

УДК 536.48

## **Численное исследование эволюции интенсивных волн второго звука в турбулентном сверхтекучем гелии\***

**Л.П. Кондаурова, С.К. Немировский**

*Институт теплофизики СО РАН им. С.С. Кутателадзе, Новосибирск*

Представлены результаты численных исследований по эволюции уединенных интенсивных волн второго звука, мощных тепловых импульсов, распространяющихся в сверхтекучем гелии. Количественное описание проводится на основе уравнений гидродинамики сверхтекучей турбулентности (ГСТ). Получены уравнения ГСТ с точностью до членов второго порядка малости по отклонениям от равновесных значений в случаях плоской, цилиндрической и сферической геометрий. Система уравнений решалась методом распада разрывов. Вычисления проведены для температуры невозмущенного гелия  $T_0 = 1,4$  К. Численные результаты сравниваются с экспериментальными данными.

Изучение динамических и тепловых свойств сверхтекучего гелия является важным для целого ряда прикладных задач, например, при разработке систем криостатирования сверхпроводящих устройств. Знания термодинамических процессов необходимы при разработке мер, обеспечивающих надежное криостатирование сверхпроводящих магнитов, кабелей и других устройств. На сегодняшний день эти исследования по-прежнему являются актуальными. Так, например, преимущество охлаждения больших сверхпроводящих систем сверхтекучим гелием по сравнению с альтернативными методами охлаждения низкотемпературным гелием обсуждалось 13 сентября 2007 г. на “Круглом столе” фирмы “Эр Продактс энд Кэмикэлс”, который проходил в г. Алетаун, штат Пенсильвания, США (Round Table of Air Products and Chemicals’Inc., Allentown, PA, USA), где с докладом выступил доктор Стивен В. Ван Скайвер из Национальной лаборатории сильных магнитных полей Университета штата Флорида (Dr. Steven W. Van Sciver, National High Magnetic Field Laboratory, Florida State University).

При превышении некоторых значений тепловых потоков в объеме сверхтекучего гелия возникают хаотические квантованные вихревые нити (вихревой клубок). Они оказывают существенное влияние на гидродинамические процессы, которые, в свою очередь, воздействуют на динамику вихревого клубка. С тех пор как Фейнманом [1] была описана динамика плотности вихревых нитей, интерес физиков к этому объекту не ослабевает. Это явление, получившее название сверхтекучая, или квантовая, турбулентность, стало предметом очень большого количества исследований (см., например, известную книгу Р. Доннелли [2]).

Целью настоящей работы является численное исследование эволюции интенсивных уединенных волн второго звука, распространяющихся в турбулентном сверхтекучем гелии. Для этого исходные уравнения гидродинамики сверхтекучей

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-08-01375).

турбулентности были упрощены. Получены уравнения ГСТ с точностью до членов второго порядка малости по отклонениям от равновесных значений. Эти уравнения учитывают нелинейные эффекты. Тепловыделения происходят на поверхностях разной конструкции. Часто встречающиеся среди них — это поверхности плоской, цилиндрической и сферической геометрий. В настоящей работе представлены результаты по динамике мощных тепловых импульсов, проведенные для температуры невозмущенного гелия  $T_0 = 1,4$  К. При этой температуре коэффициент нелинейности второго звука принимает положительное значение, т. е. разрывы образуются на переднем фронте волны. Рассмотрены случаи плоской, цилиндрической и сферической геометрий. Полученные численные результаты сравниваются с экспериментальными данными.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Выпишем уравнения гидродинамики сверхтекучей турбулентности, которая объединяет “обычную” двухскоростную гидродинамику сверхтекучего гелия и макроскопическую феноменологическую теорию вихревого клубка [3]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}(S\mathbf{V}_n) &= \frac{1}{T}(\alpha_1 L \mathbf{W}^2 + \varepsilon_\beta \beta L^2), \\ \frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial t} + \nabla \left( \mu(p, \sigma, \mathbf{W}) + \frac{\mathbf{V}_s^2}{2} \right) &= \frac{\alpha_1 L}{\rho_s} \mathbf{W} + \frac{\varepsilon_\beta \alpha}{\rho_s} L^{3/2} \frac{\mathbf{W}}{|\mathbf{W}|}, \\ \frac{\partial \mathbf{j}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\pi_{ik} + \tau_{ik})}{\partial x_k} &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} &= 0, \\ \frac{\partial L}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{V}_L L) &= \chi_1 \frac{B \rho_n}{\rho} |\mathbf{W}| L^{3/2} - \chi_2 \kappa L^2.\end{aligned}$$

