

$A = A_0 e^{-gt}$ при $g = \zeta + 4\delta\omega^2(1 - 4\pi^2\Lambda^2\beta)$, когда же волна близка к солитону, $w = \frac{4}{3}\left(-\frac{3\beta}{\alpha_n}\right)^{1/2} A^{3/2}$ и (11) принимает вид

$$(12) \quad \frac{dA}{dt} = -\frac{4}{3}\zeta A + \frac{14}{3}\frac{\alpha_n\delta}{\beta} A^2.$$

Изменение амплитуды солитона происходит по более сложному закону [12]

$$(13) \quad A(t) = \frac{A_0 e^{-\frac{4}{3}\zeta t}}{1 - \frac{8\delta\alpha_n}{3\beta\zeta} \frac{A_0}{A_0} \left(1 - e^{-\frac{4}{3}\zeta t}\right)}$$

(A_0 — начальная амплитуда). Отсюда вытекает, что низкочастотные и высокочастотные потери приводят к различным законам изменения амплитуды волны. Для приведенного примера оценки коэффициентов, входящих в уравнение (12), показывают, что $\zeta \sim 10^{-12}(\Lambda/a)$, $\frac{14}{3}\frac{\alpha_n\delta}{\beta} \sim \sim 2 \cdot 10^{-14}(A/a)$. Следовательно, при деформациях $A \leq 1$ ($u_x \leq 10^{-5}$) высокочастотные потери пренебрежимо малы, поэтому можно пренебречь вторым слагаемым в знаменателе (13), и в результате амплитуда солитона также будет уменьшаться по экспоненциальному закону, но с другим декрементом.

Авторы признательны А. И. Весницкому за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Постников В. С. Внутреннее трение в металлах. — М.: Металлургия, 1974.
2. Подстригач Я. С., Швеи Р. Н. К теории термоупругого внутреннего трения в твердых телах // Внутреннее трение в металлах и сплавах. — М.: Наука, 1966.
3. Кузьменко В. А. Звуковые и ультразвуковые колебания при динамических испытаниях материалов. — Киев: Изд-во АН УССР, 1963.
4. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. — М.: Наука, 1977.
5. Нигул У. К., Энгельбрехт Ю. К. Нелинейные и линейные переходные волновые процессы деформации термоупругих и упругих тел. — Таллин: Изд-во АН ЭССР, 1972.
6. Подстригач Я. С., Швеи Р. Н. Динамическая задача термоупругости для тонкого стержня с учетом теплоотдачи с его поверхности // Вопросы механики реального твердого тела. — Киев: Наук. думка, 1964. — Вып. 2.
7. Справочник по машиностроительным материалам: В 4 т./Под ред. Г. И. Погодина-Алексеева. — М.: Машгиз, 1959. — Т. 1.
8. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. — М.: Наука, 1980.
9. Милосердова И. В., Потапов А. И. Нелинейные стоячие волны в стержне конечной длины // Акуст. журн. — 1983. — Т. 29, № 4.
10. Милосердова И. В., Потапов А. И. Вибрации в нелинейных стержнях при наличии внутренних резонансов // Машиноведение. — 1983. — № 4.
11. Островский Л. А., Сутин А. М. Нелинейные упругие волны в стержне // ПММ. — 1977. — Т. 41, № 3.
12. Ostrovsky L. A. Solitons in active media // Nonlinear Deformation waves/Ed. by U. Niguel, J. Engelbrecht. — Berlin e. a.: Springer, 1983.

Поступила 3/X 1986 г.

УДК 539.374

АНАЛИЗ ПРОЦЕССА КОМПАКТИРОВАНИЯ ПОРОШКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КОНТЕЙНЕРЕ НА ОСНОВЕ ПРОСТОЙ МОДЕЛИ

А. И. Матыцин

(Новосибирск)

Взрывное компактирование порошков часто осуществляется в цилиндрической геометрии, когда приложенная нагрузка недостаточно велика и на результат нагружения могут оказать влияние прочностные свойства материалов. Подобная точка зрения высказывалась в [1], об этом также свидетельствуют результаты экспериментов [2—4]. В процессе ударного нагружения конечная плотность порошка, амплитуда ударной

волны (УВ) и прочностные свойства спрессованного материала оказываются сложным образом связанными друг с другом. Однако, поскольку основное изменение объема порошка происходит во фронте ударной волны (ФУВ), в качестве первого приближения пренебрегают изменением плотности за фронтом и считают ее постоянной. Кроме того, делается еще одно сильное упрощение — принимается постоянным динамический предел текучести. При скоростях детонации, много больших скорости УВ в порошке, угол наклона ее к оси контейнера мал и для анализа можно использовать одномерную модель.

В одномерной постановке задача о нагружении уплотняющегося цилиндра без оболочки решена в [5]. Численно исследован случай постоянной нагрузки и динамического предела текучести, зависящего линейно от внутренней энергии среды, а также найдено асимптотическое поведение амплитуды УВ в начале и конце процесса ее сжатия.

В [6, 7] проводился расчет компактирования мощным ВВ порошка, находящегося в цилиндрическом контейнере, выполненный по двумерной нестационарной модели. Уравнение состояния порошка рассчитано по модели [8]. Приведены результаты расчета в конкретных экспериментальных постановках нормальных напряжений во ФУВ для различных толщин слоя ВВ, а также поля скоростей при нагружении порошков с различными динамическими пределами текучести.

