когда область $x > x_{\min}$ не заселена при $t=0$ и весь процесс релаксации ограничен областью $x < x_{\min}$ (см. рис. 6, 8 — начальное распределение (5)), $g(\infty) \simeq 2,5$, и под символом ∞ следует подразумевать времена $\tau \sim 10$.

Таким образом, подводя итог изложенному, подчеркнем следующее: сильная зависимость величины τ_e от времени и начальных условий указывает на то, что при VV-обмене для систем, характеризующихся значениями $\xi_0 > 15$, величины τ_e , измеренные в различных условиях (т. е. при различных отклонениях от равновесия в момент измерения), могут отличаться более чем на порядок по величине вследствие влияния ангармоничности. Отметим, однако, что этот результат, полученный для системы — малая примесь неравновесных молекул в больцмановском термостате, не может быть непосредственно применен к объяснению экспериментов, в которых наблюдалось сильное различие характерных времен колебательных возбуждения и дезактивации.

Поступила в редакцию
17/VII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Е. Никитин, А. И. Осипов. Кинетика и катализ. Т. 4. М., 1977.
2. М. Н. Сафарян, О. В. Скребков. ПМТФ, 1978, 4.
3. В. М. Волохов, М. Н. Сафарян, О. В. Скребков. ТЭХ, 1978, 14, 456.
4. М. Н. Сафарян, О. В. Скребков. ФГВ, 1975, 11, 4.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ ТРАНСЗВУКОВОЙ ЧАСТИ СОПЛА ЛАВАЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ СМЕСИ $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_2\text{O} - \text{He}$

В. И. Пинчуков
(Новосибирск)

Колебательно-неравновесные течения смесей $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_2\text{O} - \text{He}$ рассматривались многими авторами в одномерном приближении (например, [1—3]). Эти исследования показали, что наиболее эффективны сопла с быстрым расширением в сверхзвуковой части, т. е. сопла с существенной неоднородностью потока. Двумерные расчеты проведены в [4—7]: в [4, 5] стационарные уравнения решаются от некоторого сечения в сверхзвуковой части сопла, в [6, 7] газодинамические переменные находятся методом установления при равновесных колебательных температурах, далее на линиях тока интегрируются релаксационные уравнения.

В данной работе задача решается в более общей постановке, учитывающей энергообмен между колебательными и поступательными степенями свободы и позволяющей находить решение в дозвуковой области. Используемый метод наиболее целесообразно применять для расчета до- и трансзвуковых течений, однако он достаточно экономичен, чтобы включать в расчетную область удаленные сверхзвуковые зоны в соплах большого удлинения, рассмотренных здесь.

1. В отсутствие вязкости и теплопроводности уравнения газовой динамики имеют вид

$$(\rho u y^j)_t + [(p + \rho u^2) y^j]_x + (\rho u v y^j)_y = 0,$$

$$\begin{aligned}(\rho v y^j)_t + (\rho u v y^j)_x + y^j p_y + (\rho v^2 y^j)_y &= 0, \\(\rho y^j)_t + (\rho u y^j)_x + (\rho v y^j)_y &= 0, \\(\rho E y^j)_t + [u(E + p)y^j]_x + [v(E + p)y^j]_y &= 0,\end{aligned}\quad (1)$$

где $E = p/(\gamma - 1) + \rho(u^2 + v^2)/2 + E_v$; $1/(\gamma - 1) = c_{N_2}/(\gamma_{N_2} - 1) + c_{CO_2}/(\gamma_{CO_2} - 1) + c_{He}/(\gamma_{He} - 1) + c_{H_2O}/(\gamma_{H_2O} - 1)$; $E_v = c_{N_2}p/T \cdot \Theta_4 e_4 + c_{CO_2}p/T \cdot (\Theta_1 e_1 + 2\Theta_2 e_2 + \Theta_3 e_4)$; $c_{N_2}, c_{CO_2}, c_{He}, c_{H_2O}$ —

молярные доли компонентов в смеси; $e_i = 1/[\exp(\Theta_i/T_i) - 1]$ ($i = 1, 2, 3, 4$) — средние числа квантов в симметричной, деформационной, антисимметричной колебательных модах CO_2 и колебательной моде N_2 соответственно; x, y — декартовы или цилиндрические координаты; ρ — плотность; p — давление; u, v — компоненты скорости; Θ_i — характеристическая температура колебательного кванта в i -й моде.

