

УДК 533.697

**О НЕЛИНЕЙНОЙ И ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ЗАДАЧАХ  
ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ТРУБОПРОВОДЕ**

*А. С. Владиславлев, В. М. Писаревский, В. П. Радченко,  
А. Н. Чугаева*

*(Москва)*

Численное решение системы уравнений одномерного изотермического движения совершенного газа в трубе при периодическом изменении скорости потока на границе сопоставлено с аналитическим решением линеаризованной задачи. Выделены области изменения параметров, в которых линеаризация обеспечивает удовлетворительное совпадение. Полученные результаты могут использоваться при анализе и моделировании пульсирующего движения газа в трубопроводах поршневых компрессоров [1].

Расчет одномерного изотермического движения совершенного газа в горизонтальной цилиндрической трубе сводится к решению системы квазилинейных гиперболических уравнений [2]

$$(1) \quad -\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(PW) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(PW) + C^2 \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(PW^2) + \frac{\lambda}{2P} PW |W| = 0$$

$$0 < x < L, \quad t > 0$$

Здесь  $x$  — координата вдоль оси трубы,  $t$  — время,  $W$ ,  $P$  — средние по сечению скорость и давление газа,  $C$  — скорость звука,  $L$ ,  $D$  — длина и диаметр трубы,  $\lambda$  — коэффициент трения.

Начальные и граничные условия для системы (1) задаются в виде

$$(2) \quad W(x, 0) = W_0 = \text{const}, \quad P(x, 0) = P_0 \left[ 1 + \frac{\lambda}{2D} \frac{W_0^2}{C^2} (L - x) \right]$$

$$W(0, t) = W_0 + W_* \sin \omega t, \quad P(L, t) = P_0 = \text{const}$$

Система (1), (2) сводится к безразмерному виду с помощью подстановок

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{Ct}{L}, \quad p = \frac{P}{P_0}, \quad w = \frac{W}{W_0}, \quad V = \frac{W_*}{W_0}, \quad M = \frac{W_0}{C}$$

$$H = \frac{\omega L}{C}, \quad R = \frac{\lambda}{2} \frac{L}{D}$$

При анализе пульсирующего движения газа в трубопроводе вместо нелинейной задачи (1), (2) обычно рассматривается линеаризованная [1,2]

$$(3) \quad -\frac{\partial p}{\partial \xi} = \frac{\partial w}{\partial \tau} + 2RM^2 w, \quad -\frac{\partial p}{\partial \tau} = M \frac{\partial w}{\partial \xi}$$

$$(4) \quad w(0, \tau) = 1 + V \sin H\tau, \quad p(1, \tau) = 1, \quad w(\xi, 0) = 1$$

$$p(\xi, 0) = 1 + RM^2(1 - \xi)$$

Система (3) получается из (2) в предположении, что скорость газа много меньше звуковой, а давление и скорость газа могут быть представлены в виде суммы стационарной и малой нестационарной составляющих [3]. Сопоставление численного решения задачи (1), (2) с аналитическим решением (3), (4) при различных значениях  $V$ ,  $H$ ,  $R$  позволяет выделить те области изменения параметров, в которых линеаризация приводит к удовлетворительным результатам.

Для решения нелинейной задачи (1), (2) была использована неявная конечно-разностная схема, аналогичная схеме, ранее использованной в [4] для решения систем квазилинейных гиперболических уравнений и в применении к расчету пульсирующего движения газа в трубопроводе, описанной в [5, 6]; шаги прямоугольной сетки по  $\tau$  и  $\xi$  составляли соответственно 0.0015 и 0.05, численный метод был реализован с помощью ЭВМ БЭСМ-6.

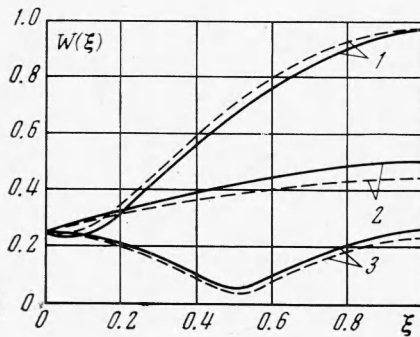
Решение линеаризованной задачи (3), (4) имеет вид

$$(5) \quad w(\xi, \tau) = 1 + V \ln \left[ \frac{\cos k(1 - \xi)}{\cos k} \exp(jH\tau) \right] + \exp(-MR\tau) \times$$