В практических приложениях обычно требуется знать основные параметры, определяющие процесс компактирования порошков в цилиндрических контейнерах, и степень их влияния на этот процесс. В экспериментальных работах существуют по этому поводу различные точки зрения и соответственно различные подходы к определению оптимального режима компактирования. Так, в [4] определяющими параметрами считаются отношение массы ВВ к массе порошка и квадрат скорости детонации, в [2] — плотность, прочность оболочки, толщина оболочки и толщина слоя ВВ, в [9] — отношение массы ВВ к массе контейнера с порошком, в [3] — энергия, которая передается порошку контейнером, разогнанным продуктами детонации, и зависит от геометрических размеров оболочки и ее твердости, а также от отношения массы ВВ к массе оболочки; все они не универсальны [9].

В настоящей работе в значительной степени используется подход, примененный в [5]. На основе простой модели решается задача о компактировании порошка в цилиндрическом контейнере для того, чтобы получить представление о влиянии различных исходных параметров на поведение УВ в порошке.

1. Рассматривается нагружение внешним давлением p среды (порошка) с начальной плотностью ρ_0 , находящейся в несжимаемой цилиндрической оболочке с плотностью ρ_k , постоянным динамическим пределом текучести σ_k и радиусами a_0 (наружным) и b_0 (внутренним). Напряженное состояние предполагается плоскодеформированным. Среда перед ФУВ не обладает прочностью. При любой амплитуде УВ за ФУВ в порошке достигается состояние с плотностью ρ_n и динамическим пределом текучести σ_n , имеющими постоянное значение.

Уравнения движения и несжимаемости в цилиндрических координатах в случае осевой симметрии

$$(1.1) \quad \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r};$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial (vr)}{\partial r} = 0.$$

Здесь σ_r и σ_φ — компоненты тензора напряжений в цилиндрической системе координат; ρ и t — плотность и время; v и r — массовая скорость и расстояние до оси контейнера (эйлеровы переменные). Используется условие текучести Мизеса $\sigma_r - \sigma_\varphi = \sigma_i$ (σ_i — динамический предел текучести материала контейнера или порошка). Из (1.2) следует

$$(1.3) \quad vr = f(t) = aa' = bb' = \lambda x x',$$

где $\lambda = 1 - \rho_0/\rho_n$ — пористость порошка; $a = (a_0^2 - \lambda b_0^2 + \lambda x^2)^{1/2}$, $b = (b_0^2 - \lambda b_0^2 + \lambda x^2)^{1/2}$ — текущие внешний и внутренний радиусы оболочки; $x = x(t)$ — радиус УВ в порошке; штрихом обозначено дифференцирование по времени.

Используя (1.3), из (1.1) получим

$$(1.4) \quad \rho(f'/r - f^2/r^3) = \partial \sigma_r / \partial r - \sigma_i / r;$$

$$(1.5) \quad f' = \lambda x x'' + \lambda (x')^2.$$

Проинтегрируем (1.4) по r один раз от a до x , второй — от r ($x \leq r \leq b$) до x и используем (1.5), граничные условия $\sigma_r(x) = -\rho_0 \lambda (x')^2$ и $\sigma_r(a) = -p(t)$ и условие непрерывности σ_r при $r = b$. В результате

$$(1.6) \quad x'' = \frac{\rho_0 \lambda (x')^2 (1 - R - K) + S - p}{\rho_0 \lambda x R},$$

$$-\sigma_r(r, t) = \rho_0 \lambda (x')^2 - \rho_{\Pi} \lambda [xx'' + (x')^2] \ln \frac{r}{x} + \sigma_{\Pi} \ln \frac{r}{x} + \frac{\rho_{\Pi} \lambda (x')^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right),$$

$$R = \frac{\rho_K}{\rho_0} \ln \frac{a}{b} + \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_0} \ln \frac{b}{x}, \quad K = \frac{\lambda x^2}{2} \left[\frac{\rho_K}{\rho_0} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) + \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_0} \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{x^2}\right) \right],$$

$$S = \sigma_K \ln \frac{a}{b} + \sigma_{\Pi} \ln \frac{b}{x}.$$

В данной модели работа A , производимая внешним давлением, расходуется на сообщение веществу кинетической энергии E_K , на приращение внутренней энергии вещества в результате пластической деформации во фронте E_1 и за ФУВ E_2 . Для этих величин на единицу длины контейнера имеем

$$(1.7) \quad A(x) = -2\pi \int_{a_0}^a p da = -2\pi \rho \lambda \int_{b_0}^x p x dx,$$

$$E_K(x) = -2\pi \int_a^x \frac{\rho v^2}{2} r dr = \pi \rho_0 \lambda^2 x^2 (x')^2 R, \quad E_1(x) = -\pi \rho_0 \lambda^2 \int_{b_0}^x (x')^2 x dx.$$

Для получения соотношений (1.7) использованы (1.3) и выражение для приращения внутренней энергии во ФУВ на единицу массы $\Delta E_1 = \lambda^2 (x')^2 / 2$. Работу пластической деформации вещества за ФУВ запишем в виде

$$(1.8) \quad E_2(x) = -\pi \sigma_K \left(a^2 \ln \frac{a}{b_0} - a_0^2 \ln \frac{a_0}{b_0} - b^2 \ln \frac{b}{b_0} \right) -$$

$$-\pi \sigma_{\Pi} \left(b^2 \ln \frac{b}{b_0} - \lambda x^2 \ln \frac{x}{b_0} \right).$$

В любой момент времени $A = E_K + E_1 + E_2$, справедливость этого равенства можно проверить, продифференцировав его по времени с использованием (1.6)–(1.8).

