

УДК 532.526

**Определение положения
ламинарно-турбулентного перехода
при численном моделировании
обтекания пластины
дозвуковыми и трансзвуковыми потоками***

**А.В. Бойко^{1,2}, К.В. Демьянко^{1,3}, А.А. Иноземцев⁴, С.В. Кириловский¹,
Ю.М. Нечепуренко^{1,3}, А.П. Падучев⁴, Т.В. Поплавская¹**

¹*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

²*Тюменский государственный университет*

³*Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, Москва*

⁴*ОДК Авиадвигатель, Пермь*

E-mail: boiko@itam.nsc.ru, popla@itam.nsc.ru

Работа посвящена определению положения ламинарно-турбулентного перехода в дозвуковых и трансзвуковых двумерных пограничных слоях с помощью разработанного авторами оригинального программного комплекса LOTRAN 2.0, основанного на e^N -методе и использующего данные численного моделирования ламинарного обтекания, выполненного стандартными газодинамическими пакетами, основанными на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье–Стокса. В качестве примера рассмотрено обтекание плоской пластины. Продемонстрирована согласованность расчетных и экспериментальных данных по положению ламинарно-турбулентного перехода. Получены новые данные по положению ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое плоской пластины для трансзвуковых режимов течения.

Ключевые слова: численное моделирование, дозвуковые и трансзвуковые течения, ламинарно-турбулентное обтекание, ламинарно-турбулентный переход, блок ламинарно-турбулентного перехода.

Введение

Экономичность летательных аппаратов (ЛА) существенно зависит от соотношения длин ламинарной и турбулентной частей пограничного слоя и протяженности ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП). При прочих равных условиях ламинарное обтекание оказывается предпочтительнее. Процесс перехода также оказывает существенное влияние на отрыв потока и теплоперенос в пограничном слое, что во многом определяет требования к различным элементам конструкции ЛА, а также к размещению приборов и другого оборудования. Поэтому определяющим фактором адекватного моделирования обтекания ЛА

* Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 18-19-00460).

является правильный расчет положения и протяженности ЛТП. Если они вычислены неверно, то расчет обтекания может приводить к существенным ошибкам, например, при определении аэродинамического сопротивления ЛА.

В настоящее время для решения различных задач тепломассопереноса широко используются как специализированные программные продукты [1–3], так и газодинамические пакеты общего назначения, в частности пакет ANSYS Fluent [4]. Для моделирования ламинарно-турбулентного обтекания в рамках осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS), заложенных в такие пакеты, можно использовать различные подходы, основанные на прогнозе ЛТП. В настоящее время наиболее популярной в академических и промышленных кругах эмпирической моделью для прогнозирования ЛТП является модель, представленная в работе [5], в которой для описания перехода к двум уравнениям переноса из модели турбулентности $k-\omega$ SST (для турбулентной кинетической энергии и для удельной скорости диссипации турбулентной энергии) добавляются еще два дифференциальных уравнения переноса (для перемешаемости и числа Рейнольдса начала перехода по толщине потери импульса), причем для замыкания используются только эмпирические соотношения.

Модель ЛТП [5], встроенная в ANSYS Fluent, получила название «Transition SST». В ней заданы три проприетарных зависимости, полученные для дозвуковых течений. В работе [6] обсуждалась реализация модели [5] в современном коммерческом газодинамическом пакете STAR-CCM+ версии 3.06, в [7] — в коде DLR TAU, активно используемом в немецкой аэрокосмической промышленности, а в работах [8, 9] — в RANS-коде elsA (ONERA), специально разработанном для течений в турбинах. Следует заметить, что во всех упомянутых газодинамических пакетах калибровка модели Transition SST проводилась только для дозвуковых несжимаемых течений, поэтому для трансзвуковых и сверхзвуковых режимов [10] эта модель ЛТП нуждается в валидации. Более того, наличие проприетарных зависимостей существенно ограничивает использование данной модели ЛТП.