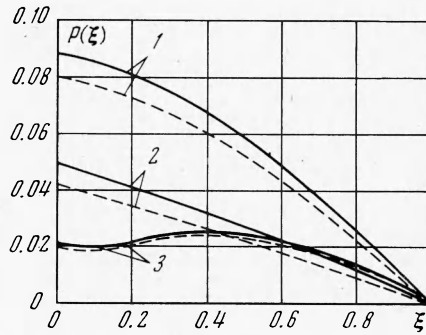
$$\begin{aligned} & \times \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \cos \lambda_n \tau + B_n \sin \lambda_n \tau] \sin \lambda_n \xi \\ p(\xi, \tau) &= 1 + RM^2(1 - \xi) + \frac{MV}{H} \operatorname{Re} \left[ k \frac{\sin k(1 - \xi)}{\cos k} \exp(jH\tau) \right] + \\ & + \exp(-MR\tau) \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^* \cos \lambda_n \tau + B_n^* \sin \lambda_n \tau] \cos \lambda_n \xi \\ k &= \alpha + j\beta = \sqrt{H^2 - 2jHMR}, \quad \lambda_n = -\frac{\pi}{2}(2n + 1) \\ A_n &= \frac{2\beta V(\alpha^2 + \lambda_n^2)}{[\beta^2 + (\alpha - \lambda_n)^2][\beta^2 + (\alpha + \lambda_n)^2]} \end{aligned}$$

остальные коэффициенты Фурье  $B_n$ ,  $A_n^*$ ,  $B_n^*$  имеют аналогичную структуру и так же быстро убывают с ростом  $n$ .

В проведенных расчетах 32 вариантов, охватывающих практически возможные пределы изменения характеристик пульсирующего потока газа [1], были приняты следующие значения параметров:  $L = 20$  м,  $C = 315$  м/сек,  $P_0 = 4.9 \cdot 10^5$  н/м<sup>2</sup>,  $W_0 = 20$  м/сек,  $\lambda = 0.02$ , остальные величины изменялись в пределах:  $V = 0.05 - 3.50$ ,  $H = 1.05 - 3.14$ ,  $R = 0.8 - 40.0$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

Сопоставление численного решения нелинейной задачи (1), (2) и соотношений (5) показало, что во всем диапазоне изменения параметров наблюдается хорошее совпадение по частоте и фазе колебаний. Поэтому сравнение проводилось по максимальному отклонению  $\delta$  в распределении по длине трубы амплитуд установившегося колебательного процесса.

При малых амплитудах в начальном сечении ( $V = 0.25$ ) во всем диапазоне частот величина  $\delta$  не превышает 16%, наибольшая погрешность наблюдается при  $H = 1.05$ . В области более высоких частот ( $H = 1.57, 2.10, 2.62, 3.14$ ) распределения амплитуд по длине практически совпадают. На фиг. 1, 2 соответственно сплошными и пунктирными кривыми представлены распределения по длине амплитуд скорости и давления для нелинейной и линеаризованной задач при  $V = 0.25$ ,  $R = 4.0$  и  $H = 1.57, 1.05, 3.14$  для кривых 1-3 соответственно.

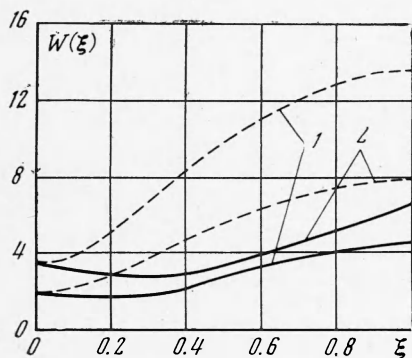
При фиксированной частоте  $H$  и увеличении  $V$  величина  $\delta$  растет, при этом наиболее значительные отклонения (при  $V = 3.50$  свыше 100%) наблюдаются вблизи резонансной частоты ( $H = 1.57$ ). При удалении от резонанса ( $H = 2.10$  и  $2.62$ ) во всем диапазоне изменения  $V$  отклонение  $\delta$  имеет порядок 10-15%.

