

иаций при этом находятся путем интегрирования по обобщенным координатам  $q$  тензоров  $\alpha_{pl}(q)$ ,  $\theta_{pq}(q)$ ,  $J_{kl}(q)$ ,  $S_{kq}(q)$ , соответствующих изолированной общей дислокации Сомилианы типа  $q$ . Например, для  $\bar{\alpha}_{pl}$  будем иметь

$$\bar{\alpha}_{pl} = \int \alpha_{pl}(q) f(\mathbf{r}, t; q) dq.$$

Здесь функция распределения  $f(\mathbf{r}, t; q)$  нормирована так, что число общих дислокаций Сомилианы  $dN$  с обобщенными координатами между  $q$  и  $q + dq$  в единице объема равно  $dN = f(\mathbf{r}, t; q) dq$ . Эволюция ансамбля дефектов во времени можно описать с помощью уравнения баланса для функции их распределения  $f(\mathbf{r}, t; q)$  вида

$$(4.6) \quad \partial f / \partial t + \operatorname{div}(\mathbf{Q} f) = I(f, f'),$$

где  $\operatorname{div}$  — операция дивергенции в  $(q + 3)$ -мерном пространстве;  $\mathbf{Q}$  — вектор скорости в том же пространстве:  $\mathbf{Q} = \{q, \mathbf{r}\}$ ;  $I(f, f')$  — столкновительный интеграл, учитывающий скачкообразные процессы изменения состояния дефектов (зарождение, объединение и т. д.). Для замыкания уравнения (4.6) нужно задать динамический закон

$$(4.7) \quad \mathbf{Q} = \mathbf{Q}(\sigma_{ij}^+),$$

где  $\sigma_{ij}^+$  — эффективные напряжения, складывающиеся из внешних и внутренних (создаваемых самими дефектами) напряжений. Вид закона (4.7) определяется из решения задачи о движении одиночного дефекта в поле напряжений  $\sigma_{ij}^+$  (см. подробнее в [4]).

Таким образом, предложена общая модель дислокации Сомилианы, которая является дефектом более общего типа, чем обычные дислокации и дисклинации. Общая дислокация Сомилианы определяется заданием базисных пластических полей согласно (2.11)–(2.14); кроме того, ей соответствует дислокационно-дисклинационная модель (представление) с непрерывно распределенными дислокациями и дисклинациями (3.7)–(3.10). Эволюция во времени ансамбля дислокаций Сомилианы может быть описана функцией распределения, подчиняющейся уравнению баланса вида (4.6).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Косевич А. М. Дислокации в теории упругости. Киев: Наук. думка, 1978.
2. Эшеби Дж. Контигуальная теория дислокаций. М.: ИЛ, 1963.
3. Де Вит Р. Контигуальная теория дисклинаций. М.: Мир, 1977.
4. Ханинов Ш. Х. К кинетике дислокаций Сомилианы. — ПМТФ, 1984, № 1.
5. Kossecka E., DeWit R. Disclination kinematics. — Arch. Mech., 1977, v. 29, N 5.
6. Kossecka E., DeWit R. Disclination dynamics. — Arch. Mech., 1977, v. 29, N 6.
7. Schaeffer H. Analysis der Motorfelder im Cosseratkontinuum. — Z. angew. Math. Mech., 1967, Bd 47, N 5.

Поступила 26/III 1984 г.

УДК 539.375

## ДОКРИТИЧЕСКОЕ ПОДРАСТАНИЕ ТРЕЩИНЫ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ

B. I. АСТАФЬЕВ

(Куйбышев)