В настоящее время имеются специализированные промышленные программные комплексы, достаточно точно воспроизводящие распространение малых возмущений в сравнительно простых течениях. Они ориентированы на расчет положения ЛТП в пограничном слое, который осуществляется в их рамках по критериям, основанным на достижении возмущениями некоторой пороговой амплитуды (e^N -метод). Наиболее известными из таких программных комплексов являются GTPT (Graphical Transition Prediction Toolkit) [11] и NOLOT (NONLOCAL Transition analysis) [12]. Популярность этого подхода применительно к аэродинамическим приложениям связана с тем, что в его основе лежит физически обоснованная линейная теория гидродинамической устойчивости, которая справедлива как для двумерных, так и для трехмерных несжимаемых и сжимаемых потоков, вплоть до гиперзвуковых, если уровень турбулентности набегающего потока является достаточно низким как, например, в полетных условиях или в рабочих частях маломощных аэродинамических труб. Следует также отметить, что для более сложных течений этот метод еще находится в разработке [13–15].

В 2013 г. авторами настоящей работы был разработан и зарегистрирован программный комплекс LOTRANxx для расчета положения ЛТП в пограничных слоях течений вязкой несжимаемой жидкости над поверхностями малой кривизны [16, 17]. Далее была проделана большая работа по развитию этого программного комплекса для расчета положений ЛТП в сжимаемых пограничных слоях [18], что привело к созданию двух новых комплексов, получивших названия LOTRAN 2.0 и LOTRAN 3.0 и предназначенных для фундаментальных научных исследований устойчивости соответственно двумерных и трехмерных пограничных слоев течений вязкой сжимаемой среды и определения в них положений ЛТП на основе e^N -метода.

В представленном исследовании показана работа программного комплекса LOTRAN 2.0 в связке с пакетом ANSYS Fluent 18.0 для расчета дозвукового и трансзвукового ламинарно-турбулентного обтекания плоской пластины. Проводится сравнение между собой и с известными экспериментальными данными, взятыми из открытых источников, расчетных данных по положению ЛТП, полученных с помощью LOTRAN 2.0 и с использованием модели Transition SST. Целью такого сравнения являлись не только верификация расчетных данных экспериментальными, но и определение границ применимости модели Transition SST и e^N -метода для задач обтекания тел в рассматриваемом диапазоне чисел Маха, в частности для трансзвуковых режимов течения.

1. Численное моделирование ламинарного обтекания

Расчеты ламинарного течения в отсутствие его возмущений выполнялись посредством решения двумерных уравнений Навье–Стокса с помощью пакета ANSYS Fluent. Было проведено численное моделирование двумерного течения на пластине с затупленной передней кромкой, обтекаемой газом при дозвуковых и трансзвуковых скоростях внешнего потока. Модель имела следующие параметры: длина составляла 3 м, радиус закругления передней кромки — 0,3 мм (рис. 1а). В качестве сплошной среды рассматривался воздух при нормальных условиях на высоте 0 над уровнем моря.

Расчетная область представляла собой фигуру, состоящую из прямоугольника и четверти круга с радиусом 7 м, с пластиной, размещенной в центре нижней границы (рис. 1а). Расстояние от задней кромки пластины до выходной границы по оси x составляло 7 м.