В этих уравнениях и далее использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\tau_{ik} &= -\eta \left( \frac{\partial \mathbf{V}_{ni}}{\partial x_k} + \frac{\partial \mathbf{V}_{nk}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial \mathbf{V}_{nl}}{\partial x_l} \right) - \delta_{ik} [\xi_1 \operatorname{div}(\mathbf{j} - \rho \mathbf{V}_n) + \xi_2 \operatorname{div} \mathbf{V}_n], \\ \mathbf{j} &= \rho_n \mathbf{V}_n + \rho_s \mathbf{V}_s,\end{aligned}$$

$\pi_{ik} = \rho_n \mathbf{V}_{ni} \mathbf{V}_{nk} + \rho_s \mathbf{V}_{si} \mathbf{V}_{sk} + p \delta_{ik}$ ,  $\alpha = \chi_1 B \rho_n / 2\rho$ ,  $\alpha_1 = A \rho_s \rho_n \beta^2 / \alpha^2$ ,  $\beta = \kappa \chi_2 / 2\pi$ ,  $\varepsilon_\beta = \rho_s \kappa^2$ ,  $A = \chi_1^2 \pi B^3 \rho_n^2 m_{\text{He}} / (6 \chi_2^2 \rho^3 h)$  — постоянная Гортера–Меллинка,  $S = \sigma \rho$  ( $\sigma$  — энтропия на единицу массы),  $\mu$  — химический потенциал,  $\mathbf{W} = \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_s$  ( $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{V}_n$ ,  $\mathbf{V}_s$  — относительная, нормальная и сверхтекучая скорости соответственно),  $L$  — плотность вихревых нитей,  $t$  — время,  $x$  — координата,  $\rho = \rho_n + \rho_s$  ( $\rho$ ,  $\rho_n$ ,  $\rho_s$  — плотность жидкости, сверхтекучая и нормальная плотности жидкости соответственно),  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  — параметры в уравнении Вайнена (3),  $B$  — коэффициент Холла–Вайнена,  $\kappa = h/m_{\text{He}}$  — квант циркуляции,  $m_{\text{He}}$  — масса атома гелия,  $\mathbf{V}_L$  — скорость вихревого клубка.

Система уравнений ГСТ является достаточно громоздкой. Упростим ее, оставив в ней члены до второго порядка малости по отклонениям от равновесных значений. Полагая  $\sigma = \sigma_0 + \sigma'$ ,  $T = T_0 + T'$  ( $T_0$  — температура невозмущенного

жидкого гелия,  $\sigma_0$  — энтропия на единицу массы при температуре  $T_0$ ,  $T'$ ,  $\sigma'$  — отклонения от равновесных значений) и используя известные соотношения  $\sigma(p, T, \mathbf{W}) = \sigma(p, T) + 1/2 \mathbf{W}^2 \partial(\rho_n / \rho) / \partial T$  и  $d\mu = -\sigma dT + dp / \rho - (\rho_n / \rho) \mathbf{W} d\mathbf{W}$ , получаем систему уравнений в предположении отсутствия потока массы ( $\mathbf{j} = \rho_n \mathbf{V}_n + \rho_s \mathbf{V}_s = 0$ , что выполнялось при проведении большинства экспериментов):

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \left[ \frac{\rho_{s0}}{\rho} - \frac{\sigma_0}{\sigma_T} \frac{(\rho + \rho_n)}{\rho \rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right] W \frac{\partial T'}{\partial x} + \frac{\rho_{s0}}{\rho} \left[ \frac{\sigma_0}{\sigma_T} + \left( 1 - \frac{\sigma_{TT} \sigma_0}{\sigma_T^2} - \frac{\sigma_0}{\rho_{s0} \sigma_T} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right) T' \right] \frac{\partial W}{\partial x} =$$