Произведем в (1.6)–(1.8) переход к безразмерным переменным по формулам

$$(1.9) \quad r = b_0 r^*, \quad \rho_i = \rho_0 \rho_i^*, \quad \sigma_i = p_0 \sigma_i^*, \quad p = p_0 p^*,$$

$$a_0 = b_0 a_0^*, \quad x = b_0 x^*, \quad t = \tau t^*, \quad E_i = C E_i^*, \quad A = C A^*,$$

$$\xi = \tau \xi^*, \quad x' = (b_0 / \tau) (x')^*, \quad x'' = (b_0 / \tau^2) (x'')^*.$$

Здесь $\tau = b_0 (\rho_0 \lambda / p_0)^{1/2}$; $C = \pi \lambda p_0 b_0^2$; $p_0 = p(0)$; ξ — характерное время существования давления p ; звездочкой помечены безразмерные переменные. Ниже в численных расчетах $p_0 = \rho_{ВВ} D^2 / (k + 1)$ — давление Чепмена — Жуге, $\rho_{ВВ}$ и D — плотность ВВ и скорость детонации, k — показатель политропы продуктов детонации. В результате замены для безразмерных переменных получим

$$(1.10) \quad x'' = \frac{(x')^2 (1 - R - K) + S - p}{x R};$$

$$(1.11) \quad -\sigma_r = (x')^2 - \rho_{\Pi} [xx'' + (x')^2] \ln \frac{r}{x} +$$

$$+ \frac{\rho_{\Pi} (x')^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) + \sigma_{\Pi} \ln \frac{r}{x};$$

$$\begin{aligned}
(1.12) \quad A &= -2 \int_1^x p x dx, \quad E_K = x^2 (x')^2 R, \quad E_1 = - \int_1^x x (x')^2 dx, \\
E_2 &= [\sigma_K (b^2 \ln b - a^2 \ln a + a_0^2 \ln a_0) + \sigma_\Pi (\lambda x^2 \ln x - b^2 \ln b)] / \lambda, \\
R(x) &= \rho_K \ln \frac{a}{b} + \rho_\Pi \ln \frac{b}{x} \geq 0, \quad S(x) = \sigma_K \ln \frac{a}{b} + \sigma_\Pi \ln \frac{b}{x} \geq 0, \\
K(x) &= \frac{\lambda x^2}{2} \left[\rho_K \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right) + \rho_\Pi \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{x^2} \right) \right] \leq 0, \\
a &= (a_0^2 - \lambda + \lambda x^2)^{1/2}, \quad b = (1 - \lambda + \lambda x^2)^{1/2}, \quad \lambda = 1 - 1/\rho_\Pi,
\end{aligned}$$

при $t < 0$ $p = 0$, при $t \geq 0$ $p = p(t) \geq 0$, $p(0) = 1$.

Начальные условия $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$, $p(t)$ — обычно спадающая со временем монотонная функция. В (1.10)–(1.12) и далее в формулах все величины безразмерные, звездочки у них для упрощения опущены. Обратный переход к безразмерным переменным может быть произведен по формулам (1.9) с предварительным восстановлением звездочек у r , x , x' , x'' , t , p , A , E_i , ρ_i , ξ , σ_i , a_0 .

Решив уравнение (1.10), можно получить зависимость $x(t)$ и, подставив ее в (1.11), найти $\sigma_r(r, t)$. Из (1.10) видно, что на начальной стадии компактирования $x'' < 0$, поскольку предполагается, что при малых t $p \approx 1 < S$, иначе оболочка не деформируется. ФУВ движется с ускорением к оси контейнера, при этом происходит разгон стенки контейнера наружным давлением, создаваемым обычно продуктами детонации. Пока УВ ушла недалеко от внутренней стенки контейнера и масса спрессованного порошка мала по сравнению с массой оболочки, при $x \approx 1$ с точностью до членов первого порядка по $\varepsilon = 1 - x \ll 1$ имеем

$$(1.13) \quad x'' = \frac{(x')^2 [1 - \rho_K \delta_K (1 - \lambda) - \varepsilon (1 - \lambda + 2\lambda \rho_K \delta_K)] + \sigma_K \delta_K + \varepsilon (1 - \lambda) \sigma_\Pi - p}{\rho_K \delta_K + \varepsilon (1 - \rho_K \delta_K)}.$$

При выводе (1.13) использовано условие малости толщины стенки контейнера $\delta_K = a_0 - 1 \ll 1$. Для достаточно малых t , когда $p \approx 1$ и $(x')^2$ мало, получаем, пренебрегая членами с $(x')^2$ и ε ,

$$(1.14) \quad x' \approx \frac{\sigma_K \delta_K - 1}{\rho_K \delta_K} t, \quad \varepsilon \approx \frac{1 - \sigma_K \delta_K}{2 \rho_K \delta_K} t^2.$$

На этой стадии движение УВ зависит кроме приложенного давления в основном от массы оболочки и в меньшей степени от ее прочностных свойств, поскольку на практике $\sigma_K \delta_K \ll 1$. В дальнейшем по мере спада давления и увеличения ε начинают играть роль прочностные свойства и пористость содержимого контейнера. В общем случае поведение УВ зависит от приложенного давления и пяти безразмерных параметров: ρ_K , ρ_Π , σ_K , σ_Π и a_0 .