В последнее десятилетие наблюдается повышенный интерес к вопросам докритического подрастания трещин в металлах, работающих в области высоких температур ( $T = (0,4-0,6)T_{\text{пл}}$ ). Эти вопросы имеют важное практическое значение для энергетического машиностроения в связи с возможностью предсказания времени работоспособности элементов конструкций с обнаруженной в них трещиной, длина которой значительно меньше критической. Было проведено большое число экспериментальных работ, посвященных изучению кинетики роста таких трещин, выявлению параметров, адекватно описывающих процесс их подрастания. Предложен ряд моделей для теоретического описания процесса подрастания. Эти работы нашли достаточно полное отражение в [1—4]. Абсолютное большинство авторов теоретических работ используют при моделировании роста трещины параметр поврежденности либо иной параметр, достижение которым критического значения определяет момент разрушения в условиях ползучести. В качестве критерия роста трещины принимается условие достижения этим параметром своего критического значения в вершине трещины [5] или на некотором характерном расстоянии от нее [6]. Распределение напряжений у вершины трещины в этих работах соответствовало постоянной либо плавно меняющейся внешней нагрузке. В данной работе рассматривается задача о подрастании трещины при резко меняющейся нагрузке, в частности при ступенчатом изменении нагрузки, характерном для усталостных испытаний конструкций.

1. Рассмотрим задачу о подрастании трещины, находящейся в условиях ползучести. Определяющие соотношения для такого тела с учетом мгновенных упругих деформаций возьмем в виде

$$(1.1) \quad \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \equiv \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\sigma_{mm}}{9K} \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2G} + \frac{3}{2} B \sigma_e^{n-1} s_{ij}.$$

Здесь  $u_i$  — компоненты вектора перемещений;  $\dot{\varepsilon}_{ij}, s_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{mm}\delta_{ij}$  и  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора напряжений, девиатора тензора напряжений и тензора деформаций;  $\sigma_e = ((3/2)s_{ij}s_{ij})^{1/2}$  — интенсивность напряжений;  $G$  и  $K$  — модуль сдвига и модуль объемного расширения;  $B, n$  — параметры степенного закона ползучести  $\dot{r} = B\sigma^n$ ; запятая означает дифференцирование по соответствующей координате; точка — производную по времени; индексы принимают значения 1, 2, 3, и по повторяющимся индексам производится суммирование. Для описания происходящего в теле процесса разрушения при ползучести воспользуемся параметром поврежденности  $\omega$  с кинетическим уравнением для него [7]

$$(1.2) \quad \dot{\omega} = A \left( \frac{\sigma_{\max}}{1 - \omega} \right)^m, \quad \omega(0) = 0.$$

Из уравнения (1.2) с критерием разрушения  $\omega(t_p) = 1$ , который в данном случае будет выполняться в вершине движущейся трещины и иметь вид  $\omega(l(t), t) = 1$ , получим интегральное уравнение для искомой зависимости  $l(t)$  [5]

$$(1.3) \quad A(m+1) \int_0^t \sigma_{\max}(l(\tau), \tau) d\tau = 1.$$

Для решения уравнения (1.3) необходимо знать распределение напряжений в теле с движущейся трещиной.

Если напряжения у вершины трещины искать в виде  $\sigma_{ij}(r, \theta, t) = r^\lambda f_{ij}(\theta, t)$ , то из (1.1) вытекает, что при  $r \rightarrow 0$  скорость деформаций ползучести преобладает над скоростью упругих деформаций  $\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\sigma_{mm}}{9K} \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2G}$  и этими слагаемыми можно пренебречь по сравнению с  $\frac{3}{2} B \sigma_e^{n-1} s_{ij}$ . Но для степенного закона  $\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} B \sigma_e^{n-1} s_{ij}$  показатель сингулярности  $\lambda = -1/(n+1)$ , следовательно, для  $\sigma_{ij}(r, \theta, t)$  можно записать асимптотику Хатчинсона — Райса — Розенгрена [8, 9]

$$(1.4) \quad \sigma_{ij}(r, \theta, t) = \left( \frac{C(t)}{B I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(c)}(0).$$

Здесь  $C(t)$  аналогично  $J$ -интегралу выражается через контурный интеграл по контуру  $\Gamma_\varepsilon$ , стягивающему к вершине трещины:

$$(1.5) \quad C(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \oint_{\Gamma_\varepsilon} \left( \frac{n}{n+1} B \sigma_e^{n+1} \cos \theta - \sigma_{ij} n_j \dot{u}_{i,1} \right) ds = \\ = \oint_{\Gamma} \left( \frac{n}{n+1} B \sigma_e^{n+1} \cos \theta - \sigma_{ij} n_j \dot{u}_{i,1} \right) ds + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{V_\varepsilon} \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij,1} dV.$$

Второе слагаемое в представлении  $C(t)$  через контурный интеграл по произвольному контуру  $\Gamma$  исчезает на стадии установившейся ползучести ( $\dot{\varepsilon}_{ij} = 0$ ), а  $C(t)$  в этом случае не что иное, как не зависящий от контура интегрирования  $C^*$ -интеграл установившейся ползучести, полностью определяемый внешними условиями задачи (размерами тела и трещины, внешней нагрузкой).