$$= -\frac{i \sigma_0 \rho_{s0}}{\rho \sigma_{Tx}} W - \frac{i}{\rho \sigma_{Tx}} \left[ \sigma_T \rho_{s0} - \frac{\sigma_0 \sigma_{TT} \rho_{s0}}{\sigma_T} - \sigma_0 \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right] T' W + \frac{1}{\rho \sigma_T T_0} (\alpha_1 L W^2 + \varepsilon \beta L^2),$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left( \frac{3 \rho_{s0}}{\rho} - \frac{\sigma_0 \rho_s}{\sigma_T \rho \rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right) W \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\rho}{\rho_n} \left[ \sigma_0 + \left( \sigma_T - \frac{\sigma_0}{\rho_n} \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right) T' \right] \frac{\partial T}{\partial x} =$$

$$= -\frac{\rho \alpha_1}{\rho_s \rho_n} L W - \frac{\rho \varepsilon \beta \alpha}{\rho_s} L^{3/2} \frac{W}{|W|},$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} - \frac{\rho_n}{\rho} L \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\rho_n}{\rho} W \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{i \rho_n W L}{\rho x} + \chi_1 \frac{B \rho_n}{2 \rho} |W| L^{3/2} - \frac{\chi_2 k L^2}{2 \pi}. \quad (3)$$

В этих уравнениях использованы следующие обозначения:  $\sigma_T = \partial \sigma / \partial T$ ,  $\sigma_{TT} = \partial^2 \sigma / \partial T^2$ ,  $i = 0, 1, 2$  — для случаев плоской, цилиндрической и сферической геометрий соответственно. В уравнении (3) учтено, согласно измерениям Вайнена [4, 5],  $V_L = V_s$ . Система уравнений (1)–(3) численно решалась методом распада разрывов [6], второго порядка точности.

Уравнение Вайнена (3) [4, 5] является условием баланса между ростом и распадом уже существующего вихревого клубка. Второе слагаемое в правой части уравнения (3) описывает рост плотности вихревых нитей (ПВН), обязанный силе Магнуса, третье — уменьшение ПВН, обязанное каскадному дроблению вихревых петель. Это уравнение не описывает возникновение вихревых нитей. Поэтому при рассмотрении динамики одиночного импульса в невозмущенном гелии при отсутствии фоновой плотности вихревого клубка в объеме жидкости (в эксперименте это соответствует длительному времени ожидания перед подачей импульса на нагреватель) возникают сложности с описанием первоначального зарождения вихревой структуры. Эксперименты, выполненные Вайненом, показывают, что время развития вихревого клубка  $\tau_v$  (естественно, конечное) является функцией противотока. Чтобы исправить возникшую сложность, Вайнен для вышеописанной ситуации предложил в уравнение (3) в его правую часть вводить добавочное слагаемое (затравочный член), описывающее механизм начального зарождения вихревых нитей. Этот затравочный член имеет вид  $\gamma_v |W|^{5/2}$ , где  $\gamma_v$  — величина, сильно зависящая от температуры. Импульсы большой амплитуды в случае плоской геометрии, как было показано нами в работе [7], хорошо описываются при увеличении значения  $\gamma_v$  в 25 раз, что соответствует уменьшению  $\tau_v$  в три раза.

Совсем другая ситуация имеет место, когда импульсы запускаются в периодическом режиме. В этом случае вопрос о затравочном члене не возникает, так как в объеме жидкого гелия уже существует некоторая фоновая плотность вихревого

клубка  $L_0$ . В работе [8] проведено экспериментальное исследование тепловых импульсов в случаях плоской и цилиндрической геометрий. Для проведения экспериментов использовались два различных вида каналов. Для плоской геометрии использовался прямоугольный канал с площадью поперечного сечения  $6,76 \text{ см}^2$  и длиной 8 см. На одном из торцов канала располагался плоский нагреватель. Для осесимметричной геометрии в качестве нагревателя была использована цилиндрическая трубка диаметром 0,5 см длиной 4,1 см, которая располагалась в канале, поперечные размеры которого равнялись 4,1 и 4,3 см. На нагреватели, погруженные в невозмущенный гелий, подавались в периодическом режиме тепловые импульсы прямоугольной формы. Авторы этих экспериментов представляют результаты для конечных импульсов, когда уже следующий импульс повторяет форму предыдущего.