Асимптотическое поведение решения уравнения (1.10) при $x \rightarrow 0$ находится с помощью замены $y = (x')^2$, p при этом рассматривается как функция x . Уравнение приводится таким образом к уравнению первого порядка

$$(1.15) \quad \frac{dy}{dx} + M y^{\frac{1}{2}} = N, \quad M = -2 \frac{A}{x R}, \quad N = 2 \frac{S - p}{x R}.$$

Решение (1.15) выражается в квадратурах

$$(1.16) \quad y = g(x) \exp \left(- \int_1^x M(z) dz \right), \quad g(x) = \int_1^x \exp \left(\int_1^z M(n) dn \right) N(z) dz.$$

При $x \rightarrow 0$ $y \rightarrow \infty$, как $x^{-2} (\ln x)^{\lambda-2}$, при условии, что $g(x) > g_0 > 0$. Если при $x \rightarrow 0$ $g(x) \rightarrow 0$ не медленнее, чем $x^2 (\ln x)^{2-\lambda}$, то y (амплитуда УВ) остается конечной величиной, хотя и может возрастать к оси кон-

тейнера. Решения с $g(x) < 0$ соответствуют случаю, когда УВ затухает до нуля, не доходя до оси контейнера. Таким образом, асимптотическое поведение $y = (x')^2$ при неограниченном возрастании амплитуды УВ не зависит от параметров контейнера и оказывается таким же, как и при отсутствии оболочки. Из асимптотики $(x')^2$ и выражения (1.12) для E_K следует, что $E_K \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$.

2. Для моделирования нагружения контейнера взрывчатым веществом в численных расчетах ξ задавалась таким образом, чтобы импульс давления I (интеграл от давления по времени) имел такое же значение, как и в случае, когда $p(t)$ создается скользящей детонацией слоя ВВ. В расчетах использованы три различных закона для спада давления со временем — экспоненциальный, линейный и степенной: $p = \exp(-t/\xi)$, $p = 1 - t/2\xi$, $p = (1 - \pi^2 t^2/16\xi^2)^{1/2}$.

Для всех трех зависимостей $I = \xi$ имеет одно и то же значение. Импульс давления детонации, как и в [10], определен из зависимости для угла поворота β пластины, метаемой скользящей детонацией и имеющей одинаковую с оболочкой массу. Было использовано выражение, описывающее с 20%-ной точностью экспериментальные результаты:

$$(2.1) \quad \beta = \frac{l}{l+2} \sqrt{\frac{3}{k^2-1}},$$

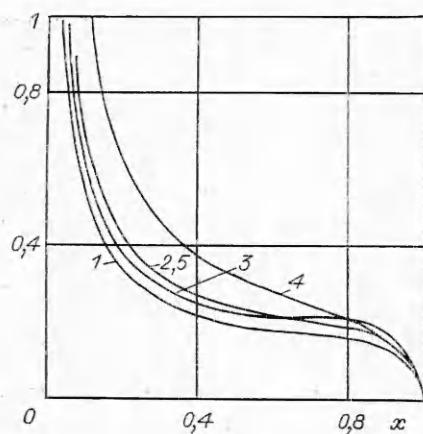
где l — отношение массы ВВ к массе пластины; $k = 2,5$ для аммонита п $k = 2,8$ для гексогена [11]. При малых β ($\sin \beta \approx \beta$) импульс, полученный пластиной, пропорционален углу β , скорости детонации и массе пластины. Приравнявая I к импульсу пластины на единицу площади, получим ($\delta_K \ll 1$) выражение

$$(2.2) \quad \xi = \frac{\rho_K \delta_K l}{l+2} \sqrt{\frac{3}{\lambda(k-1)\rho_{ВВ}}}.$$

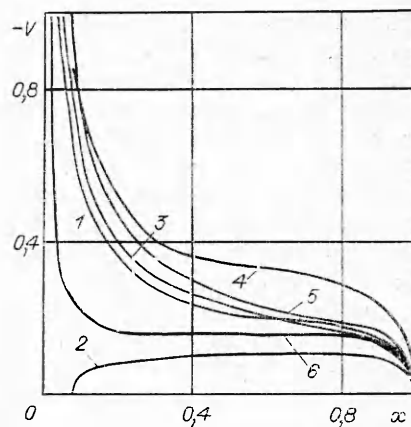
Здесь использована формула (2.1), имеющая место для плоского случая. При метании цилиндрической оболочки наружным слоем ВВ значения угла поворота оказываются меньше на 20–30% [12], что можно учесть соответствующим уменьшением ξ . При выводе (2.2) предполагалось, что наличие порошка не влияет существенно на скорость, приобретаемую оболочкой в процессе разгона. Влияние отсутствует тогда, когда масса порошка, спрессованного к моменту времени $t = \xi$, оказывается много меньше массы оболочки ($\rho_K \delta_K \ll \epsilon(\xi)$). Если эти величины сравнимы, то разгон оболочки будет происходить медленнее, как если бы ее масса возрастала. Для $\rho_K \delta_K \gg \epsilon(\xi)$ выражение (2.2) неприменимо.