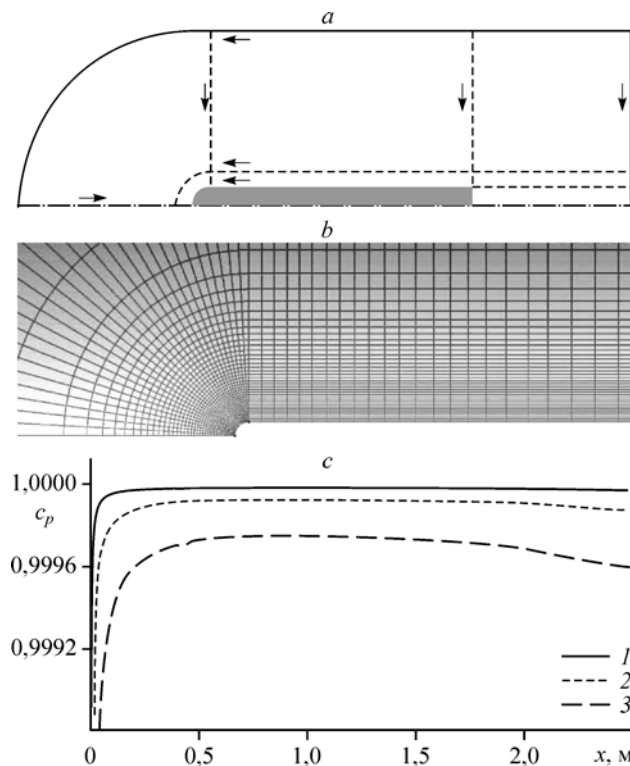


Рис. 1. Схематическое изображение расчетной области с представлением разбиений на зоны и направлением сгущения расчетной сетки (а), фрагмент расчетной сетки вблизи закругленной передней кромки модели (б) и распределение давления на поверхности модели при $M_\infty = 0,146$ (1), 0,3 (2), 0,5 (3) (с).

Таблица 1
Параметры обтекания при постоянных
 $Re_1 = 3,3 \cdot 10^6$ 1/м и $T_\infty = 288$ К

M_∞	U_∞ , м/с	P_∞ , Па
0,146	50	98374
0,3	102	47768
0,4	136	35910
0,5	170	28700
0,6	204	23917
0,7	238	20505
0,75	255	19200
0,8	272	17945
0,85	289	16895

Такой размер расчетной области был выбран, чтобы избежать, с одной стороны, возможного влияния границ области на результаты расчетов, а с другой — чрезмерного спада интенсивности турбулентности на поверхности пластины. Так как задача состояла в определении перехода только на одной стороне пластины, то для упрощения рассчитывалась половина симметричной конфигурации. Расчетная область была поделена на две подобласти: подобласть пристеночного течения высотой порядка нескольких толщин пограничного слоя для подробного разрешения пограничного слоя и удовлетворения условию $y^+ < 1$ вблизи поверхности пластины и подобласть дальнего поля с менее подробной расчетной сеткой. При расчете обтекания использовалась блочная четырехугольная регулярная расчетная сетка (рис. 1*b*) со сгущением к поверхности пластины и к передней кромке (рис. 1*a*, 1*b*). Общее число ячеек расчетной сетки составляло 114000.

Двумерные уравнения Навье–Стокса решались с помощью решателя, основанного на плотности, использовалась неявная схема 2-го порядка точности по пространству с Roe-FDS методом расщепления конвективных потоков. На верхней и правой границах задавались условия набегающего потока, а именно параметры p_∞ , M_∞ , T_∞ — давление, числа Маха и температуры набегающего потока соответственно (см. табл. 1). На поверхности пластины задавались условия прилипания и постоянства температуры ($T_w = 291$ К), на левой (перед пластиной) и правой (после пластины) частях нижней границы расчетной области — условия симметрии. Расчеты на последовательности вложенных сеток показали, что при сгущении сетки в два раза в обоих направлениях решения для искомых переменных (в частности, скорости, плотности, давления и напряжения трения) различаются менее, чем на 1 %.

Были проведены две серии расчетов ламинарного сжимаемого течения при различных числах Маха M_∞ и постоянном единичном числе Рейнольдса Re_1 (см. табл. 1) и различных Re_1 (см. табл. 2). Изменение числа Маха и, соответственно, скорости набегающего потока при сохранении единичного числа Рейнольдса достигалось

Таблица 2
Параметры обтекания при изменении Re_1 и $T_\infty = 288$ К

M_∞	U_∞ , м/с	P_∞ , Па	Re_1 , 1/м
0,146	50	98374	$3,3 \cdot 10^6$
0,3	102	98374	$6,78 \cdot 10^6$
0,4	136	98374	$9,041 \cdot 10^6$
0,5	170	98374	$11,3 \cdot 10^6$
0,6	204	98374	$13,56 \cdot 10^6$
0,7	238	98374	$15,82 \cdot 10^6$
0,75	255	98374	$16,95 \cdot 10^6$
0,8	272	98374	$18,08 \cdot 10^6$
0,85	289	98374	$19,21 \cdot 10^6$

изменением давления набегающего потока. Во второй серии расчетов $Re_1 = \frac{\rho_\infty c_\infty}{\mu_\infty} \cdot \frac{U_\infty}{c_\infty} = Re_{1c_\infty} M_\infty$, где единичное число Рейнольдса Re_{1c_∞} вычислялось по скорости звука набегающего потока c_∞ (по аналогии с [19]) и было постоянным для всех вариантов расчета, а Re_1 изменялось пропорционально изменению числа Маха набегающего потока. Таким образом, были получены данные о ламинарных пограничных слоях для модели плоской пластины (распределения скорости, температуры и давления по нормали к поверхности модели). На рис. 1с для разных условий внешнего обтекания приведены распределения давления c_p на поверхности модели, нормированные на давление в набегающем потоке. Видно, что во всех случаях на пластине, начиная с сечения $x = 200$ мм, изменение давления составляло менее 1 %, что свидетельствует о практически нулевом продольном градиенте давления.