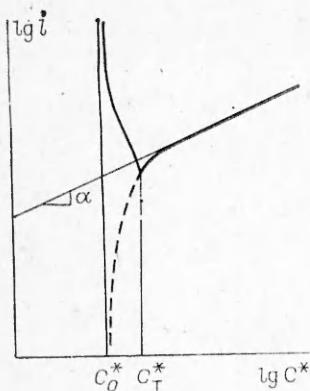
Решение (1.3) с учетом асимптотики (1.4) легко находится и имеет вид [5]

$$(1.6) \quad l(t) = A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{C(t)}{B I_n} \right)^\alpha (l - l_0)^{1-\alpha},$$

где  $\alpha = m/(n+1) < 1$ ;  $l_0$  — начальная длина трещины. Таким образом, если величина  $C(t)$  известна, то искомая зависимость  $l(t)$  может быть найдена из выражения (1.6).

2. При внезапном нагружении в момент  $t = 0$  в теле возникает мгновенное упругое состояние с напряжениями, асимптотика которых у вершины имеет вид

$$(2.4) \quad \sigma_{ij}(r, \theta, t=0) = \frac{k_I}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(e)}(0).$$



При постоянных ( $t > 0$ ) внешних нагрузках происходит перераспределение напряжений от мгновенного упругого состояния (2.1) до состояния установившейся ползучести

$$(2.2) \quad \sigma_{ij}(r, \theta, t \rightarrow \infty) = \left( \frac{C^*}{BI_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(c)}(0),$$

где  $\tilde{\sigma}_{ij}^{(c)}(0)$ ,  $\tilde{\sigma}_{ij}^{(c)}(0)$  — окружное изменение напряжений в упругом состоянии и состоянии установившейся ползучести. В переходный период до наступления состояния установившейся ползучести распределение напряжений у вершины трещины имеет асимптотику (1.4). Для величины  $C(t)$  в [10] получено выражение  $C(t) = (1 - v^2) K_I^2 / ((n + 1) E t)$ , которое следует из анализа размерностей величин, определяющих  $C(t)$  в

(1.5). Время установления стационарного состояния  $t_T$  находится из условия (2.2)  $C(t_T) = C^*$ , т. е.  $t_T = (1 - v^2) K_I^2 / ((n + 1) E C^*)$ . Таким образом, для  $C(t)$  в данном случае можно использовать выражение

$$(2.3) \quad C(t) = C^* \begin{cases} t_T/t, & 0 < t < t_T, \\ 1, & t \geq t_T, \end{cases}$$

справедливость которого подтверждена при конечно-элементном решении задачи [11]. Уравнение (1.6) с учетом (2.3) можно переписать как

$$(2.4) \quad \dot{l}(t) = \dot{l}_{ct} \begin{cases} (t_T/t)^\alpha, & 0 < t < t_T, \\ 1, & t \geq t_T, \end{cases}$$

где  $\dot{l}_{ct} = A(m + 1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{C^*}{BI_n} \right)^{\alpha} (l_0)^{1-\alpha}$  — скорость роста трещины в состоянии установившейся ползучести. Зависимость  $\dot{l}(C^*)$  изображена на фигуре, штриховой линией показана зависимость  $\dot{l}_{ct}(C^*)$  при  $t < t_T$ , т. е.  $\dot{l}(C^*)$  без учета перераспределения напряжений от мгновенного упругого состояния до состояния установившейся ползучести,  $C_0^*$  и  $C_T^*$  соответствуют значениям  $C^*$  при  $t = 0$  и  $t = t_T$ .