Численное решение уравнения (1.10) проводилось методом Рунге — Кутты четвертого порядка при значениях параметров, типичных для практических приложений. Результаты численных расчетов представлены на рис. 1–3 в безразмерных координатах $V - x$, где $V = x'[\rho_{ВВ}/\lambda(k+1)]^{1/2}$ — отношение скорости УВ к скорости детонации. Кривая 1 на этих рисунках рассчитана при $a_0 = 1,33$, $\lambda = 0,666$, $\rho_K = 9,0$, $\rho_{\Pi} = 3,0$, $\sigma_K = 0,203$, $\sigma_{\Pi} = 0,00813$, $\xi = 0,776$, $\rho_{ВВ} = 1,10$, для $p(t)$ использована экспоненциальная зависимость. Это может соответствовать следующим значениям размерных физических величин: контейнер с наружным и внутренним радиусами 20 и 15 мм, плотностью 9 г/см³, динамическим пределом текучести 0,5 ГПа, порошок с начальной и конечной плотностями 1,0 и 3,0 г/см³, динамическим пределом текучести 0,02 ГПа, слой ВВ (12 мм) плотностью 1,1 г/см³ со скоростью детонации 2,8 км/с, $k = 2,5$. Кривые 2 и 3 на рис. 1 рассчитаны для линейной и степенной зависимостей $p(t)$ при тех же значениях параметров. Решение оказалось слабо зависящим от характера спада давления, поэтому дальнейшие расчеты проведены только для экспоненциальной зависимости.

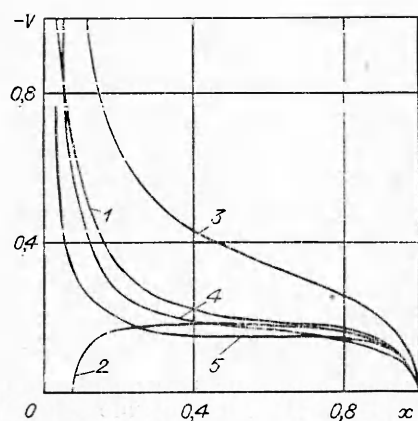
Каждый вариант соответствовал изменению возможно меньшего числа физических величин, использованных при расчете кривой 1. Кривая 4 на рис. 1 отвечает изменению толщины ВВ до 18 мм и скорости детонации



Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3

до 4,0 км/с (при изменившихся параметрах $\sigma_k = 0,0996$, $\sigma_n = 0,00398$, $\xi = 1,32$), 5 — исходному (12 мм) слою ВВ с $k = 2,8$ и скоростью детонации 4,2 км/с ($\sigma_k = 0,0978$, $\sigma_n = 0,00391$, $\xi = 0,708$).

На рис. 2 представлены результаты расчетов при варьировании параметров контейнера. Линия 2 соответствует увеличению внешнего радиуса до 25 мм ($a_0 = 1,67$, $\xi = 0,807$), 3 — уменьшению внешнего и внутреннего радиусов контейнера до 15 и 10 мм ($a_0 = 1,50$, $\xi = 1,23$), 4 — уменьшению плотности контейнера до 3 г/см³ ($\rho_k = 3,0$, $\xi = 0,574$), 5 и 6 — изменению динамической прочности

контейнера до 0 и 1,0 ГПа ($\sigma_k = 0$ и 0,406).

На рис. 3 приведены результаты расчетов, полученные при варьировании параметров среды. Кривые 2—4 отвечают увеличению динамического предела текучести до 1,0 ГПа ($\sigma_n = 0,406$), начальной плотности в 2 раза за счет предварительной подпрессовки ($\lambda = 0,333$, $\rho_k = 4,50$, $\rho_n = 1,50$), конечной плотности среды до 4 г/см³ ($\lambda = 0,750$, $\rho_n = 4,0$), 5 — другой среде с начальной и конечной плотностями 3 и 9 г/см³ при той же степени предварительной подпрессовки ($\rho_k = 3,0$). Эти расчеты дают представление о влиянии изменения различных физических параметров эксперимента на поведение УВ в порошке.

Численные расчеты показали следующее. Во многих практически важных случаях разгон оболочки заканчивается, когда УВ прошла расстояние, соответствующее 5—15% от внутреннего радиуса контейнера. Влияние прочностных свойств порошка на скорость УВ относительно слабое. Так, на рис. 3 кривая 2 с затуханием УВ до нуля получена при таком динамическом пределе текучести (1,0 ГПа), который вряд ли может быть достигнут реально при получившейся из расчета амплитуде УВ менее 0,2 ГПа.

В достаточно широком диапазоне изменения физических параметров существуют решения, в которых скорость УВ слабо меняется вплоть до $x \leq 0,1$. В дальнейшем имеет место резкое усиление либо ослабление УВ. Решения с $x' \approx \text{const}$ в области $1 > x_1 \geq x \geq x_2 > 0$ возможны, когда в ней изменение скорости мало — $|\Delta x'| \ll |x'|$. Это условие при $\Delta x \sim 0,5$ выполняется, когда справедливо $|x''| \ll 2(x')^2 = 2y$. Отсюда с учетом (1.10) получим, что в указанной области скорость УВ меняется слабо, если

$2y \gg \left| \frac{y(1-R-K)+S-p}{xR} \right|$. Когда в этой области p мало, то указанное неравенство вследствие слабой зависимости от x функций S , R и K легко обеспечить подбором параметров задачи.

Для того чтобы $x' \approx \text{const}$ в области $1 > x_1 \geq x \geq 0$ с учетом ограниченности p , необходимо выполнение дополнительного условия $y(1-R-K)+S-p \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$. Если же потребовать строгого постоянства скорости УВ в области $1 > x_1 \geq x \geq 0$, т. е. $x'' = 0$, то необходимо, чтобы одновременно в этой области $y(1-R-K)+S-p = 0$ и $y = \sigma_{\Pi}/\rho_{\Pi}$.