2. Определение положений ЛТП

Положение перехода определялось с помощью программного комплекса LOTRAN 2,0 (далее блок ЛТП), использующего полные уравнения теплопереноса и оригинальные матричные алгоритмы анализа устойчивости. Детальное описание этих уравнений и алгоритмов можно найти в работе [18]. Полученные данные о двумерном ламинарном течении конвертировались во внутреннее представление блока ЛТП с помощью специального модуля экспорта данных, созданного для CFD-кода ANSYS Fluent. В блок ЛТП включена многоэтапная предварительная обработка и анализ характеристик полученного пограничного слоя для увеличения точности последующих расчетов устойчивости. Положения перехода определяются e^N -методом на основе анализа нарастания возмущений малых амплитуд в продольном направлении.

В процессе работы блок определяет характеристики пограничного слоя (толщины вытеснения и потери импульса, поверхностное давление и т.п.) для качественной оценки результата усвоения данных, полученных из ANSYS Fluent, отображает точки начала (1) и конца (2) областей временной неустойчивости (рис. 2а), кривые N -факторов, их огибающую, пороговые значения N -факторов и соответствующие положения начала и конца перехода (рис. 2б).

Поскольку при умеренных степенях турбулентности набегающего потока для течения на плоской пластине характерен переход к турбулентности, связанный с развитием

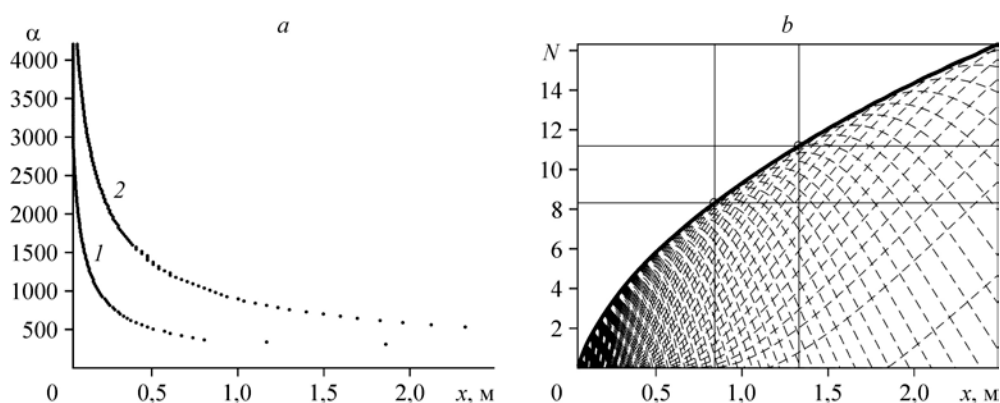


Рис. 2. Точки начала (1) и конца (2) областей временной неустойчивости (а), кривые N -факторов, их огибающая (черная кривая), пороговые значения N -факторов и положения перехода (прямые линии) (б), выдаваемые в процессе работы блока ЛТП.

$$M_\infty = 0,146, Re_1 = 3,3 \cdot 10^6 \text{ 1/м}, T_\infty = 288 \text{ К}, Tu = 0,03 \text{ \%}.$$

волн Толлмина–Шлихтинга [20], в качестве пороговых значений N -факторов для положений начала (N_c) и конца (N_t) перехода использовались следующие формулы [4, 20]:

$$N_c = 2,13 - 6,18 \lg Tu, \quad N_t = 5,00 - 6,18 \lg Tu, \quad (1)$$

где Tu означает степень турбулентности набегающего потока. Следует отметить, что при $Tu < 0,1 \%$ рекомендуется использовать пороговые значения N -факторов [20], рассчитанные для значения $Tu = 0,1 \%$.

