10. **Шкадов В. Я.** Некоторые методы и задачи теории гидродинамической устойчивости.—«Научные труды Ин-та механики МГУ», 1973, вып. 25.
11. **Левич В. Г.** Физико-химическая гидродинамика. М., Изд-во АН СССР, 1952.
12. **Гольдштик М. А., Сапожников В. А.** Устойчивость течения в кольцевом канале.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1971, № 4, с. 102—108.
13. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963.
14. **Гончаренко Б. Н., А. Л. Уринцев.** Об устойчивости движения жидкости, вызванного термокапиллярными силами.— ПМТФ, 1971, № 6, с. 94—98.

УДК 532.546

О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ НАЛИЧИИ ИСПАРЕНИЯ

Н. Н. Кочина

(Москва)

Изучается растекание бугра грунтовых вод в области между двумя параллельными каналами с разными уровнями воды (H_1 при $x=0$ и H_2 при $x=L$) при поливе с учетом испарения. Испарение учитывается в зависимости от глубины грунтовых вод $h(x, t)$: его интенсивность предполагается равной нулю при $h < h_0$, где h_0— критический уровень грунтовых вод, а при $h > h_0$— изменяющейся по линейному закону или постоянной. Интенсивность полива предполагается постоянной. Эта задача решена с использованием тепловых потенциалов двойного слоя и сводится к решению нелинейного интегрального уравнения.

1. Интенсивность испарения $\varkappa(x, t)$, таким образом, есть нелинейная функция глубины грунтовых вод $h(x, t)$

$$\varkappa(x, t)=\begin{cases} 0 & \text{при } h<h_0 \\ -bh(x, t)+dH & \text{при } h>h_0. \end{cases} \tag{1.1}$$

В формуле (1.1) либо $b>0$, $d=b$, $H=h_0$ (случай линейной зависимости испарения от глубины грунтовых вод), либо $b=0$, $dH=-\varepsilon<0$ (случай постоянного испарения). Таким образом, через ε обозначена интенсивность испарения в случае, если оно постоянно.

Для простоты будем предполагать, что начальный бугор грунтовых вод $h(x, 0)=\varphi(x)$ пересекается с плоскостью $h(x, t)=h_0$ не больше, чем в одной точке $x=x_0$. Будем также считать для определенности, что выполнены неравенства $H_1 \leqslant h_0 \leqslant H_2$; $\varphi(0) \leqslant \varphi(x_0) \leqslant \varphi(L)$.

Тогда задача сводится к решению следующих задач для функций $h_1(x, t)$ и $h_2(x, t)$:

$$\frac{\partial h_1}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2}+\alpha, \quad h_1(0, t)=H_1, \quad \left(a^2=\frac{kH_*}{\sigma}\right), \tag{1.2}$$
$$h_1[\chi(t), t]=h_0 \quad (0<x<\chi(t)),$$
$$h_1(x, 0)=\varphi(x) \quad (0<x<x_0),$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2}+\alpha-bh_2+dH, \quad h_2[\chi(t), t]=h_0, \tag{1.3}$$
$$h_2(L, t)=H_2 \quad (\chi(t)<x<L),$$
$$h_2(x, 0)=\varphi(x) \quad (x_0<x<L).$$

В формуле (1.2) k — коэффициент фильтрации; σ — недостаток насыщения или водоотдача; H_*— некоторый средний уровень грунтовых вод; H_1 и H_2— уровни воды в каналах; L — расстояние между ними; α — интенсивность полива. В (1.2) и (1.3) $x=\chi(t)$ — уравнение перемещающейся со временем границы, неизвестной заранее, на которой уровень грунтовых вод равен критическому $h[\chi(t), t]=h_0$ и выполняется условие непрерывности расхода

$$\frac{\partial h_1[\chi(t), t]}{\partial x} = \frac{\partial h_2[\chi(t), t]}{\partial x}, \tag{1.4}$$

где $h_1(x, t)$ — глубина грунтовых вод в области $0 \leqslant x \leqslant \chi$; $h_2(x, t)$ — в области $\chi(t) \leqslant$ $\leqslant x \leqslant L$.

Отметим, что задачи, сходные по постановке с задачей (1.2)—(1.4), решены в [1–5]. Ясно, что имеет место равенство $\chi(0)=x_0$.