Как видно из рис. 1–3, часто бывает, что $|V| < 0,5$ для $x \geq 0,1$. В двумерном случае при нагружении контейнера скользящей детонацией ВВ этим величинам радиальной скорости соответствуют углы наклона УВ к оси контейнера $\alpha < 30^\circ$. При таких α осевая составляющая массовой скорости в образце мала, и поэтому для анализа процесса компактирования порошка может быть применена одномерная модель. Если имеет место неограниченный рост амплитуды УВ, то, начиная с некоторого $x = x_*$, $|V| > 1$ — скорость УВ превышает скорость детонации. Далее одномерное решение заведомо неприемлемо для описания реального процесса компактирования. В двумерном случае такому поведению должно отвечать плавное или резкое изменение угла наклона ФУВ до 90° — появление «маховского диска». Естественно предположить, что x_* соответствует радиусу «маховского диска». УВ тогда имеет форму конуса со скругленной вершиной либо усеченного конуса. Это так называемый «сильный» режим — один из трех режимов нагружения, наблюдавшихся экспериментально [13]. При «слабом» режиме УВ затухает до нуля, не доходя до оси контейнера. Промежуточный режим, когда ударно-волновая поверхность представляет собой прямой конус с острой вершиной, а $x' = \text{const}$ вплоть до оси, согласно использованной модели, было бы трудно осуществить в эксперименте из-за указанных выше ограничений. Поэтому промежуточный режим, зарегистрированный в [13], либо не описывается в рамках данного подхода, либо может соответствовать случаю, когда УВ доходит с примерно постоянной скоростью почти до оси контейнера, затем резко ускоряется (затухает) на дистанции, слишком малой для надежной экспериментальной регистрации.

Серии профилей радиальных напряжений в порошке — $\sigma_r(r, t)$ для различных моментов времени рассчитаны по формуле (1.11) (рис. 4, где серия 1 отвечает кривой 1 на рис. 1–3, 3 — кривой 6 на рис. 2).

Рассмотрим эволюцию профиля радиальных напряжений внутри контейнера. Тангенс угла наклона кривой — $\sigma_r(r, t)$ равен

$$(2.3) \quad -\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = -U \frac{\sigma_{\Pi}}{r} + \frac{\rho_{\Pi} u x^2}{r^2} + \frac{\sigma_{\Pi}}{r}, \quad U = x x'' + y = [y(1-K) + S - p]/R.$$

Из (2.3) видно, что, пока p велико, а y мало, $U \leq 0$, и тогда $-\partial \sigma_r / \partial r > 0$ для всех $x \leq r \leq b$. В дальнейшем, когда вследствие уменьшения p U станет достаточно велико, на кривой — $\sigma_r(r, t)$ появляется максимум (рис. 4). Минимума, как показывает исследование знака второй производной, не бывает ни при каких r и t . При дальнейшем распространении УВ максимум может исчезнуть. В случае неограниченного возрастания амплитуды УВ при $x \rightarrow 0$, как следует из асимптотики y , на ФУВ — $\partial \sigma_r / \partial r > 0$ и максимум всегда имеет место, как и при отсутствии оболочки [5].

Для напряжений на границе порошка и контейнера при $r = b$ из (1.11) имеем $-\sigma_r(b, t) = y - \rho_{\Pi} U \ln \frac{b}{x} + \frac{\rho_{\Pi} y}{2} \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right) + \sigma_{\Pi} \ln \frac{b}{x}$. Для моментов времени, когда $\ln(b/x) \approx 1$, $-\sigma_r(b, t) \approx -\rho_{\Pi} x x'' + y(1 - \rho_{\Pi}/2) + \sigma_{\Pi}$. Отсюда видно, что, в частности, при достаточно малых σ_{Π} и больших ρ_{Π} и при $x'' \geq 0$ — $\sigma_r(b, t)$ может быть отрицательным (рис. 4), т. е. возникнут растягивающие напряжения. Условие $x'' \geq 0$ можно осуществить при достаточно большой динамической прочности контейне-

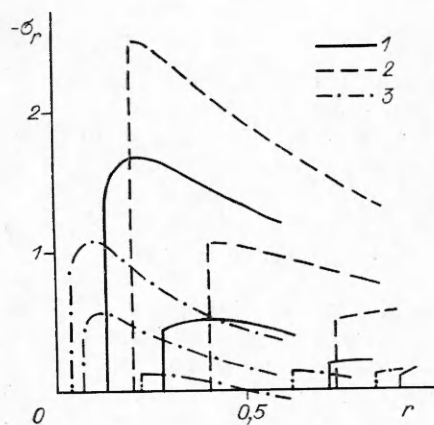


Рис. 4

венны. Работа сил внешнего давления $A = 2\varepsilon(t)$ ($t \leq \xi$). Из (1.12) для малых ε можно получить, что $E_2 \approx 2\sigma_K \delta_K \varepsilon + \sigma_K \varepsilon^2 / \rho_K \ll A$. За время действия давления происходит разгон оболочки и увеличение амплитуды УВ y от нуля до $y(\xi)$.

