Из результатов настоящей работы следует, что при определении пределов в области повышенных температур, когда начинает играть роль предварительное окисление, целесообразно ввести параметр τ — промежуток времени между поджиганием смеси и ее приготовлением. Хотя этот параметр и не раскрывает природу предпламенных процессов, его введение является полезным с точки зрения учета изменения температуры и состава исходной смеси вследствие протекания низкотемпературных реакций, а также учета влияния стенки сосуда (отношения поверхности к объему, обработки поверхности) на эту реакцию. Он позволяет также сделать наиболее рациональные и правильные оценки условий взрывобезопасной работы промышленных установок. Очевидно, введение параметра τ требует соответствующей методики исследования концентрационных пределов.

Поступила в редакцию
6/VII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Хитрин. Физика горения и взрыва. М., Изд-во Московского университета, 1957.
2. H. F. Coward, G. W. Jones. Bulletin 503 Bureau of Mines. United States Goverment office, Washington, 1962.
3. А. Н. Баратов. ЖФХ, 1959, XXXIII, 6, 1184—88.
4. Н. Н. Иноземцев. ИФЖ, 1959, 2, 10, 52.
5. G. Dugger. Ind. Eng. Chem., 1955, 47, 114.
6. В. А. Бунев, Р. С. Тюльпанов. ФГВ, 1966, 2, 4, 136.
7. В. Н. Кондратьев. Кинетика химических газовых реакций. М., Изд-во АН СССР, 1958.
8. В. В. Воеводский. Физика и химия элементарных химических процессов. М., «Наука», 1969.

УДК 536.46+534

К ВОПРОСУ О САМОВОЗБУЖДЕНИИ КОЛЕБАНИЙ ВСЛЕДСТВИЕ ЗАВИСИМОСТИ НОРМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ПЛАМЕНИ ОТ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГАЗА

В. И. Фурлетов

(Москва)

Распространение пламен в трубах и бомбах постоянного объема часто сопровождается акустическими колебаниями газа [1—3]. Возбуждение колебаний может быть связано, например, с периодическим изменением площади поверхности пламени [1], изменением скорости химической реакции при так называемом релаксационном взаимодействии волны с пламенем [4], влиянием давления и температуры на скорость распространения пламени [5]. В последнем случае предполагается, что малые возмущения, последовательно отражаясь от концов трубы, вследствие многократного взаимодействия с плоским фронтом пламени, могут развиться до значительной амплитуды. В настоящей работе анализируется возможность такого механизма самовозбуждения акустических колебаний при горении углеводородо-воздушных смесей с учетом потерь звуковой энергии на стенках трубы из-за вязкости и теплопроводности газа. Это делается посредством сравнения экспериментальных значений скорости поступления смеси в зону горения с ее численными оценками, полученными из условия самовозбуждения колебаний

$$d_i \geqslant d, \tag{1}$$

где d и d_i — логарифмический декремент и инкремент колебаний.

Вычисление d_i основано на газодинамическом рассмотрении взаимодействия звуковых волн с фронтом пламени, который делит трубу, акустически закрытую с обоих концов, на две части (рис. 1). Слева на фронт пламени набегает горючая смесь. Она поступает через входное сечение $x = -l_1$. Справа от фронта находятся продукты сгорания; они удаляются из трубы через выходной конец $x = +l_2$. По предположению, под воздействием продольных звуковых колебаний фронт пламени, оставаясь плоским, совершает малые перемещения вдоль оси x.

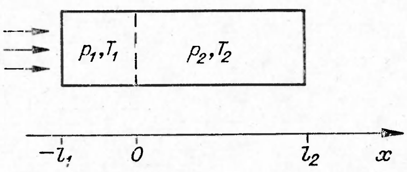

Рис. 1. Расчетная схема.