3. Сравнение результатов

В работе [21] были представлены результаты экспериментального исследования ЛТП на плоской пластине в дозвуковом потоке при степени турбулентности набегающего потока 0,03 %. Положение начала и конца ЛТП определялось по поведению перемежаемости ламинарных и турбулентных участков в осциллограммах пульсаций скорости при термоанемометрических измерениях в пограничном слое, а коэффициенты трения были получены после обработки оцифрованных профилей скорости основного течения в области ЛТП (см. рис. 3а). Также на рисунке приведены расчетные данные по коэффициентам трения $C_f = \tau_w / (2\rho_\infty U_\infty^2)$ (здесь τ_w — напряжения сдвига (градиент скорости по нормали) на поверхности пластины) в зависимости от локального числа Рейнольдса $Re_x = \rho_\infty U_\infty x / \mu_\infty$, полученные для обтекания пластины при тех же внешних условиях с помощью пакета ANSYS Fluent для ламинарного режима, а также по модели Transition SST при степени турбулентности набегающего потока 0,03 % и с использованием блока ЛТП с данными о ламинарном течении, рассчитанными пакетом ANSYS Fluent. Видно, что расчет области перехода, выполненный с помощью блока ЛТП, согласуется с экспериментальными данными: разница между ними по продольной координате не превышает 10 %, что для современных моделей перехода к турбулентности является хорошим результатом. Расчеты по модели Transition SST демонстрируют существенно более узкую область перехода, чем показывают данные эксперимента и расчета, проведенного с использованием блока ЛТП. Отличие значений C_f в расчете полностью турбулентного режима и в расчете по модели Transition SST в турбулентной области связано, вероятно, с предисторией развития пограничного слоя (в первом случае турбулентный пограничный слой развивается от передней кромки, а во втором — только с середины пластины). Подобные картины наблюдаются и в расчетах обтекания пластины при различных M_∞ и различных Re_1 , как показано в табл. 2 (см. рис. 3б).

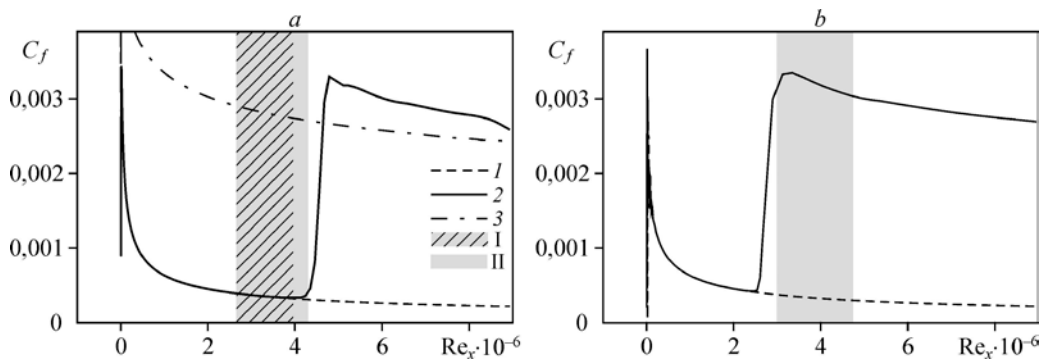


Рис. 3. Коэффициенты поверхностного трения в зависимости от числа Рейнольдса Re_x .

a: $M_\infty = 0,146$, $Re_1 = 3,3 \cdot 10^6$ 1/м, $T_\infty = 288$ К, b: $M_\infty = 0,3$, $Re_1 = 6,78 \cdot 10^6$ 1/м, $T_\infty = 288$ К;

1 — расчетные данные ламинарного течения, 2 — расчетные данные по модели Transition SST при $Tu = 0,03 \%$, 3 — расчетные данные турбулентного течения; область I — область перехода по данным экспериментов [21], область II — область перехода по расчетным данным блока ЛТП (настоящая работа).