Уравнения для e_i получены в [1] в предположении $T_1 = T_2$

$$\begin{aligned}\frac{de_i}{dt} &= Q_i \quad (i = 2, 3, 4), \quad Q_2 = \alpha[(e_2 - \bar{e}_2)p/\tau_2 + 1,5\Phi_{23}], \\Q_3 &= -\Phi_{23} - c_{N_2}\Phi_{34}, \quad Q_4 = c_{CO_2}\Phi_{34} + (e_4 - \bar{e}_4) \cdot p/\tau_4,\end{aligned}\quad (2)$$

где выражения для τ_i и Φ_{nh} , имеющих смысл времени релаксации i -й моды при единичном давлении и скоростей обмена колебательной энергией, приведены в [1, 10]. В этих уравнениях учтены взаимодействия лишь нижних уровней разных мод, поэтому при высоких температурах их точность ухудшается.

Введя новые независимые $\xi = \xi(x, y)$, $\eta = \eta(x, y)$, $0 \leq \xi \leq 1$, $0 \leq \eta \leq 1$ и зависимые $\pi = \ln(p)/\gamma$, $u, v, s = \ln p - \gamma \ln \rho$ переменные, позволяющие повысить точность в области высоких (свыше 3) чисел Маха и получить матрицы A и B минимальной размерности, перепишем уравнения (1), (2) в окончательном виде:

$$\begin{aligned}e_t + \hat{u}e_\xi + \hat{v}e_\eta &= Q, \\s_t + \hat{u}s_\xi + \hat{v}s_\eta &= q, \\f_t + Af_\xi + Bf_\eta &= G,\end{aligned}\quad (3)$$

где $\hat{u} = u\xi_x + v\xi_y$, $v = u\eta_x + v\eta_y$;

$$\begin{aligned}e &= \begin{pmatrix} e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{pmatrix}; \quad Q = \begin{pmatrix} Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{pmatrix}; \quad f = \begin{pmatrix} \pi \\ u \\ v \end{pmatrix}; \quad G = \begin{pmatrix} q/\gamma - jv/y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \\q &= (1 - \gamma)/T [c_{N_2}\Theta_4 Q_4 + c_{CO_2}(2\Theta_2 Q_2/\alpha + \Theta_3 Q_3)]; \\A &= \begin{pmatrix} \hat{u} & \xi_x & \xi_y \\ c^2 \xi_x & \hat{u} & 0 \\ c^2 \xi_y & 0 & \hat{u} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} \hat{v} & \eta_x & \eta_y \\ c^2 \eta_x & \hat{v} & 0 \\ c^2 \eta_y & 0 & \hat{v} \end{pmatrix};\end{aligned}$$

Уравнения (3) решались с помощью схемы бегущего счета, описанной в [8, 9], поэтому здесь рассмотрим лишь релаксационные уравнения, предъявляющие специфические требования к разностному методу. Поскольку они являются жесткими в дозвуковой части сопла, то при аппроксимации степенных функций, имеющих в правой части этих уравнений, использовались неявные формулы с линеаризацией по приращению к e_2, e_3, e_4 : $\prod_i e_i^{k_i} = \left[1 + \sum_i (e_i^{n+1}/e_i^n - 1) k_i/2\right] \prod_i (e_i^n)^{k_i}$, Π, Σ —