Анализ полученных данных показывает, что вблизи резонансной частоты при всех рассмотренных значениях  $V$  отклонение амплитуд скорости  $\delta_w$  превышает отклонение амплитуд давления  $\delta_p$  в 1.5-2 раза, в нерезонансных режимах величины  $\delta_w$  и  $\delta_p$  близки. При этом соотношение (5) по сравнению с численным решением, как правило, дает завышенное значение амплитуд скорости и заниженное давления. На фиг. 3, 4 представлены распределения амплитуд при  $H = 1.57$ ,  $R = 4.0$  и  $V = 3.5, 2.0$  (соответственно кривые 1 и 2).

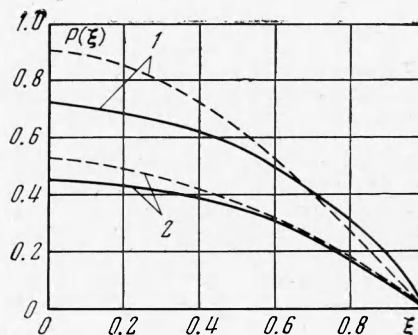
Зависимость отклонения  $\delta$  от параметра  $R$ , характеризующего диссипативные свойства колебательной системы, исследовалась вблизи резонанса ( $H = 1.46$ ). Распределения амплитуд колебаний скорости и давления газа при  $H = 1.46$ ,  $V = 0.25$  и

$R = 0.8, 1.33, 4.0$  (кривые 1—3) показаны на фиг. 5, 6. С уменьшением  $R$  отклонение  $\delta$  растет, достигая при  $R = 0.8$  порядка 20%, при этом использование линеаризованной системы (3), (4) приводит к заниженным значениям амплитуд.

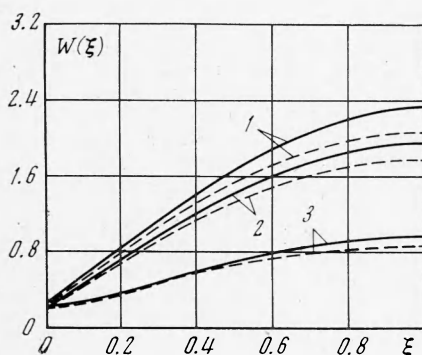
Таким образом, вдали от резонансных частот во всем рассмотренном диапазоне изменения параметров использование линеаризованной системы (3), (4) приводит к



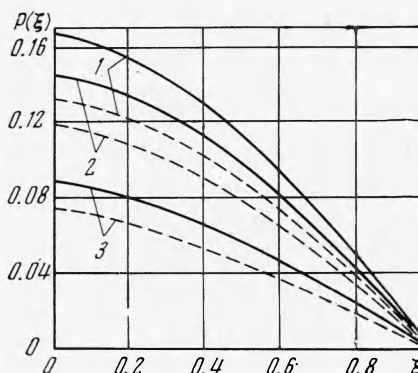
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

результатам, удовлетворительно согласующимся с численным решением нелинейной системы (1), (2). Если же частота вынужденных колебаний близка к собственной частоте столба газа, то при  $V > 1$  линеаризованная модель (3), (4) оказывается недостаточно точной.

Поступила 3 I 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Владиславлев А. С., Козобков А. А., Малышев В. А., Мессерман А. С., Писаревский В. М. Трубопроводы поршневых компрессорных машин. М., «Машиностроение», 1972.
2. Чарный И. А. Неустойчившееся движение реальной жидкости в трубах. М.— Л., Гостехтеориздат, 1951.
3. Писаревский Б. М. О неустойчившемся движении газа в трубах. Изв. вузов, Нефть и газ, 1971, № 7, стр. 66—70.
4. Васильев О. Ф., Годунов С. К., Притвиц Т. Н., Темноева Т. А., Фрязинова И. Л., Шугрин С. М. Численный метод расчета распространения длинных волн в открытых руслах и приложение его к задаче о паводке. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 3, стр. 525—527.
5. Владиславлев А. С., Кривошеин Б. Л., Писаревский Б. М., Писаревский В. М., Радченко В. П. К расчету пульсирующего движения газа в трубопроводе. Изв. вузов, Нефть и газ, 1973, № 1, стр. 77—80.
6. Владиславлев А. С., Писаревский Б. М., Писаревский В. М., Радченко В. П. О газодинамическом расчете пульсирующего потока в трубопроводах. ПМТФ, 1972, № 4, стр. 85—88.