На рисунке 4 приведены расчетные данные по коэффициенту трения C_f для трансзвуковых режимов течения, полученные для ламинарного режима по модели Transition SST с заданной степенью турбулентности набегающего потока 0,03 % и при использовании блока ЛТП. Расчеты с использованием блока ЛТП свидетельствуют о существенном загибании ЛТП, что соответствует известным данным о переходе к турбулентности на пластинах при трансзвуковых скоростях [22]. Вместе с тем, расчетные данные, полученные по модели Transition SST, показывают более раннее положение конца ЛТП и существенно меньшую длину зоны перехода для трансзвукового режима обтекания в сравнении с данными блока ЛТП. Также следует отметить, что коэффициенты трения, полученные по модели Transition SST при разных числах Маха внешнего потока, практически одинаковы, что противоречит известным данным о переходе к турбулентности на пластинах при трансзвуковых скоростях [22]. Это, вероятно, можно объяснить двумя причинами: во-первых, модель Transition SST, создаваемая для расчета ЛТП в потоках с высокой степенью турбулентности набегающего потока (в частности, при обтекании рабочих лопаток турбин), неадекватно работает в потоках с низкой степенью турбулентности, и, во-вторых, модель Transition SST, встроенная в пакет ANSYS Fluent 18,0, не учитывает должным образом сжимаемость потока, характерную для трансзвуковых режимов течения.

Вариации положения начала перехода в зависимости от числа Маха набегающего потока, полученные с использованием блока ЛТП, показаны на рис. 5а. Видно, что с увеличением числа Маха при постоянном единичном числе Рейнольдса положение начала ЛТП сдвигается вниз по потоку и длина области перехода существенно увеличивается (см. рис. 3а, 3б и 4). Из рис. 5а также следует, что при увеличении числа Маха от 0,146 до 0,5 одновременно с увеличением единичного числа Рейнольдса положение начала ЛТП естественным образом сдвигается вверх по потоку, т.е. к передней кромке пластины. При последующем увеличении числа Маха одновременно с увеличением единичного числа Рейнольдса течение турбулизируется сразу за передней кромкой пластины. Однако пересчет полученных данных на число Рейнольдса начала перехода Re_{x_b} показывает (рис. 5б), что обе серии расчетов дают близкие результаты: Re_{x_b} увеличивается с ростом числа Маха. Эти данные согласуются с теоретическими расчетами влияния числа Маха на число Рейнольдса перехода, представленными в работе [22], где показано, что при росте числа Маха от 0 до 1 число Рейнольдса перехода возрастает.

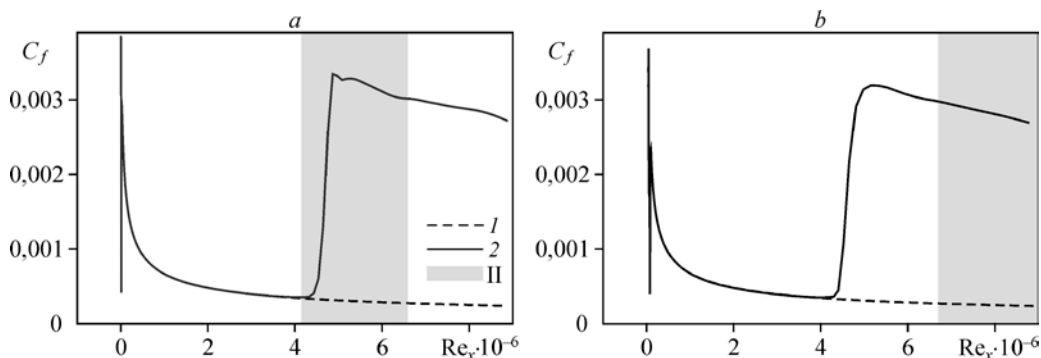


Рис. 4. Коэффициенты поверхностного трения в зависимости от числа Рейнольдса Re_x .

a: $M_\infty = 0,5$, $Re_1 = 3,3 \cdot 10^6$ 1/м, $T_\infty = 288$ К, *b:* $M_\infty = 0,7$, $Re_1 = 3,3 \cdot 10^6$ 1/м, $T_\infty = 288$ К;

1 — расчетные данные ламинарного течения, 2 — расчетные данные по модели Transition SST при $Tu = 0,03$ %; область II — область перехода по расчетным данным блока ЛТП (настоящая работа).