Частное решение одномерной задачи о малых колебаниях в движущемся идеальном газе имеет вид [6]

$$p'_j = \left[P_{+j} e^{i\frac{\omega}{(M_j+1)c_j}x} + P_{-j} e^{i\frac{\omega}{(M_j-1)c_j}x}\right] e^{-i\omega t},$$

$$u'_j = \frac{1}{\rho_j c_j}\left[P_{+j} e^{i\frac{\omega}{(M_j+1)c_j}x} - P_{-j} e^{i\frac{\omega}{(M_j-1)c_j}x}\right] e^{-i\omega t}, \tag{2}$$

$$s'_2 = c_p S_2 e^{i\frac{\omega}{u_2}x} e^{-i\omega t},$$

где p'_j, u'_j, s'_2 — возмущения давления, скорости и энтропии; ρ_j — плотность газа; u_j, c_j — скорость течения и скорость звука; $M_j = \frac{u_j}{c_i}$; равно 1 или 2, соответственно для холодного или горячего газа; $\omega = \omega_0 + i\omega_i$, ω_0 — частота колебаний; ω_i — коэффициент усиления. Нижний индекс «плюс» относится к звуковой волне, движущейся со скоростью u_j, c_j в положительном направлении оси x, индекс «минус» — к звуковой волне, движущейся со скоростью $u_j - c_j$ в отрицательном направлении оси x. В области слева от фронта пламени течение предполагается изэнтропическим, в области справа от пламени по продуктам сгорания движется энтропийная волна, возникающая при взаимодействии звуковых волн с зоной горения, и распространяются звуковые волны.

Коэффициенты P_{+j}, P_{-j}, S_2 определяются из пяти граничных условий, два из которых должны быть заданы для концевых сечений трубы, а остальные — на фронте пламени.

Получим граничные условия на фронте пламени. Они связывают между собой значения возмущений по обе стороны фронта. Граничные условия получаются варьированием уравнений сохранения массы, импульса и энергии на фронте пламени:

$$\rho_1 U = \rho_2 (u_1 - u_2 + U); \quad p_1 + \rho_1 U^2 = p_2 + \rho_2 (u_1 - u_2 + U)^2; \tag{3}$$

$$w_1 + \frac{U^2}{2} = w_2 + \frac{(u_1 - u_2 + U)^2}{2}.$$

Здесь U — скорость распространения пламени относительно горючей смеси (для невозмущенного движения $u_1 = -U$), в соответствии с [5]

U предполагается известной функцией p_1 и T_1, $U=U(p_1, T_1)$; w_1 и w_2 — полные энтальпии газа, $w_1 = w_{01} + c_pT_1$ и $w_2 = w_{02} + c_pT_2$. Разность $w_{01} - w_{02} = q$ является теплотой реакции единицы массы газа, приведенной к абсолютному нулю температур. Будем предполагать, что во фронте пламени происходит полное химическое превращение вещества. Теплоемкости при постоянном объеме и давлении считаются постоянными. В качестве независимых переменных выберем скорость u, давление p и энтропию s. Линеаризация уравнений (2) после пренебрежения членами второго и более высокого порядка малости по M_j ($j=1; 2$) приводит к следующим выражениям:

$$\left(A - \frac{\varkappa - 1}{\rho_1 c_1} M_1\right)\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)p_1' + u_1' - u_2' = 0, \tag{4}$$

$$p_1' = p_2', \tag{5}$$

$$\frac{s_2'}{c_p} + \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)\frac{p_2'}{p_2} = 0, \tag{6}$$

где $\varkappa$ — отношение теплоемкостей при постоянных давлении и объеме, $\varkappa = \mathrm{const}$. Величина A учитывает реакцию пламени на слабые возмущения [5]:

$$U' = -Ap',$$

$$A = \left(\frac{\partial |U|}{\partial p_1}\right)_{T_1} + \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\frac{T_1}{p_1}\left(\frac{\partial |U|}{\partial T_1}\right)_{p_1}. \tag{7}$$

Образование волны энтропии приводит к изменению плотности газа и соответствующему изменению скорости оттока продуктов сгорания от фронта пламени. Эта зависимость учитывается в уравнении (3) членом, содержащим величину M_1. Для фронта пламени выполняется следующее кинематическое соотношение:

$$u_1' + U' = v', \tag{8}$$

скорость смещения фронта пламени v' равна сумме скорости частиц в звуковой волне u_1' и приращению скорости распространения пламени U' с учетом знака.