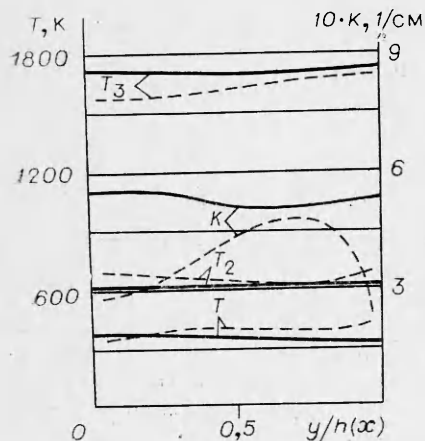


Рис. 1.

Вводя обозначения $\Delta^\pm e(\xi, \eta) = \pm [e(\xi \pm \Delta\xi, \eta) - e(\xi, \eta)]/\Delta\xi$, $\Delta_\eta^\pm e(\xi, \eta) = \pm [e(\xi, \eta \pm \Delta\eta) - e(\xi, \eta)]/\Delta\eta$, $u^\pm = (|\hat{u}| \pm \hat{u})/2$, $v^\pm = (|\hat{v}| \pm \hat{v})/2$, (в газодинамических уравнениях вместо них фигурируют $A^\pm$, $B^\pm$), запишем двухшаговую неявную схему для релаксационных уравнений

$$\begin{aligned} (e^{n+1} - e^n)/\Delta t + (u^+ \Delta_\xi^- + v^+ \Delta_\eta^-) e^{n+1} - \delta (u^- \Delta_\xi^- + v^- \Delta_\eta^-) e^n = \\ = Q(e^n, e^{n+1}) \frac{1+\delta}{2}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (e^{n+2} - e^{n+1})/\Delta t - (u^- \Delta_\xi^+ + v^- \Delta_\eta^+) e^{n+2} + \delta (u^+ \Delta_\xi^+ + v^+ \Delta_\eta^+) e^{n+1} = \\ = Q(e^{n+1}, e^{n+2}) \frac{1+\delta}{2}, \end{aligned}$$

где $\delta = 1 - k\Delta\eta$ — весовой множитель нижнего слоя. Компромиссное между требованиями точности и быстрой сходимости значение $k = 1, 2$ найдено в пробных расчетах, Q аппроксимирует соответствующие выражения в (3) с использованием линеаризации, как указано выше.

С целью уменьшения числа итераций используется переменный в пространстве временной шаг. При высокой (20—50) степени расширения рассчитываемых сопел этот прием позволяет резко уменьшить расход машинного времени. Кроме того, применялось разбиение области на 2—3 части с последовательным переходом счета к областям вниз по потоку. Расчет неравновесного течения в сопле длиной $130 h_*$ (h_* — полувисота сопла в критическом сечении) на сетке с 10 интервалами поперек сопла требует 25 мин работы БЭСМ-6.

В качестве пробного проведен расчет течения в плоском клиновидном сопле с углом полураствора 30° . Дозвуковая часть (также клиновидная с углом полураствора 30°) соединяется со сверхзвуковой участком постоянной кривизны с радиусом, равным полувисоте сопла в критическом сечении $h_* = 1$ мм. Давление и температура в форкамере составляли 10 атм и 3000 К, молярные доли компонентов CO_2 , N_2 , He — 10, 35, 55%.

На рис. 1 приведены температуры поступательных степеней свободы, симметричной и антисимметричной колебательных мод углекислого газа и коэффициент усиления K в сечении, находящемся на расстоянии 60 мм от критического. Сплошной линией нанесены результаты данных расчетов, штриховой — результаты [4]. Задание в [4] одномерного распределения параметров в начальном сечении и различная форма сопла в транс-

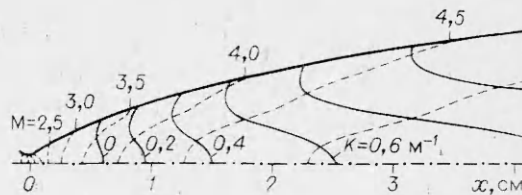


Рис. 2.