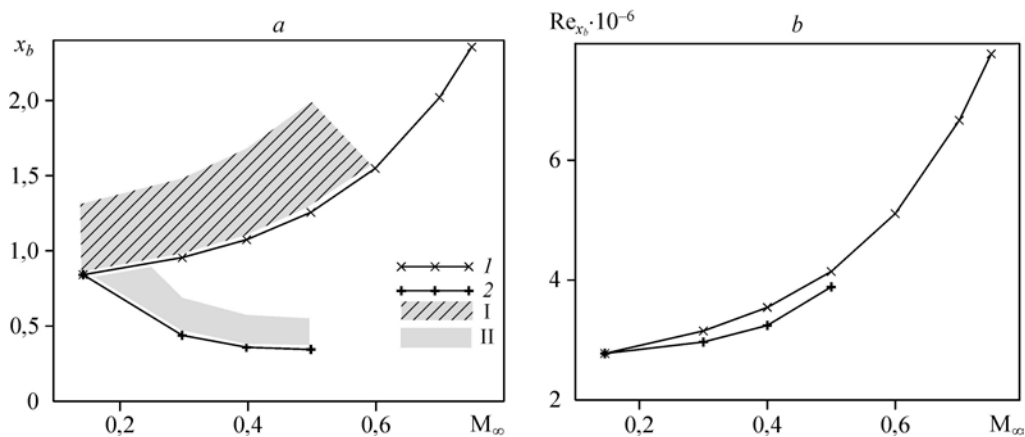


Рис. 5. Влияние числа Маха на положение начала ЛТП (а) и на число Рейнольдса начала ЛТП (b).

1 — расчетные данные при постоянном Re_1 (табл. 1) и область перехода I соответственно,
2 — расчетные данные при изменении Re_1 (табл. 2) и область перехода II по расчетным данным блока ЛТП.

Заключение

Выполнено численное моделирование двумерного ламинарно-турбулентного обтекания пластины при дозвуковых и трансзвуковых скоростях внешнего потока с использованием оригинального программного комплекса LOTRAN 2,0, основанного на e^N -методе. Проведены расчеты в диапазоне чисел Маха $0,146 \div 0,75$ и получены новые данные по положению ЛТП для трансзвуковых режимов обтекания плоской пластины при малой степени турбулентности набегающего потока ($Tu = 0,03 \%$). Эти новые результаты могут использоваться для валидации данных по переходу к турбулентности, полученных другими расчетными методами.

Продемонстрировано, что рассчитываемые с помощью модели перехода Transition SST, встроенной в текущие версии пакета ANSYS Fluent, положения ЛТП для трансзвуковых режимов существенно отличаются от данных, полученных с помощью блока ЛТП, и от данных работы [22], что можно связать с отсутствием учета сжимаемости в модели Transition SST в текущих версиях ANSYS Fluent.

Сравнение с экспериментальными данными по положению ЛТП на дозвуковых режимах обтекания и с имеющимися литературными данными на трансзвуковых режимах обтекания [22] показало, что LOTRAN 2,0 способен давать адекватный прогноз положений начала и конца перехода, а значит, и длины переходной области в двумерных дозвуковых и трансзвуковых течениях на плоской пластине. В рассмотренном случае дозвукового обтекания погрешность составила менее 10 % по продольной координате. Это также свидетельствует о том, что можно обеспечить точность расчетов ламинарного пограничного слоя с помощью пакета ANSYS Fluent, достаточную для использования полученных профилей скорости в блоке ЛТП, разработанном на базе программного комплекса LOTRAN 2,0.

Список литературы

1. Maslov A.A., Kudryavtsev A.N., Mironov S.G., Poplavskaya T.V., Tsyryulnikov I.S. Wave processes in a viscous shock layer and control of fluctuations // J. Fluid Mech. 2010. Vol. 650. P. 81–118.
2. Маслов А.А., Кудрявцев А.Н., Миронов С.Г., Поплавская Т.В., Цырюльников И.С. Численное моделирование восприимчивости гиперзвукового ударного слоя к акустическим возмущениям // Прикл. механика и техн. физика. 2007. Т. 48, № 3. С. 84–91.