Сформулируем граничные условия для концевых сечений камеры. Для камеры, акустически закрытой с обоих концов,

$$u_1' = 0 \text{ при } \bar{x} = -l_1 \text{ и } u_2' = 0 \text{ при } \bar{x} = -l_2, \tag{9}$$

т. е. потоки акустической энергии на концах камеры равны нулю. (В дальнейшем некоторые виды потерь будут учтены с помощью соотношения (1).) В этом случае можно ограничиться рассмотрением только акустических возмущений давления и скорости. Подстановка решений (2) в граничные условия (3), (4), (9) приводит к системе линейных однородных уравнений относительно P_{+j} и P_{-j} ($j=1$; 2). Такая система имеет нетривиальное решение, если ее определитель равен нулю. Это условие после пренебрежения членами второго порядка малости по M_j может быть приведено к виду

$$\left(1 + \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2}\right)\sin\left(\frac{\omega l_1}{c_1} + \frac{\omega l_2}{c_2}\right) + \left(1 - \frac{\rho_1 c_1}{\rho_1 c_2}\right)\sin\left(\frac{\omega l_1}{c_1} - \frac{\omega l_2}{c_2}\right) -$$

$$- 2i\left[A\rho_1 c_1 - (\varkappa - 1) M_1\right]\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right)\cos\frac{\omega l_1}{c_1} \cdot \cos\frac{\omega l_2}{c_2} = 0. \tag{10}$$

Для неподвижного газа ($M_j = 0$) получается аналогичное выражение. Следовательно, учет движения не приводит к появлению новых членов в характеристическом уравнении (10). Это соответствует хорошо известному факту, что поправка к частоте колебаний имеет порядок M^2 [6]. Воспользуемся уравнением (10) для нахождения $\omega = \omega_0 + i\omega_i$ при произвольном положении фронта пламени в трубе. С этой целью перейдем к новым переменным и введем некоторые новые обозначения:

$$\bar{x} = \frac{l_1}{L}; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega L}{c_1} = \alpha + i\beta; \quad L = l_1 + l_2; \quad \alpha = \frac{\omega_0 L}{c_1}; \tag{11}$$

$$\beta = \frac{\omega_i L}{c_1}; \quad a = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} = \frac{c_2}{c_1}; \quad b = [A\rho_1 c_1 - (\varkappa - 1) M_1]\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right).$$

В этих обозначениях уравнение (10) после несложных преобразований примет следующий вид:

$$\sin\bar{\omega}\bar{x}\cdot\cos\left(\bar{\omega}\frac{1-\bar{x}}{a}\right) + a\cos\bar{\omega}\bar{x}\cdot\sin\left(\bar{\omega}\frac{1-\bar{x}}{a}\right) -$$
$$- ib\cos\bar{\omega}\bar{x}\cos\left(\bar{\omega}\frac{1-\bar{x}}{a}\right) = 0. \tag{12}$$

Выделим вещественную и мнимые части. Проделаем это в предположении о том, что величина β является малой. Действительно, при $b=0$ уравнение (12) имеет только вещественные корни. Поэтому значения β должны иметь тот же порядок величины, что и b. По самому смыслу линейной задачи величина b должна быть небольшой: реакция пламени на воздействие слабой акустической волны мала.

Разлагая в (12) члены в ряд по величине β и оставляя члены первого порядка малости по β и b (считая их величинами одного порядка малости), сведем уравнение (12) к двум равенствам, связывающим вещественные величины:

$$\sin\alpha\bar{x}\cdot\cos\left(\alpha\frac{1-\bar{x}}{a}\right) + a\cos\alpha\bar{x}\cdot\sin\left(\alpha\frac{1-\bar{x}}{a}\right) = 0, \tag{13}$$

$$(\beta - b)\cos\alpha\bar{x}\cdot\cos\left(\alpha\frac{1-\bar{x}}{a}\right) - \alpha\left(\bar{x} + \frac{1-\bar{x}}{a^2}\right)\beta\sin\alpha\bar{x}\cdot\sin\left(\alpha\frac{1-\bar{x}}{a}\right) = 0. \tag{14}$$

Из уравнения (13) могут быть найдены допустимые частоты колебаний в трубе, а из (14) — соответствующие коэффициенты усиления. Уравнение (13) совпадает с (12) при $b=0$. Поэтому частоты α, определяемые из (13), не зависят в первом приближении от реакции фронта на малые возмущения и равны частотам собственных продольных ко-