Степенная зависимость  $\dot{l}(C^*)$  наблюдалась в большом числе экспериментов [1—4]. Влияние перераспределения напряжений на переходной стадии (испадающая ветвь кривой  $\dot{l}(C^*)$ , существование которой отмечено в [4]) и текущей длины трещины  $l(t)$  на зависимость  $\dot{l}(t)$  незначительно и может быть оценено следующим образом. Представим  $C^*$  в виде  $C^* = B \sigma_\infty^{n+1} l c \left( \frac{l}{w}, n \right)$ , где  $\sigma_\infty$  — приложенное к образцу напряжение;  $w$  — ширина образца;  $c(n, l/w)$  — безразмерная функция от  $n$  и  $l/w$ , значение которой для ряда образцов и некоторых значений  $n$  и  $l/w$  получено в [12—14]. Оценим  $C_T^*/C_0^* \approx l_T/l_0$  ( $l_T$  — длина трещины при  $t = t_T$ ). Интегрируя (2.4), находим, что  $l_T/l_0 \approx 1 + \frac{c(n, l_0/v)}{I_n} \left( \frac{\pi \alpha}{(1-\alpha) \sin \pi \alpha} t_T/t_p \right)^{1/\alpha}$  ( $t_p = [A(m+1) \sigma_\infty^m]^{-1}$  — время до разрушения образца со средним напряжением в нем  $\sigma_\infty$ ). Для многих материалов  $t_T/t_p \ll 1$  (так, для некоторых сталей  $t_T/t_p = 0,01—0,05$  [15]), поэтому испадающая ветвь на зависимости  $\dot{l}(C^*)$  очень часто экспериментально не наблюдается. Влияние  $l$  на  $\dot{l}$  также очень быстро исчезает, так как  $(l - l_0)^{1-\alpha} = ((l - l_0)/(w - l_0))^{1-\alpha} (w - l_0)^{1-\alpha}$ , а величина  $\left( \frac{l - l_0}{w - l_0} \right)^{1-\alpha} \approx 1$  для всех  $l$ , за исключением  $l \sim l_0$ , в силу того что  $1 - \alpha = \frac{n+1-m}{n+1} \approx \frac{1}{n+1} \ll 1$ . Следовательно, для  $\dot{l}$  при постоянной нагрузке можно использовать более простую зависимость

$$(2.5) \quad \dot{l} = A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{C^*}{BI_n} \right)^\alpha (w - l_0)^{1-\alpha},$$

справедливую почти для всех  $l$ , кроме  $l \approx l_0$ .

3. Рассмотрим циклическое нагружение тела, когда приложенная к нему нагрузка меняется следующим образом:  $\sigma_\infty^{(1)} \rightarrow \sigma_\infty^{(2)} \rightarrow \sigma_\infty^{(1)} \rightarrow \dots$ . Интервалы действия

$\sigma_{\infty}^{(1)}$  и  $\sigma_{\infty}^{(2)}$  обозначим  $t_1$  и  $t_2$  и будем считать, что  $\sigma_{\infty}^{(2)} > \sigma_{\infty}^{(1)} > 0$ . В момент дагрузки ( $\sigma_{\infty}^{(1)} \rightarrow \sigma_{\infty}^{(2)}$ ) или разгрузки ( $\sigma_{\infty}^{(2)} \rightarrow \sigma_{\infty}^{(1)}$ ) напряжения у вершины трещины мгновенно изменяются на величину  $\Delta\sigma_{ij} = \pm \frac{\Delta K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(e)}(\theta)$ , что следует из определяющих соотношений (1.1), записанных для приращений напряжений  $\Delta\sigma_{ij}$  и приращений деформаций  $\Delta\varepsilon_{ij}$  при мгновенном изменении внешней нагрузки. Знаки  $+$  и  $-$  соответствуют дагрузке и разгрузке,  $\Delta K_I = (\sigma_{\infty}^{(2)} - \sigma_{\infty}^{(1)}) \sqrt{\pi l k(l/w)}$ ,  $k(l/w)$  — безразмерная функция от  $l/w$ . Суммарные напряжения в момент  $T$  изменения внешней нагрузки имеют вид

$$(3.4) \quad \sigma_{ij}(r, \theta, T) = \left( \frac{C(T)}{B I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(c)}(\theta) \pm \frac{\Delta K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(e)}(\theta).$$