звуки перемножения и суммирования. Коэффициенты, зависящие от давления и температуры, так же, как и коэффициенты при производных в левой части (3), вычислялись на известном слое. Это позволяет раздельно решать газодинамические и релаксационные уравнения.

звуковой части обуславливают отличие результатов. Течение, рассчитанное в настоящей работе, в конце сопла близко к цилиндрическому течению от линейного источника.

В приводимых расчетах отклонение полной энтальпии от постоянного значения не превышает 1%. Различие между крайними значениями расхода в разных сечениях сопла не выше 2—3%. Эти данные и сравнение результатов на разных сетках позволяют оценить ошибку численного решения в 3—5%.

2. Для исследования влияния формы трансзвуковой части сопел на неравновесные параметры проведена серия расчетов плоских симметричных сопел, имеющих два клиновидных участка с углами полураствора θ_0 в дозвуковой части и θ_1 — в сверхзвуковой и два участка постоянной кривизны между ними с радиусами r_0 и r_1 соответственно до и после критического сечения. Заканчиваются сопла расчетным профилем [10], переводящим цилиндрическое течение от источника в однородный на выходе поток с заданным числом Маха $M_b = 6,1$. Сопла указанного семейства представляют интерес в силу сравнительно хорошей оптической однородности потока на выходе, важной для создания лазерных пучков с малой расходимостью. Полной оптической однородности или, что то же самое, постоянства плотности потока не может быть по ряду причин: отклонение потока на входе в расчетный участок от цилиндрического, искажающее влияние неравновесных процессов, меньшая расчетной длина сопла.

Проведена серия расчетов, в которой варьировались параметры r_0 , r_1 , θ_0 , θ_1 . Полувысота в критическом сечении h_* и длина сопел были фиксированы — 0,5 и 65 мм. Чтобы обеспечить отсутствие сильных волн сжатия и отрывов, приняты условия: $r_0 \geq h_*$, $r_1 \geq h_*$, $\theta_1 \leq 30^\circ$. Температура торможения задавалась равной 2500 К, молярные доли компонентов H_2O , CO_2 , N_2 , He — 0, 10, 30, 60% соответственно.

На рис. 2 изображены изолинии чисел Маха и коэффициента усиления для варианта $r_0 = h_*$, $r_1 = 2h_*$, $\theta_0 = 30^\circ$, $\theta_1 = 20^\circ$, $p_0 = 10$ атм. Форма изолиний чисел Маха типична для рассмотренного семейства сопел. При невысоком давлении в форкамере поджатие газа на выравнивающем участке приводит к повышению коэффициента усиления возле стенки.

Варианты с различными углами наклона дозвуковой части (20 и 30°) отличаются незначительно. Это объясняется сравнительно большими радиусами кривизны в трансзвуковой части сопел, рассчитанных в данной работе. Варьирование угла наклона влияет на параметры лишь в области, где колебательные моды находятся в равновесии с поступательными степенями свободы.

В табл. 1 представлены варианты, соответствующие значению $\theta_0 = 30^\circ$. В ней указаны значения коэффициента усиления в m^{-1} и относительной инверсной населенности $\eta = \Delta N / N_{CO_2}$ в % на стенке сопла ($K_{ст}$, $\eta_{ст}$) и в плоскости симметрии ($K_{пл}$, $\eta_{пл}$). В промежуточных точках все параметры меняются монотонно. По результатам расчетов, приведенных в табл. 1, можно сделать вывод, что характер влияния геометрических параметров сопла на коэффициент усиления меняется в зависимости от давления в форкамере. Увеличение кривизны контура до критического сечения несколько повышает коэффициент усиления на выходе, однако это повышение даже при значении параметра $\xi = ph_* = 0,2$ атм · см (варианты 1 и 3), когда оно максимально, составляет лишь около 3%. При $\xi \geq 1$ атм · см (варианты 11 и 13) различие не выше 2%.