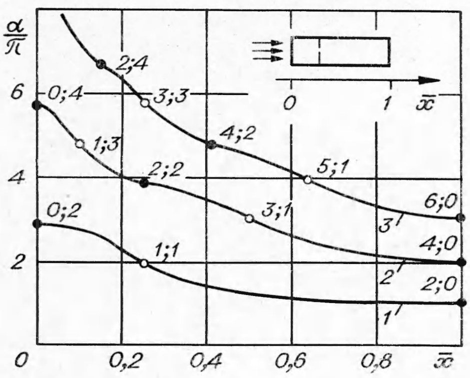

Рис. 2. Зависимость частоты колебаний от положения фронта пламени.

1, 2, 3 — первая, вторая и третья моды.

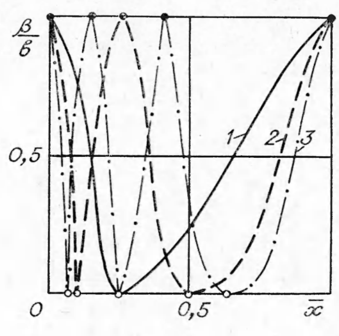

Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления колебаний от положения фронта пламени.

1, 2, 3 — первая, вторая и третья моды.

лебаний неподвижного газа со скачком в распределении температуры и плотности.

Частоты и коэффициенты усиления колебаний для трех первых мод в зависимости от положения фронта пламени представлены на рис. 2 и 3. Для коэффициента a принято значение, соответствующее горению приблизительно стехиометрической метано-воздушной смеси, $a=2{,}86$ [7].

Числа, проставленные вблизи точек (см. рис. 2), означают число четвертей длины волны, соответственно слева и справа от фронта. При расположении пламени в узле давления стоячей звуковой волны (светлые точки), где реакция пламени на малые возмущения отсутствует, колебания оказываются нейтральными (см. рис. 3). Из (7) и (8) следует, что при $p'=0$ пламя пассивно следует за колебаниями в звуковой волне. Для возбуждения колебаний необходимо, чтобы фронт пламени вызывал возмущения скорости смещения частиц в звуковой волне [4]. Фронт пламени оказывается способным совершить это, сжигая дополнительную порцию газа. Коэффициент усиления достигает максимального значения, равного

$$\beta_{max} = b = [A\rho_1 c_1 - (\varkappa - 1) M_1]\left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1\right) \qquad (15)$$

при $\alpha=(n_1+an_2)\pi$ (n_1, $n_2=0$, 1, 2), где n_1 и n_2 — число полуволн слева и справа от пламени. В этом случае фронт пламени оказывается расположенным в пучности давления (черные точки).

Зная коэффициент усиления колебаний ω_i и их частоту, можно определить инкремент:

$$d_i = \omega_1 T = 2\pi\beta/\alpha.$$

Максимальное значение инкремента достигается для основной моды колебаний ($n_1=1$, $n_2=0$) при расположении пламени в конце трубы, $\bar{x}=1$;

$$d_{i\,max} = 2(\varkappa - 1)^2 (m - 1) H c_1^{-3} u_1, \qquad (16)$$

где m — показатель степени в зависимости $U(p_1, T_1) = \mathrm{const}\cdot T_1^m$, согласно [7], $m=2$; H — калорийность смеси; c_1 — скорость звука в горючей смеси; u_1 — скорость поступления смеси в зону горения, для плоского пламени $u_1=|U|$. При выводе этого выражения было использовано приближенное соотношение $\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \approx \frac{(\varkappa-1)H}{c_1^2}$. Характерное значение $d_{i\,max}$ для углеводородо-воздушной смеси при нормальных условиях равно $5\cdot 10^{-3}$. Поправка на энтропийную волну уменьшает $d_{i\,max}$ приблизительно в 2 раза.