Рассмотрим случай $\varepsilon(\xi) \ll \rho_K \delta_K$, при этом воспользуемся приближенным решением (1.14), откуда получим $y(\xi) \approx 2\varepsilon(\xi) / \rho_K \delta_K \ll 1$, $\varepsilon(\xi) \approx \xi^2 / 2\rho_K \delta_K$. Воспользовавшись выражением (1.12) для E_1 , найдем, что к моменту времени $t = \xi$ на пластическую деформацию во ФУВ будет израсходована энергия $E_1(\xi) \approx [\varepsilon(\xi)]^2 / \rho_K \delta_K$ — малая часть $A(\xi) = 2\varepsilon(\xi)$. Работа пластической деформации за ФУВ (за это же время) $E_2(\xi)$ также много меньше $A(\xi)$. Поэтому к моменту времени $t = \xi$ почти вся работа сил внешнего давления оказывается запасенной в виде кинетической энергии оболочки, которая в этой модели в дальнейшем будет расходоваться на нагрев порошка и оболочки в результате пластической деформации.

Если неограниченного усиления УВ не происходит, тогда полная энергия, выделившаяся во ФУВ при сжатии УВ к оси контейнера,

$$(3.1) \quad E_{1п} \leq - \int_1^0 y(\xi) x dx = \frac{A(\xi)}{2\rho_K \delta_K},$$

при $\rho_K \delta_K \gg 1$ она составит не более половины $A(\xi)$. Если имеет место неравенство $A(\xi) > A(\xi) / 2\rho_K \delta_K + E_{2п}$, где $E_{2п}$ — полная энергия, пошедшая на деформацию за ФУВ, то оно означает, что амплитуда УВ должна неограниченно возрастать. (Ограниченный рост амплитуды УВ возможен согласно (1.16) только при определенных условиях на функцию g .) При $\rho_K \delta_K \ll 1$ неравенство (3.1) означает, что после прекращения действия внешнего давления амплитуда УВ должна быстро убывать при прохождении УВ расстояния $|\Delta x| \leq \rho_K \delta_K$.

Во втором случае, когда $\rho_K \delta_K \ll \varepsilon(\xi)$, из (1.13) получаем другое приближенное уравнение $x'' \approx [(x')^2 - 1] / [\rho_K \delta_K + \varepsilon(1 - \rho_K \delta_K)]$, откуда

$$-x' \approx \sqrt{1 - \frac{\rho_K^2 \delta_K^2}{(\rho_K \delta_K + \varepsilon)^2}}, \quad y(\xi) \approx 1, \quad \varepsilon \approx \rho_K \delta_K \left(1 - \sqrt{1 + \frac{t^2}{\rho_K^2 \delta_K^2}} \right),$$

а из (1.12) вытекает, что $E_1(\xi) \leq \varepsilon(\xi) = A(\xi) / 2$, т. е. за время ξ на пластическую деформацию во ФУВ может быть израсходовано до половины всей энергии, поэтому после прекращения действия внешнего давления характерное расстояние, на котором будет уменьшаться амплитуда УВ, $|\Delta x| \leq \varepsilon(\xi)$.

Таким образом, для кратковременных внешних нагрузок получаем следующее. При оболочке малой массы ($\rho_K \delta_K \ll 1$) амплитуда УВ быстро

ра. Появление растягивающих напряжений на практике может привести к возникновению щели между порошком и контейнером, если связь порошка с оболочкой оказывается недостаточно прочной.

3. Для того чтобы получить качественное представление о поведении УВ в типичных ситуациях, проведем некоторые оценки для простого закона $p(t)$.

Пусть $p(t) = 1$ отлично от нуля при $0 \leq t \leq \xi$, ξ достаточно мало, так что $\varepsilon(\xi) \ll 1$ и $S(\xi) \approx \sigma_K \delta_K + \sigma_K \varepsilon(\xi) / \rho_K \ll 1$ — время действия давления мало и прочностные свойства материалов вплоть до $t = \xi$ несущественны.

убывает с расстоянием. Расстояние, на котором амплитуда УВ уменьшится до нуля, зависит от σ_k и σ_n . При $\sigma_k = \sigma_n = 0$ всегда имеет место неограниченное усиление УВ вблизи оси [14].

Для массивной оболочки ($\rho_k \delta_k \geq 1$) возможно осуществление такого режима нагружения, когда УВ проходит с примерно постоянной амплитудой почти до оси контейнера. Оболочка тогда снижает максимальную амплитуду УВ и способствует более равномерной пропрессовке образца. Точка зрения на контейнер как на аккумулятор энергии ВВ, который затем расходует ее на работу пластической деформации, была сформулирована на основе экспериментальных данных в [2, 3, 12]. Нетрудно видеть, что в изложенной модели этому соответствует случай массивного контейнера.

Подобные энергетические оценки можно провести также и тогда, когда по оси контейнера с порошком размещен жесткий стержень. Здесь после достижения УВ стержня может остаться избыточная кинетическая энергия, и дальнейший расчет должен вестись с учетом упругих свойств материалов. Ясно, однако, что в реальных образцах избыток кинетической энергии в значительной степени переходит в энергию упругой деформации. Это должно приводить к появлению растягивающих напряжений в контейнере и его содержимом в процессе разгрузки, тем больших, чем больше была энергия упругой деформации.