Уменьшение кривизны контура ниже критического сечения приводит к падению коэффициента усиления в плоскости симметрии на 5% при $\xi = 0,2$ атм · см (варианты 9 и 10). В наибольшей степени влияет угол раскрытия разгонной части сопла; в плоскости симметрии для вариантов 3 и 4 $K_{пл}$ различается на 70%. Приближение параметра ξ к оптимальному

Таблица 1

Номер варианта	P_0 , атм	r_0/h_*	r_1/h_*	θ_1 , град	$K_{ст}$	$K_{пл}$	$\eta_{ст}$	$\eta_{пл}$
1	4	2	1	30	0,51	0,079	4,8	1,1
2	4	1	2	30	0,52	0,081	4,9	1,1
3	4	1	1	30	0,52	0,077	4,9	1,0
4	4	1	1	20	0,53	0,25	4,9	2,6
5	8	1	1	20	1,14	0,82	7,2	5,4
6	8	1	1	30	1,17	0,67	7,4	4,6
7	15	1	1	20	1,33	1,29	6,8	6,6
8	15	1	1	30	1,45	1,36	7,4	7,1
9	25	1	4	20	1,07	1,29	5,1	6,0
10	25	1	1	20	1,15	1,35	5,4	6,2
11	25	1	1	30	1,31	1,60	6,1	7,3
12	25	1	2	30	1,27	1,55	5,9	7,1
13	25	2	1	30	1,29	1,59	6,0	7,3
14	25	4	1	30	1,28	1,58	6,0	7,2
15	40	1	2	30	0,93	1,43	4,2	6,2
16	60	1	2	30	0,59	1,18	2,7	5,0
17	60	1	2	30	0,50	0,83	2,3	3,6

это влияние уменьшает. Например, варианты 10 и 11 различаются по K на 10—15%. При $\xi = 3$ атм·см (варианты 16—17) это различие в плоскости симметрии составляет уже 45%. Таким образом, кривизна контура сопла в окрестности критического сечения в небольшой степени влияет на эффективность ГДЛ. Следует, однако, отметить, что этот вывод сделан для непрерывных течений в соплах с гладким контуром.

В табл. 2 приведены результаты расчетов для смеси 20% CO_2 + 20% N_2 + 60% He при $T_0 = 2500$ К и $\theta_0 = 30^\circ$. Различия в значениях коэффициента усиления для вариантов с разными радиусами кривизны не превышает 5%. На рис. 3 для варианта 8 табл. 1 приведены графики температур и коэффициента усиления. Штриховой линией изображены результаты для плоскости симметрии, сплошной — для стенки сопла.

Поджатие газа у стенки на выравнивающем участке вызывает, с одной стороны, падение температуры антисимметричной моды из-за более интенсивной дезактивации, а с другой — благоприятствует сближению температур симметричной моды и поступательных степеней свободы. Суммарное влияние поджатия на поток в некотором диапазоне давлений, близких к оптимальному, не превышает 20—30% даже для рассмотренных здесь сопел высокой степени расширения с большой относительной величиной поджатия.

Числа Маха и температуры в плоскости симметрии и на стенке в выходном сечении, приведенные в табл. 3 для различных давлений торможения, позволяют оценить эффект энергообмена между поступательными и колебательными степенями свободы (исходные данные для расчета: $T_0 = 2500$ К, $r_0 = r_1 = h_*$, $\theta_0 = 30^\circ$, $\theta_1 = 20^\circ$, смесь: 10% CO_2 + 30% N_2 + 60% He). Варианты, которым в таблице соответствуют значения $p_0 = 0$, $p_0 = \infty$, получены в предположении замороженных и равно-