Ограниченные машинные ресурсы не позволяют нам провести численные расчеты всего эксперимента. Поэтому для описания динамики импульсов задавалась некоторая фоновая плотность вихревого клубка  $L_0$ , равномерно распределенная по пространству. Однако эта попытка не увенчалась успехом (см. ниже). В экспериментах выжидались ситуации, когда динамика следующего импульса в точности совпадала с динамикой предыдущего импульса, и это означало, что в объеме жидкого гелия устанавливается гладкое распределение плотности вихревого клубка. Учет нелинейности приводит к тому, что по мере распространения импульса в объеме жидкого гелия интенсивность его убывает с расстоянием от нагревателя, а следовательно, убывает и плотность вихревого клубка  $L(x)$ . Какое устанавливается распределение  $L(x)$ , при этом неизвестно. Для описания эксперимента распределение фоновой плотности вихревого клубка бралось в виде простых зависимостей, а именно, степенного вида. Поскольку, в силу геометрии, это убывание является более интенсивным в случаях, когда нагреватель имеет форму цилиндра или сферы, то и степенные зависимости подбирались таким образом, чтобы в плоском случае падение плотности вихревого клубка с расстоянием от нагревателя было более медленным.

#### ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Нами была решена задача при следующих начальных и граничных условиях, которые соответствуют условиям проведения эксперимента [8]: на цилиндрическом нагревателе радиусом  $r_{\text{int}} = 0,25 \text{ см}$ , погруженном в невозмущенный сверхтекучий гелий при температуре  $T_0 = 1,4 \text{ К}$ , подается импульс прямоугольной формы:

$$T'(r) = 0, W(r) = 0 \text{ — при } t = 0,$$

$$W(t) = Q / \rho_s \sigma_0 T_0 \text{ — при } r = r_{\text{int}}, 0 \leq t \leq t_H,$$

$$W(t) = 0 \text{ — при } r = r_{\text{int}}, t > t_H,$$

где  $Q$  — подаваемая мощность теплового потока,  $t_H$  — длительность импульса,  $r$  — расстояние от центра цилиндра. Времена нарастания и падения импульса брались, согласно условию проведения эксперимента, равными 0,5 мкс.

Напомним, что при данной температуре невозмущенного гелия коэффициент нелинейности второго звука принимает положительное значение, т. е. разрывы образуются на переднем фронте волны. На рис. 1 приведены экспериментальные данные [8] и полученные численные результаты. Как видно из рисунка, эволюция температуры в точках, удаленных на разные расстояния от нагревателя, имеет

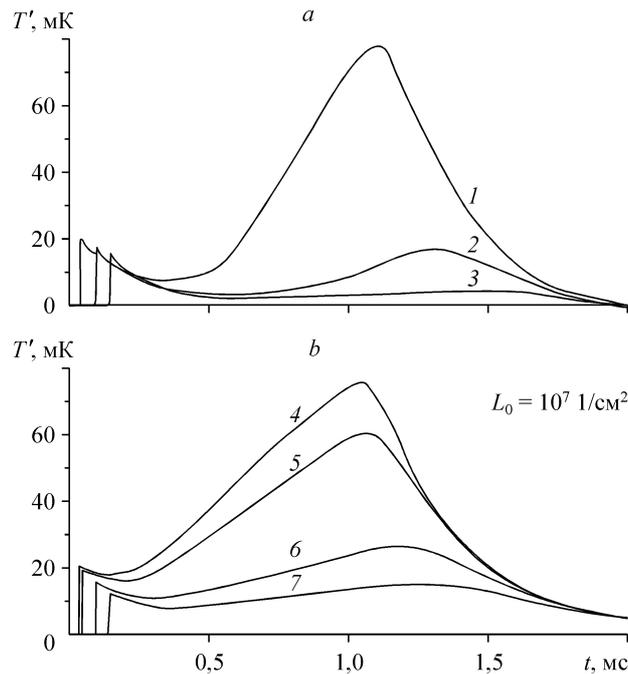


Рис. 1. Эволюция температуры в точках, расположенных на различных расстояниях  $d$  от нагревателя. Температура невозмущенного гелия — 1,4 К, мощность теплового потока —  $6 \text{ Вт/см}^2$ , длительность импульса  $t_H = 1 \text{ мс}$ .

Экспериментальные данные [8], при времени повторения импульсов  $t_R = 0,5 \text{ с}$ ,  $d = 1$  (1), 2 (2), 3 (3) мм (а), расчет  $d = 0,8$  (4), 1 (5), 2 (6), 3 (7) мм (б).