Итак, с помощью простой модели проведен анализ процесса взрывного компактирования порошка в цилиндрическом контейнере. Он определяется главным образом импульсом внешнего давления и пятью безразмерными параметрами, характеризующими порошок и контейнер. В общем случае можно выделить три этапа схождения УВ к оси контейнера, соответствующие трем областям в порошке: внешней, промежуточной и центральной. На начальном этапе происходит быстрое нарастание параметров УВ в порошке. Следующий этап характеризуется приблизительно постоянством скорости УВ и может иметь место при достаточно массивном контейнере. Здесь возможно появление растягивающих напряжений внутри контейнера с порошком. На последнем этапе в зависимости от значений безразмерных параметров может происходить быстрое затухание или же усиление УВ, приводящее к появлению особенности вблизи оси. Это усиление может быть вызвано сходимостью УВ в цилиндрической геометрии и не связано с возникновением нерегулярного отражения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пашков П. О., Rogozin B. D. Взрывное обжатие порошка в цилиндрических ампулах // *Металловедение и прочность материалов*. — Волгоград, 1970.
2. Gonzalez A. C., Cuyas J. C., Cusminsky G. The role of the container in explosion compaction of powders // *Proc. 8th Int. Conf. on HERF, San-Antonio*, 1984.
3. Bhalla A. K., Williams J. D. The role of the container in the consolidation of powders by direct explosive compaction // *Proc. 5th Int. Conf. on HERF, Denver*, 1975.
4. Prümmer R. Dynamic compaction of powders // *Emergent Process Methods for High Technology Ceramics*/Ed. by R. F. Davis, H. Palmour III, R. L. Porter. — N. Y.; L.: Plenum Press, 1982.
5. Симонов В. А. Сходящаяся цилиндрическая ударная волна в пластической уплотняющейся среде // *Изв. АН СССР. МТТ*. — 1974. — № 5.
6. Wilkins M. L. Dynamic powders compaction // *Proc. 8th Int. Conf. on HERF, San-Antonio*, 1984.
7. Wilkins M. L., Cline C. F. Simulation of explosive compaction experiments // *Тр. II Совещ. по обраб. материалов взрывом*. — Новосибирск, 1982.
8. Carrol M. M., Holt A. C. Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials // *J. Appl. Phys.* — 1972. — V. 43, N 4, pt 1.
9. Baird K. S., Williams J. D. Relationship between process variables and density of explosively compacted iron powder // *Powder Met. and Powder Technol.* — 1984. — V. 20, N 1.
10. Штерцер А. А. Определение параметров прессования пористых тел зарядом ВВ через металлическую пластину // *ФГВ*. — 1982. — № 1.
11. Кузьмин Г. Е., Мали В. И., Пай В. В. О метании плоских пластин слоями конденсированного ВВ // *ФГВ*. — 1973. — № 4.
12. Lennon A. B. C., Bhalla A. K., Williams J. D. Explosion compaction of metal powders // *Powder Met.* — 1978. — V. 21, N 1.

13. Дерибас А. А., Ставер А. М. Ударное сжатие пористых цилиндрических тел // ФГВ.— 1974.— № 4.
14. Симонов И. В. О сходящейся ударной волне в идеально неупругой среде и устойчивости кумуляции // ПМТФ.— 1975.— № 5.

Поступила 22/X 1986 г.

УДК 536.45 : 533.6.011

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ГОМОТЕРМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В АТМОСФЕРЕ ВБЛИЗИ ПЛОТНОЙ СРЕДЫ

Л. П. Горбачев, В. Ф. Федоров
(Москва)

В ряде работ (например, в [1—5]) рассмотрены задачи, описывающие движение газа при энерговыделении вблизи границы двух неоднородных по плотности сред. При большой плотности выделившейся энергии становится существенным влияние теплового излучения среды на закономерности ее движения [5, 6].

В настоящей работе в рамках гомотермической модели изучаются закономерности движения газа в атмосфере с учетом испарения конденсированной среды.

Пусть в конденсированной среде, например в воде, вблизи ее поверхности в бесконечно малом объеме мгновенно выделяется лучистая энергия E_0 . При большой плотности энергии излучения температура во всей области возмущения из-за интенсивного теплообмена мгновенно выравнивается, и для оценки характеристик возникающего движения газа можно применить гомотермическое приближение. Полагаем, что температура зависит только от времени: $T(r, t) \equiv T(t)$.

Вследствие поглощения теплового излучения прогревается и испаряется тонкий поверхностный слой плотного вещества. Возникший градиент давления на границе пар — воздух приводит к движению испарившегося вещества в воздушную среду. В воздухе от места энерговыделения распространяется ударная волна (УВ). Уменьшение плотности из-за движения пара способствует прогреву излучением последующих слоев конденсированной среды и перемещению границы пар — плотная среда.

В данном случае доля механической энергии, переданной плотной среде, пренебрежимо мала. Согласно [2], при взрыве на поверхности грунта из-за диффузии излучения передается грунту в виде механической энергии 2% выделившейся энергии. Следовательно, УВ, распространяющейся в плотной среде, можно пренебречь и считать плотную среду недеформируемой.

Таким образом, в конденсированную среду распространяется с изотермической скоростью звука от места взрыва волна разрежения, передним фронтом которой является граница пар — плотная среда. Такую волну разрежения назовем радиационной.

Воздух и пар моделируем идеальным газом с эффективными параметрами γ_i, μ_i ($i = 1$ для воздуха, $i = 2$ для пара). Пренебрежем потерями выделившейся энергии E_0 на испарение, диссоциацию и ионизацию среды.

Уравнения, описывающие гомотермическое движение газа (пара и воздуха) в области возмущения, имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u + a^2 \nabla(\ln \rho) = 0,$$

где $a = \sqrt{\gamma A T}$ — изотермическая скорость звука; A — газовая постоянная. Течение газа осесимметричное. Необходимо определить две компоненты скорости и плотность газа как функции двух пространственных координат и времени.

Задача может быть рассмотрена в автомодельной постановке. Система определяющих параметров в этой задаче следующая: r, z (если использо-