3. Egorov I.V., Fedorov A.V., Soudakov V.G. Receptivity of a hypersonic boundary layer over a flat plate with a porous coating // J. Fluid Mech. 2008. Vol. 601. P. 165–187.
4. Бойко А.В., Кириловский С.В., Маслов А.А., Поплавская Т.В. Инженерное моделирование ламинарно-турбулентного перехода: достижения и проблемы (обзор) // Прикл. механика и техн. физика. 2015. Т. 56, № 5. С. 30–49.
5. Menter F.R., Langtry R., Völker S. Transition modelling for general purpose CFD codes // Flow, Turbulence and Combustion. 2006. Vol. 77, Iss. 1–4. P. 277–303.
6. Malan P., Suluksna K., Juntasaro E. Calibrating the γ - Re_θ transition model for commercial CFD // AIAA Paper. 2009. No. 2009–1142.
7. Seyfert C., Krumbein A. Comparison of a local correlation-based transition model with an e^N -method for transition prediction // New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VIII: Contributions to the 17th STAB/DGLR Symposium Berlin, Germany 2010 / Ed. by A. Dillmann, G. Heller, H.-P. Kreplin et al. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. P. 541–548.
8. Content C., Houdeville R. Application of the γ - Re_θ laminar-turbulent transition model in Navier–Stokes computations // AIAA Paper. 2010. No. 2010–4445.
9. Venyahia A., Castillon L., Houdeville R. Prediction of separation-induced transition on high lift low pressure turbine blade // ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition. Heat Transfer, Parts A and B Vancouver, British Columbia, Canada, June 6–10, 2011. American Society of Mechanical Engineers. 2011. Vol. 5. P. 1835–1846.
10. Бунтин Д.А., Громько Ю.В., Кириловский С.В., Маслов А.А., Поплавская Т.В. Влияние температуры затупленной носовой части конуса на ламинарно-турбулентный переход в гиперзвуковых пограничных слоях // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 4. С. 505–518.
11. Malik M.R. Boundary-layer transition prediction toolkit // AIAA Paper. 1997. No. 1997–1904.
12. Hein S. Nonlinear nonlocal transition analysis — code development and results // Recent results in laminar-turbulent transition: Selected numerical and experimental contributions from the DFG priority programme «Transition» in Germany / Ed. by S. Wagner, M. Kloker, U. Rist. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. P. 123–134.
13. Бойко А.В., Довгаль А.В., Козлов В.В. Неустойчивость отрывного течения за двумерными элементами неровности поверхности в низкоскоростном воздушном потоке (обзор) // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 2. С. 171–178.
14. Бойко А.В., Довгаль А.В., Сорокин А.М. Устойчивость периодического во времени течения с отрывом ламинарного пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 693–699.
15. Бойко А.В., Нечепуренко Ю.М. Несимметричные автомодельные течения вязкой несжимаемой жидкости в продольно обтекаемом прямом угле // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 2. С. 207–218.
16. Бойко А.В., Нечепуренко Ю.М., Жучков Р.Н., Козелков А.С. Блок расчета положения ламинарно-турбулентного перехода для пакета ЛЮГОС // Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21, № 2. С. 201–220.
17. Нечепуренко Ю.М., Бойко А.В. Программный комплекс LOTRANxx для расчета положения ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях течений вязкой несжимаемой жидкости над поверхностями малой кривизны: Свидетельство государственной регистрации программы для ЭВМ №2013660060. Россия: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, 2013.
18. Voiko A.V., Demyanko K.V., Nечepurenko Y.M. On computing the location of laminar–turbulent transition in compressible boundary layers // Rus. J. Num. Anal. Math. Mod. 2017. Vol. 32, No. 1. P. 1–12.
19. Бойко В.М., Поплавский С.В. Динамика частиц и капель в потоке за ударной волной // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 3. С. 110–120.
20. Van Ingen J.L. Transition, pressure gradient, suction, separation and stability theory // AGARD-CP-224 Laminar-turbulent transition. Copenhagen, Denmark, 1977. P. 20.1–20.15.
21. Schubauer G.B., Klebanoff P.S. Contributions on the mechanics of boundary-layer transition // NASA TN 3489/ National Advisory Committee for Aeronautic, Washington 1955. 12 p.
22. Mack L.M. Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition // AIAA J. 1975. Vol. 13, No. 3. P. 278–289.

*Статья поступила в редакцию 11 апреля 2019 г.,
после доработки — 20 мая 2019 г.,
принята к публикации 4 июня 2019 г.*