различный характер. Такое поведение импульсов обязано взаимному влиянию вихревого клубка и гидродинамических величин. В расчетах величина  $L_0$  подбиралась таким образом, чтобы расчетное значение амплитуды переднего фронта волны второго звука, пришедшей в точку, находящуюся на расстоянии 1 мм от нагревателя, совпало с экспериментальным значением. Обратим внимание, что полученные расчетные величины амплитуды переднего фронта волны второго звука, пришедшей в другие точки, которые расположены дальше от нагревателя, ниже величин, измеренных в эксперименте. Это говорит о том, что плотность вихревого клубка распределена по пространству неравномерно. Учет нелинейности приводит к тому, что по мере распространения импульса в объеме жидкого гелия интенсивность его убывает по степенному закону, поэтому для аппроксимации плотности вихревого клубка в расчетах были использованы различные степенные зависимости  $L_{ini}(r) = L_0 (r_{int} / r)^n$ . Наилучшее согласование имеет место при значении  $n = 2$ . Однако при этом максимальные значения температуры уменьшились. Необходимо иметь в виду, что уравнение Вайнена имеет эмпирический и прикладной характер. Вполне естественно ожидать, что это уравнение может быть модифицировано для импульсов разной интенсивности. В частности, возможна некоторая корректировка коэффициентов для мощных тепловых импульсов. Мы провариировали значение коэффициента при члене  $L^{3/2}$ , ответственном за увеличение плотности вихревых нитей, в этом уравнении. Наилучшая аппроксимация экспериментальных данных имеет место при увеличении этого коэффициента до значения  $1,5 \cdot \chi_1 B \rho_n / 2\rho$ . На рис. 2 приведены расчетные кривые, полученные для данного случая. Как можно видеть, расчет с использованием скоррелированного

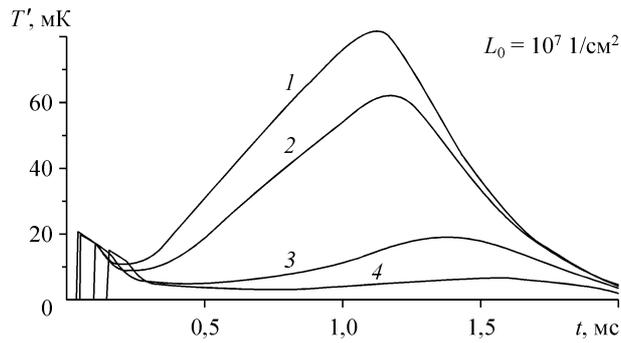


Рис. 2. Эволюция температурного импульса.  
 $d = 0,8$  (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4) мм.

параметра значительно лучше качественно и численно описывает экспериментальные данные в точках, расположенных от нагревателя на расстояниях 2 и 3 мм. Что касается точки, расположенной на расстоянии 1 мм, то возможно, что это значение было экспериментаторами округлено, а, как показывают расчеты, незначительное изменение данного расстояния приводит к существенному изменению величины температуры.

В рассматриваемом эксперименте авторы исследовали влияние времени повторения импульсов  $t_R$  на температурные профили. В проведенных нами численных исследованиях значению  $t_R$  соответствует фоновая плотность вихревых нитей  $L_0$ . На рис. 3 представлены экспериментальные данные [8] и результаты расчетов,