Из (3.1) следует, что при  $r \rightarrow 0$  первым слагаемым в нем можно пренебречь, т. е. величина  $\Delta\sigma_{ij}$  полностью определяет напряженное состояние у вершины трещины в момент изменения внешней нагрузки. При  $t > T$  начнется перераспределение напряжений  $\Delta\sigma_{ij}$ , определяющих напряженное состояние у вершины трещины, аналогично (1.4):

$$\Delta\sigma_{ij}(r, \theta, t) = \pm \left( \frac{(1-v^2) \Delta K_I^2}{(n+1) E B I_n (t-T) r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}^{(c)}(\theta).$$

Суммарное напряжение у вершины трещины вновь определяется соотношением (1.4), в котором  $C(t)$  зависит уже от  $C(T)$  и от  $\pm(1-v^2)\Delta K_I^2/(n+1)E(t-T)$ . Аппроксимируем выражение для  $C(t)$  в виде

$$(3.2) \quad C(t) = C(T) \pm \frac{(1-v^2) \Delta K_I^2}{(n+1) E (t-T)},$$

учитывая, что при  $t \rightarrow T$  приращение  $\Delta C = C(t) - C(T)$  полностью определяется величиной  $\pm(1-v^2)\Delta K_I^2/(n+1)E(t-T)$ .

Пусть интервалы  $t_1$  и  $t_2$  достаточно велики, чтобы за это время у вершины трещины после изменения нагрузки установилось новое стационарное состояние, характеризуемое величинами  $C_1^*$  и  $C_2^*$ . Тогда при дагрузке ( $\sigma_{\infty}^{(1)} \rightarrow \sigma_{\infty}^{(2)}$ ,  $C(T) = C_1^*$ ) время перераспределения напряжений до нового стационарного состояния  $C_2^*$ , согласно (3.2), можно оценить как

$$(3.3) \quad \tau_T = \frac{(1-v^2) \Delta K_I^2}{(n+1) E (C_2^* - C_1^*)} = \frac{\pi(1-v^2)}{n+1} \frac{k^2}{c} \frac{e_2}{p_2} \frac{(1-R)^2}{(1-R^{n+1})}.$$

При разгрузке ( $\sigma_{\infty}^{(2)} \rightarrow \sigma_{\infty}^{(1)}$ ,  $C(T) = C_2^*$ ) в течение времени

$$(3.4) \quad \tau_s = \frac{(1-v^2) \Delta K_I^2}{(n+1) E C_2^*} = \frac{\pi(1-v^2)}{n+1} \frac{k^2}{c} \frac{e_2}{p_2} (1-R)^2$$

напряжения отрицательны, затем за время  $\tau_T$  они достигают своего нового стационарного состояния, соответствующего  $C_1^*$ . В выражениях (3.3) и (3.4)  $\sigma_{\infty}^{(1)}/\sigma_{\infty}^{(2)} = R$  — коэффициент асимметрии цикла;  $\sigma_{\infty}^{(2)}/E = e_2$ ,  $B(\sigma_{\infty}^{(2)})^n = p_2$  — величины мгновенной упругой деформации и скорости деформаций ползучести при одноосных испытаниях под действием напряжения  $\sigma_{\infty}^{(2)}$ . Из (3.3) и (3.4) следует, что  $\tau_s/\tau_T = (1-R^{n+1}) \simeq 1$  при  $R \leq 0,5-0,7$  и  $n \geq 3$ , т. е. в этом случае можно считать, что напряжения отрицательны в течение времени  $\tau_T$ , после чего наступает новое стационарное состояние, характеризуемое величиной  $C_1^*$ . Отношения  $\tau_T/t_1$ ,  $\tau_T/t_2$  являются величинами порядка  $e_2/p_2 t_2$ , которые при достаточно больших  $t_2$  в металлах с развитой деформацией ползучести малы, т. е. в этом случае перераспределением напряжений можно пренебречь и считать, что  $C(t) = C_2^*$  или  $C(t) = C_1^*$  почти сразу же после момента дагрузки или разгрузки.