Таблица 2

Номер варианта	p_0 , атм	r_0/h_*	r_1/h_*	θ_1 , град	$K_{ст}$	$K_{пл}$	$\eta_{ст}$	$\eta_{пл}$
1	8	1	2	30	0,89	0,81	3,5	3,3
2	8	1	1	30	0,92	0,84	3,6	3,44
3	15	1	2	30	0,81	1,33	2,5	4,1
4	15	1	1	30	0,84	0,139	2,6	4,3
5	25	1	2	30	0,42	1,24	1,2	3,3
6	25	1	1	30	0,43	0,130	1,2	3,5

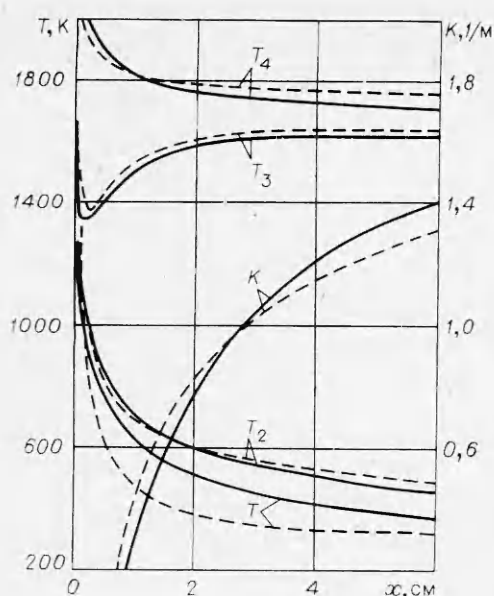


Рис. 3.

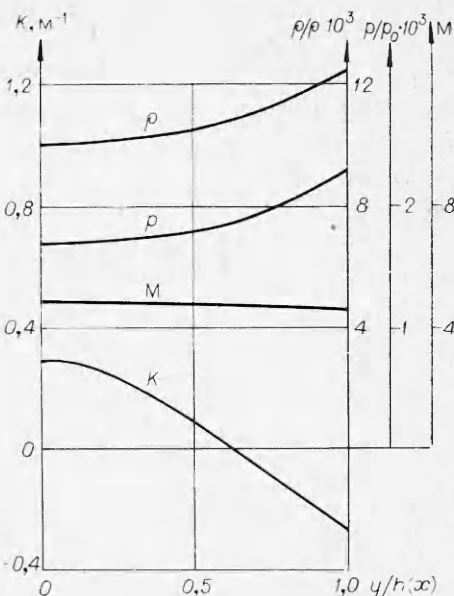


Рис. 4.

весных колебательных степеней свободы. Видно, что влияние энергообмена значительно и ни предположение о замороженных колебаниях, ни предположение о равновесии, использованное в [6, 7], не позволяют с удовлетворительной степенью точности рассчитать газодинамические параметры неравновесных потоков в соплах ГДЛ.

На рис. 4 изображены графики плотности, чисел Маха, давления и коэффициента усиления на выходе сопла, форма которого задается параметрами: $\theta_0 = \theta_1 = 30^\circ$, $r_0 = h_*$, $r_1 = 2h_*$, $h_* = 0,5$ мм; смесь 20% CO_2 + 20% N_2 + 1% H_2O + 59% He , $T_0 = 2500$ К и $\bar{p}_0 = 60$ атм.

Для сравнения рассмотрим вариант 15 в табл. 1, отличающийся лишь отсутствием в смеси паров воды. Введение их в небольшом количестве резко меняет картину релаксации и приводит в случае большого давления торможения к отрицательным значениям коэффициента усиления. Отметим также непостоянство плотности на рис. 4 и, следовательно, оптическую неоднородность рабочей среды. Относительная величина неоднородности газодинамических параметров на рис. 4 является характерной для многих вариантов (например, приведенных в табл. 1) и, видимо, определяется недостаточной длиной сопла и отличием потока на разгонном участке от цилиндрически симметричного.