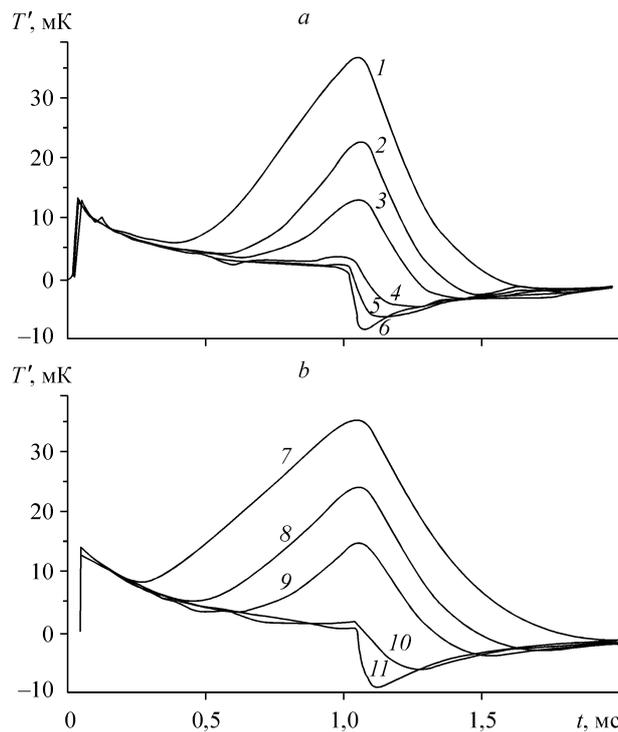


Рис. 3. Влияние времени повторения импульсов  $t_R$  на температурную эволюцию в точке, расположенной на расстоянии  $d = 1$  мм от греющей поверхности,  $Q = 4$  Вт/см<sup>2</sup>, длительность импульса  $t_H = 1$  мс.

Экспериментальные данные [8]  $t_R = 0,1$  (1), 0,5 (2), 1 (3), 2 (4), 5 (5), 10 (6) с, (а); расчет  $L_0 = 1,5 \cdot 10^7$  (7),  $5 \cdot 10^6$  (8),  $2,5 \cdot 10^6$  (9),  $1 \cdot 10^6$  (10),  $5 \cdot 10^5$  (11) 1/см<sup>2</sup> (b).

полученные с учетом скоррелированного коэффициента при члене, ответственном за рост плотности вихревых нитей в уравнении Вайнена. Фоновая плотность вихревых нитей задавалась в виде следующей функции:  $L_{ini}(r) = L_0 (r_{int} / r)^2$ . Как можно видеть, полученные расчетные кривые хорошо описывают экспериментальные данные при соответствующих значениях  $L_0$ .

### ПЛОСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

При изучении динамики тепловых импульсов в случае плоской геометрии эксперименты проводились в прямоугольном канале. С одного из торцов этого канала подавалась серия прямоугольных импульсов.

Задача решалась при следующих начальных и граничных условиях: на плоский нагреватель, погруженный в невозмущенный сверхтекучий гелий при температуре  $T_0 = 1,4$  К, подается импульс прямоугольной формы:

$$\begin{aligned} T'(x=0) &= 0, \quad W(x=0) = 0 \quad \text{— при } t = 0, \\ W(t) &= Q / \rho_s \sigma_0 T_0 \quad \text{— при } x = 0, \quad 0 \leq t \leq t_H, \\ W(t) &= 0 \quad \text{— при } x = 0, \quad t > t_H. \end{aligned}$$

где  $x$  — расстояние от нагревателя. В проведенных расчетах, как и в случае цилиндрической геометрии,  $L_0$  подбиралось таким образом, чтобы расчетное и экспериментально измеренное значения амплитуды переднего фронта волны второго звука, пришедшей в точку, находящуюся на расстоянии 1 мм от нагревателя, совпали. В уравнении (3) брался увеличенный в полтора раза коэффициент при члене  $L^{3/2}$ , а начальное распределение плотности вихревого клубка вдоль канала задавалось в виде следующей функции:

$$L_{ini}(x) = L_0 / \left( 1 + \frac{x}{c_2 t_H} \right)^2,$$

где  $c_2$  — скорость второго звука при температуре  $T_0$ . На рис. 4 приведены экспериментальные данные [8] и расчетные зависимости температуры от времени в точках, расположенных на различных расстояниях  $d$  от нагревателя. Необходимо отметить, что время повторения импульсов в данном эксперименте —  $t_R = 5$  с, что, по сравнению с рассмотренным выше случаем цилиндрической геометрии, превышает значение  $t_R$  в 10 раз. Очевидно, что в этом случае за промежуток времени между двумя последующими импульсами плотность вихревого клубка успевает существенно уменьшиться. Наиболее подходящим для описания эксперимента оказалось задание значения  $L_0 = 10^6 \cdot 1/\text{см}^2$ . Существенное отличие в динамике тепловых импульсов в случаях плоской и цилиндрической геометриях состоит в том, что в осесимметричном случае затухание температуры с увеличением расстояния от нагревателя происходит значительно быстрее и сразу после прихода импульса наблюдается явно выраженный температурный спад.

### СФЕРИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

подавляющее большинство экспериментальных работ по изучению взаимодействия интенсивных волн второго звука с вихревым клубком, индуцированным этим звуком, проведено на цилиндрических образцах и плоских нагревателях. Исследование же эволюции мощных тепловых импульсов в случае сферической геометрии может дать полезную информацию для понимания процессов теплообмена и различных приложений. Нам неизвестны экспериментальные исследования

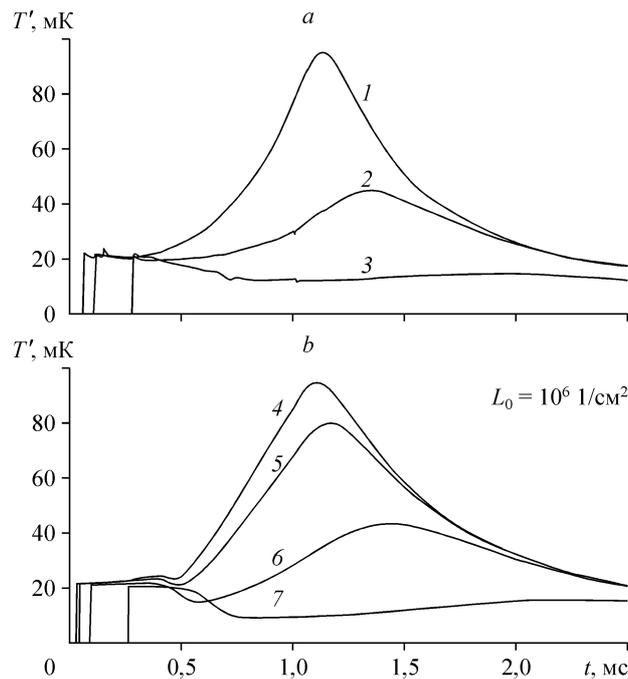


Рис. 4. Эволюция возмущения температуры в точках, расположенных на различных расстояниях  $d$  от нагревателя. Температура невозмущенного гелия  $T_0 = 1,4$  К,  $Q = 5$  Вт/см<sup>2</sup>, длительность импульса  $t_H = 1$  мс.

Экспериментальные данные [8], при времени повторения импульсов  $t_R = 5$  с,  $d = 1$  (1), 2 (2), 5,4 (3) мм (а), расчет,  $d = 0,8$  (4), 1 (5), 2 (6), 5,4 (7) мм (б).

по динамике тепловых импульсов для этой геометрии. В известной работе [9] представлены результаты экспериментального изучения кипения He II на нагревателях сферической формы, в которой получены данные по эволюции паровых пленок, формирующихся на поверхностях данной геометрии.

Задача решалась при следующих начальных и граничных условиях: на нагреватель, представляющий собой шар радиусом  $r_{int} = 0,25$  см, что соответствует радиусу цилиндрического нагревателя в описанном выше эксперименте [8], погруженный в невозмущенный сверхтекучий гелий при температуре  $T_0 = 1,4$  К, подается импульс прямоугольной формы:

$$T'(r) = 0, W(r) = 0 \text{ — при } t = 0,$$

$$W(t) = Q / \rho_s \sigma_0 T_0 \text{ — при } r = r_{int}, 0 \leq t \leq t_H,$$

$$W(t) = 0 \text{ — при } t > t_H.$$

Вычисления проводились с учетом скоррелированного коэффициента в уравнении (3), а распределение фоновой плотности вихревых нитей задавалось в виде обратной квадратичной функции:  $L_{ini}(r) = L_0 (r_{int} / r)^2$ . На рис. 5 представлены полученные расчетные зависимости температуры от времени в точке, находящейся на расстоянии 1 мм от греющей поверхности, для  $Q = 4$  Вт/см<sup>2</sup> и различных значений  $L_0$ , которые брались такими же, как для случая цилиндрической геометрии (см. рис. 3, б). На рисунках видно (см. рис. 3, б и рис. 5), что влияние фоновой плотности вихревых нитей существенно изменяет эволюцию волн второго звука,