Для малых  $t_1$  и  $t_2$  ( $t_1 \simeq t_2$ ) из (3.2) получим, что при разгрузке величина  $C(t)$  отрицательна в течение всего интервала  $t_1$ , а при дагрузке  $C(t) \simeq (1-v^2)\Delta K_I^2/((n+1)E(t-T))$ , так как  $C(T)$  определяется по значению  $C(t)$  в конце интервала разгрузки, т. е.  $C(T) \leq 0$ . Если же  $t_2$  велико, а  $t_1$  мало, то при дагрузке  $C(t) \simeq C_2^*$ , а при

разгрузке в течение всего интервала  $t_1$  величина  $C(t)$  будет отрицательной. Количественной мерой того, являются ли  $t_1$  и  $t_2$  большими или малыми, служат отношения  $\tau_t/t_1$  и  $\tau_t/t_2$  (или  $\tau_s/t_1$  и  $\tau_s/t_2$  при  $\tau_s/\tau_t \approx 1$ ). При  $\tau_t/t_1 \gg 1$  и  $\tau_t/t_2 \gg 1$  величины  $t_1$  и  $t_2$  малы, а при  $\tau_t/t_1 \ll 1$  и  $\tau_t/t_2 \ll 1$  — велики.

Учитывая все сказанное по поведению величины  $C(t)$  в различных случаях циклического нагружения, можно заключить, что при  $\tau_t/t_1 \ll 1$  и  $\tau_t/t_2 \ll 1$  скорость роста трещины  $\dot{l}$  определяется по выражению (2.5), в котором  $C^* = C_2^*$  при дагрузке и  $C^* = C_1^*$  при разгрузке. Приращение длины трещины за цикл  $\Delta l$  будет  $\Delta l \simeq A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{C_2^*}{B I_n} \right)^\alpha (w - l_0)^{1-\alpha} t_2 (1 + R^{n+1} t_1/t_2)$ . В том случае, когда  $R^{n+1} \ll 1$ ,  $\Delta l \simeq A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{C_2^*}{B I_n} \right)^\alpha (w - l_0)^{1-\alpha} t_2$ , т. е. определяется лишь величиной  $C_2^*$  для случая дагрузки. При  $\tau_t/t_1 \gg 1$  и  $\tau_t/t_2 \ll 1$  напряжения при разгрузке будут отрицательными, т. е.  $\omega = 0$  и  $\dot{l} = 0$  в течение всего интервала разгрузки. Следовательно, приращение длины трещины за цикл

$$\Delta l \simeq A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{C_2^*}{B I_n} \right)^\alpha (w - l_0)^{1-\alpha} t_2.$$

Особый интерес представляет случай  $\tau_t/t_1 \gg 1$  и  $\tau_t/t_2 \gg 1$  (усталостное подрастание трещины при высокой температуре). Напряжения при разгрузке снова отрицательны, т. е.  $\dot{l} = 0$ , а для интервала дагрузки величину  $C(t)$  в (2.4) можно считать равной  $C(t) \simeq (1 - v^2) \Delta K_I^2 / ((n+1) E(t-T))$ . Приращение длины трещины за цикл

$$\Delta l = A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{(1-v^2) \Delta K_I^2}{(n+1) E B I_n t_2} \right)^\alpha (w - l_0)^{1-\alpha} \frac{t_2}{1-\alpha}$$

можно взять за оценку скорости роста усталостной трещины при высокой температуре  $dl/dn$ , т. е.

$$(3.5) \quad \frac{dl}{dn} \simeq A(m+1) \frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left( \frac{(1-v^2) \Delta K_I^2}{(n+1) E B I_n t_2} \right)^\alpha (w - l_0)^{1-\alpha} \frac{t_2}{1-\alpha}.$$

Из (3.5) следует, что скорость роста трещины в этом случае полностью определяется величиной  $\Delta K_I$ .