Учтем потери, связанные с затуханием звука на цилиндрической стенке трубы вследствие теплопроводности и вязкости газа. Коэффициент поглощения звука в трубе равен [8]:

$$\gamma = \frac{\sqrt{2\omega_0}}{D}\left[\sqrt{\nu} + (\varkappa - 1)\sqrt{\varkappa}\right],$$

где D — диаметр трубы; ν — кинематическая вязкость; $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности. Отсюда для логарифмического декремента колебаний основной моды в случае пламени, расположенного в точке $\bar{x}=1$, предполагая $\nu=\nu$, получим

$$d = \frac{2\varkappa}{D}\sqrt{\frac{2\pi\nu L}{c_1}}. \qquad (17)$$

В отличие от инкремента колебаний логарифмический декремент в рассматриваемом случае принимает минимальное значение. Это позволяет с помощью соотношений (1), (16) и (17) найти минимальную скорость поступления смеси в зону горения, необходимую для самовозбуждения колебаний

$$u_1 = \frac{\varkappa}{(\varkappa-1)^2} \frac{\sqrt{2\pi L c_1^5 \nu}}{(m-1) HD}.$$

Примем следующие значения параметров, характерные для стехиометрических углеводородо-воздушных смесей [9]: $H=670$ *ккал/кг*; $\varkappa=1{,}3$; $c_1=340$ *м/сек*; $\nu=0{,}15$ *см²/сек*; $m=2$. Результаты вычисления скорости поступления смеси в зону горения, необходимой для самовозбуждения основной моды колебаний в трубах с длиной $L=1$ *м* и диаметром $D=1$—2 *см* ($d\approx 0{,}13$—$0{,}06$, что по порядку величины является характерным для процесса затухания в реальных акустических системах [10]), представлены на рис. 4. Требуемые значения u_1 (5—15 *м/сек*) превышают фактические значения нормальной скорости распространения пламени для углеводородо-воздушных смесей. Поэтому возбуждение колебаний плоскими пламенами в реальных акустических системах вследствие зависимости нормальной скорости распространения пламени от изменений термодинамических параметров горючей смеси в звуковой волне оказывается невозможным.

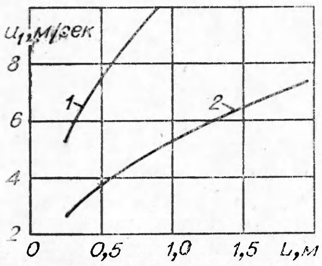

Рис. 4. Граница самовозбуждения основной моды колебаний для пламени, расположенного в конце трубы, $\bar{x}=1$.
1 — $D=1$ *см*; 2 — $D=2$ *см*.

Как правило, поверхность пламени оказывается сильно искривленной. В результате скорость распространения пламен быстрогорящих углеводородо-воздушных смесей может достигать значительной величины; например, для ацетилено-воздушной смеси 5—6 *м/сек*. При этом условии самовозбуждение колебаний, по-видимому, может произойти вследствие зависимости нормальной скорости распространения пламени от давления и температуры горючей смеси. Объясняется это тем, что для возбуждения колебаний важна не сама нормальная скорость распространения пламени U, а то дополнительное количество газа, которое пламя способно переработать в результате возмущений скорости U. Это количество газа, очевидно, пропорционально среднему массовому расходу горючей смеси через искривленный фронт пламени. Связь вибрационного горения со скоростью распространения и формой пламени отмечается в ряде работ [1, 3].

Автор признателен В. Е. Дорошенко и В. Л. Эпштейну за постановку задачи и обсуждение результатов.

Поступила в редакцию
2/XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестационарное распространение пламени. М., «Мир», 1968.
2. С. М. Когарко. ЖТФ, 1960, **30**, 1.
3. В. П. Карпов. ФГВ, 1965, **1**, 3.
4. С. М. Когарко, В. И. Скобелкин. Докл. АН СССР, 1958, **120**, 6.
5. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. Докл. АН СССР, 1961, **137**, 6.
6. Б. В. Раушенбах. Вибрационное горение. М., ГИФМЛ, 1961.
7. Л. Н. Хитрин. Физика горения и взрыва. М., МГУ, 1957.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Механика сплошных сред. М., ГИТЛ, 1954.
9. Н. Ф. Дубовкин. Справочник по углеродным топливам и их продуктам сгорания. М., Госэнергоиздат, 1962.
10. С. П. Стрелков. Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964.