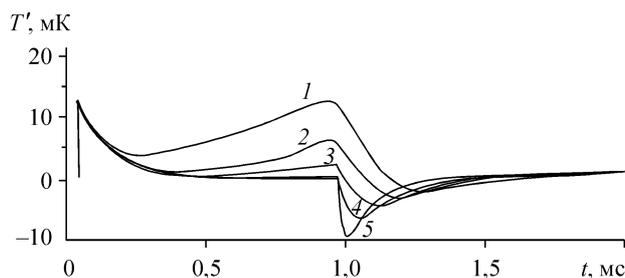


Рис. 5. Эволюция температурного импульса для сферической геометрии.  
 $L_0 = 1,5 \cdot 10^7$  (1),  $5 \cdot 10^6$  (2),  $2,5 \cdot 10^6$  (3),  $1 \cdot 10^6$  (4),  $5 \cdot 10^5$  (5)  $1/\text{см}^2$ .

т. е. динамика мощных тепловых импульсов существенно зависит от периода подачи нагрузки на нагреватель. Из полученных расчетов следует, что при сферической геометрии по сравнению с цилиндрической геометрией значения максимумов кривой зависимости температуры от времени существенно меньше, в то время как абсолютные значения минимумов больше. Это означает, что перегревы при одинаковых значениях мощности тепловыделения, периоде подачи нагрузки и фоновой плотности вихревых нитей менее вероятны в случае сферической геометрии и наиболее вероятны в случае плоской геометрии.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные численные исследования показали, что хаотические квантованные вихревые нити существенным образом влияют на эволюцию интенсивных волн второго звука. При запуске тепловых импульсов в циклическом режиме в объеме жидкого гелия устанавливается неравномерное распределение фоновой (для последующих импульсов) плотности вихревых нитей. Наилучшая аппроксимация экспериментальных данных наблюдается, когда начальные распределения плотности вихревого клубка задавались в виде обратно квадратичных функций: для плоской геометрии —  $L_{ini}(x) = L_0 / (1 + x/c_2 t_H)^2$ , для цилиндрической геометрии —  $L_{ini}(r) = L_0 (r_{int}/r)^2$ . Форма импульсов и численные значения максимумов и минимумов кривых зависимости температуры от времени удовлетворительно описываются при увеличении в полтора раза коэффициента в члене, ответственном за рост плотности вихревых нитей, в уравнении Вайнена (3). Расчеты показали, что фоновая плотность вихревого клубка существенно влияет на эволюцию интенсивных волн второго звука. При одинаковых значениях мощности тепловыделения, периоде подачи нагрузки и фоновой плотности вихревых нитей перегревы менее вероятны в случае сферической геометрии и наиболее вероятны в случае плоской геометрии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feynman R.P. Application of quantum mechanics to liquid helium // Progress in Low Temperature Physics. — 1955. — Vol 1. — P. 17–53.
2. Donnelly R.J. Quantized Vortices in Helium II. — Cambridge University Press, Cambridge, England. — 1991. — 364 p.
3. Немировский С.К., Лебедев В.В. Гидродинамика сверхтекучей турбулентности // ЖЭТФ. — 1983. — Т. 84. — С. 1729–1742.
4. Vinen W.F. Mutual friction in a heat current in liquid helium II. I. Experiments on steady heat currents. II. Experiments on transient effects // Proc. R. Soc. Lond. — 1957. — Ser. A 240. — P. 114–143.

5. **Vinen W.F.** Mutual friction in a heat current in liquid helium II. III. Theory of mutual friction. // Proc. R. Soc. Lond. — Ser. A 242. — 1957. — P. 493–515.
6. **Численное** решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. — М: Наука, 1976. — 400 с.
7. **Кондаурова Л.П., Немировский С.К., Недобойко М.В.** Взаимное влияние квантованных вихрей и тепловых импульсов в сверхтекучем гелии //Физика низких температур. — 1999. — Т. 25, № 7. — С. 639–649.
8. **Fiszdon W., von Schwerdtner M., Stamm G., Poppe W.** Temperature overshoot due to quantum turbulence during the evolution of moderate heat pulses in He II // J. Fluid Mech. — 1990. — Vol. 212. — P. 663–684.
9. **Крюков А.П., Медников А.Ф.** Экспериментальное исследование кипения He-II на шаре // Прикладная механика и техническая физика. — 2006. — Т. 47, № 6. — С. 78–84.

*Статья поступила в редакцию 7 ноября 2007 г.*