Экспериментально факт остановки трещины на некоторое время при частичном снятии нагрузки установлен в [16]. Там же показано, что при больших временах  $t_1$  и  $t_2$  скорость роста трещины  $\dot{l}$  определяется текущей величиной  $C^*$ . В [17] показано, что при циклическом изменении нагрузки с малым временем выдержки в цикле  $t_1$  и  $t_2$ ,  $t_1 \approx t_2$ ,  $dl/dn$  определяется величиной  $\Delta K_I^{2\alpha}$ , а при кратковременной разгрузке ( $t_1/t_2 \ll 1$ ) и большом времени выдержки  $t_2$  при дагрузке — величиной  $C^*$ , как и в случае постоянной нагрузки.

Таким образом, использование параметра поврежденности в телах с трещиной, находящимся в условиях ползучести, позволяет предсказать процесс их подрастания как при постоянной, так и при переменной нагрузке. Частичное снятие нагрузки приводит к временной остановке трещины. Время остановки  $\tau_s$  зависит от геометрии тела с трещиной (отношение  $k^2/c$ ), условий нагружения (коэффициент асимметрии цикла  $R$ ) и механических свойств материала (отношение  $e_2/p_2$ ). Важную роль играют величины  $\tau_t/t_1$  и  $\tau_t/t_2$ , показывающие, влияет ли мгновенное изменение напряжений на процесс роста трещины. По  $\tau_t/t_1$  и  $\tau_t/t_2$  можно судить, какой параметр ( $C^*$  или  $\Delta K_I$ ) определяет процесс роста трещины при циклической нагрузке.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Van Leeuwen H. P. The application of fracture mechanics to creep crack growth.— Engng Fract. Mech., 1977, v. 9, N 4.
2. Ellison E. G., Harper M. P. Creep behaviour of components containing cracks.— A critical review.— J. Strain Anal., 1978, v. 13, N 1.
3. Fu L. S. Creep crack growth in technical alloys at elevated temperature.— A review.— Engng Fract. Mech., 1980, v. 13, N 2.
4. Sadananda K., Shahinian P. Creep crack growth behaviour and theoretical modeling.— Critical assessment.— Metal Sci., 1981, v. 15, N 10.
5. Астафьев В. И. Влияние нестационарности поля напряжений на рост трещины при ползучести.— ПМТФ, 1983, № 3.

6. Астафьев В. И. О росте трещин при ползучести с учетом пластической зоны вблизи вершины трещины.— ПМТФ, 1979, № 6.
7. Работнов Ю. И. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966.
8. Hutchinson J. W. Singular behaviour at the end of a tensile crack in hardening material.— J. Mech. Phys. Solids, 1968, v. 16, N 1.
9. Rice J. R., Rosengren G. F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material.— J. Mech. Phys. Solids, 1968, v. 16, N 1.
10. Riedel H. Creep deformation at the crack tips in elastic — viscoplastic solids.— J. Mech. Phys. Solids, 1981, v. 29, N 1.
11. Bassani J. L., McClintock F. A. Creep relaxation of stress around a crack tip.— Int. J. Solids and Struct., 1981, v. 17, N 5.
12. Goldman N. L., Hutchinson J. W. Fully plastic crack problem at centre cracked strip under plane strain.— Int. J. Solids and Struct., 1975, v. 11, N 6.
13. Ranaweera M. P., Leckie F. A. J-integrals for some crack and notch geometries.— Int. J. Fract., 1982, v. 18, N 4.
14. Hayhurst D. R., Brown P. R. The use of finite element creep solutions to obtain J-integrals for plane strain cracked members.— Int. J. Mech. Sci., 1984, v. 26, N 1.
15. Leckie F. A., McMeeking R. M. Stress and plane strain fields at the tip of a stationary tensile crack in creeping material.— Int. J. Fract., 1981, v. 17, N 5.
16. Webster G. A., Nikbin K. M. History of loading effects on creep crack growth in 1/2% Cr 1/2% Mo 1/4 V steel.— In: Creep Struct. 3rd Symp., Leicester, Sept. 8—12, 1980, Berlin e. a., 1981.
17. Hayigh J. R. Effect of combined creep and fatigue on crack growth in notched specimens of a Cr—Mo—V steel.— In: 7th Congr. Mater. Test., Budapest, 1978: Lectures. V. 1. Budapest, 1978.

Поступила 26/III 1984 г.