Проведенные расчеты позволяют сделать ряд выводов.

1. Форма до- и транзвукового участков сопла при непрерывном контуре и безударном потоке слабо влияет на эффективность ГДЛ.

2. Выбор давления торможения из оптимального диапазона позволяет одновременно добиться высоких значений коэффициента усиления, однородности его с точностью 20–30% и малой чувствительности

Таблица 3

Номер варианта	p_0 , атм	$M_{ст}$	$M_{пл}$	$T_{ст}$	$T_{пл}$	Номер варианта	p_0 , атм	$M_{ст}$	$M_{пл}$	$T_{ст}$	$T_{пл}$
1	0	5,46	6,11	277	230	4	15	4,94	5,4	366	317
2	4	5,01	5,53	351	297	5	25	4,91	5,38	373	322
3	8	4,97	5,45	359	309	6	∞	4,58	4,93	455	407

к деталям формы сопла. В отсутствие паров воды при температуре торможения 2500 К оптимальное давление определяется соотношением $p_0 h_* \approx 1 \text{ атм} \cdot \text{см}$.

3. Релаксационные процессы существенно влияют на газодинамику, поэтому в расчетах следует учитывать передачу энергии от колебательных к поступательным степеням свободы.

*Поступила в редакцию
9/VII 1980*

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Лосев, В. Н. Макаров. Квантовая электроника, 1975, 7.
2. С. А. Лосев, В. Н. Макаров. ПМТФ, 1975, 4.
3. Б. В. Егоров, В. Н. Комаров. ПМТФ, 1975, 2.
4. В. А. Левин, Ю. В. Тунник. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, 11.
5. М. Я. Иванов, Н. И. Смагин.— В сб.: Численные методы механики сплошной среды, № 6. Новосибирск, 1978.
6. А. И. Ананькин, В. М. Хайлов, Ю. М. Шихман. ТВТ, 1976, 5.
7. А. С. Бирюков, Р. И. Сериков и др. Квантовая электроника, 1977, 4.
8. В. И. Пинчуков.— В сб.: Численные методы механики сплошной среды, № 1. Новосибирск, 1976.
9. В. И. Пинчуков.— В сб.: Численные методы механики сплошной среды, № 7. Новосибирск, 1977.
10. С. А. Лосев. Газодинамические лазеры. М.: Наука, 1977.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ЭЛЕКТРОННО-КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ОБМЕНА НАТРИЯ С КОЛЕБАТЕЛЬНО-НЕРАВНОВЕСНЫМ АЗОТОМ

*А. В. Еремин, И. М. Набоко
(Москва)*

В ряде исследований последних лет теоретически предсказан и экспериментально подтвержден нерезонансный характер электронно-колебательного обмена атомов щелочных металлов с молекулами двухатомных газов.

Нерезонансный механизм передачи энергии приводит к существенному отличию уровня электронного возбуждения примеси щелочного металла в колебательно-неравновесном газе от уровней колебательной и поступательной энергии системы. Для определения реального уровня возбуждения щелочного металла необходимо надежное знание распределения вероятностей энергообмена с передачей различного количества колебательных квантов.

В предшествующих работах [1, 2] авторы экспериментально исследовали возбуждение натрия в процессе колебательной релаксации азота за ударными волнами. В этих условиях (когда колебательная температура T_v ниже поступательной T_t) уровень возбуждения натрия может быть описан с привлечением квантово-механической теории Фишера — Смита [3]. Результаты работ [1, 2] позволили также определить эмпирические значения вероятностей энергообмена с передачей малого количества колебательных квантов.

В настоящей работе измерялась температура возбуждения естественной примеси натрия в колебательно-неравновесных, ударно-нагретых струях азота, когда $T_v \sim \Theta \gg T_t$ (Θ — характеристическая температура; для азота $\Theta = 3395 \text{ К}$). Режимы течения выбирались такими, чтобы «за-