Положим

$$h_1 = -\frac{\alpha}{2a^2}x^2 + h_0 + u(x, t). \tag{1.5}$$

Тогда задача (1.2) сведется к нахождению решения следующей задачи:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\ u(0, t)=H_1-h_0; \tag{1.6}$$

$$u[\chi(t), t] = \frac{\alpha}{2a^2}\chi^2(t);\quad (0 < x < \chi(t));$$

$$u\ (x, 0) = \psi(x) = \varphi(x) - h_0 + \frac{\alpha}{2a^2}x^2,\quad (0 < x < x_0).$$

Считая $\chi(t)$ известной дифференцируемой функцией, запишем решение этой задачи в виде [6]

$$u(x, t) = F(x, t) + \int\limits_0^t \frac{x\exp\left[-\dfrac{x^2}{4a^2(t-\tau)}\right]v_1(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}} + \tag{1.7}$$

$$+\int\limits_0^t \frac{[x-\chi(\tau)]\exp\left\{-\dfrac{[x-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\}v_2(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}};$$

$$F(x, t) = \int\limits_0^{x_0}\frac{\psi(\xi)\exp\left[-\dfrac{(x-\xi)^2}{4a^2t}\right]d\xi}{2a\sqrt{\pi t}}.$$

Полагая в случае $b \neq 0$

$$h_2(x, t) = h_0 + \frac{\alpha}{b} + \exp(-bt)\,w_1(x, t), \tag{1.8}$$

сведем задачу (1.3) к следующей:

$$\frac{\partial w_1}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2};\quad w_1[\chi(t), t] = -\frac{\alpha}{b}\exp(bt); \tag{1.9}$$

$$w_1(L, t) = \left(H_2 - h_0 - \frac{\alpha}{b}\right)\exp(bt),\quad (\chi(t) < x < L);$$

$$w_1(x, 0) = \omega_1(x) = \varphi(x) - h_0 - \frac{\alpha}{b},\quad (x_0 < x < L).$$

Если $b=0$, положим

$$h_2(x, t) = -\frac{(\alpha-\varepsilon)}{2a^2}x^2 + h_0 + w_2(\chi, t). \tag{1.10}$$

Из (1.3) найдем

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} = a^2\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2},\quad w_2[\chi(t), t] = \frac{\alpha-\varepsilon}{2a^2}\chi^2(t); \tag{1.11}$$

$$w_2(L, t) = H_2 - h_0 + \frac{\alpha-\varepsilon}{2a^2}L^2,\quad (\chi(t) < x < L);$$

$$w_2(x, 0) = \omega_2(x) = \varphi(x) + \frac{\alpha-\varepsilon}{2a^2}x^2 - h_0,\quad (x_0 < x < L).$$

Решение задач (1.9)—(1.11) можно записать в виде [6]

$$(1.12)\qquad w_i(x,t)=\Phi_i(x,t)+$$

$$+\int_0^t \frac{[x-\chi(\tau)]\exp\left\{-\frac{[x-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\}v_{3i}(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}}+$$

$$+\int_0^t \frac{(x-L)\exp\left[-\frac{(x-L)^2}{4a^2(t-\tau)}\right]v_{4i}(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}};$$

$$\Phi_i(x,t)=\int_{x_0}^{L}\frac{w_i(\xi)\exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2t}\right]d\xi}{2a\sqrt{\pi t}},\quad (i=1,2).$$

В формулах (1.7) и (1.12) $v_1(\tau)$, $v_2(\tau)$, $v_{3i}(\tau)$, $v_{4i}(\tau)$ ($i=1$, 2)—неизвестные функции, они определяются из граничных условий (1.6), (1.9), (1.11), что дает, согласно [6], систему уравнений

$$(1.13)\qquad v_1(t)=\nu_1(t)+\int_0^t P(t,\tau)v_2(\tau)\,d\tau;$$

$$v_2(t)=\nu_2(t)+\int_0^t R(t,\tau)v_2(\tau)\,d\tau+\int_0^t S(t,\tau)v_1(\tau)\,d\tau;$$

$$v_{3i}(t)=\nu_{3i}(t)-\int_0^t R(t,\tau)v_{3i}(\tau)\,d\tau+\int_0^t U(t,\tau)v_{4i}(\tau)\,d\tau;$$

$$v_{4i}(t)=\nu_{4i}(t)+\int_0^t M(t,\tau)v_{3i}(\tau)\,d\tau,\quad (i=1,2).$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$(1.14)\qquad P(t,\tau)=\frac{c\chi(\tau)}{(t-\tau)^{3/2}}\exp\left[-\frac{\chi^2(\tau)}{4a^2(t-\tau)}\right];$$

$$R(t,\tau)=c\,\frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]}{(t-\tau)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\};$$

$$S(t,\tau)=\frac{c\chi(t)}{(t-\tau)^{3/2}}\exp\left[-\frac{\chi^2(t)}{4a^2(t-\tau)}\right];$$

$$U(t,\tau)=\frac{c[L-\chi(t)]}{(t-\tau)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{[\chi(t)-L]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\};$$

$$M(t,\tau)=\frac{c[L-\chi(\tau)]}{(t-\tau)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{[\chi(\tau)-L]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\};$$

$$\nu_1(t)=c[H_1-h_0-F(0,t)];\quad \nu_2(t)=c\left\{-\frac{\alpha}{2a^2}\chi^2(t)+F[\chi(t),t]\right\};$$

$$\nu_{31}(t)=c\left\{-\frac{\alpha}{b}\exp(bt)-\Phi_1[\chi(t),t]\right\},$$

$$\nu_{41}(t)=-c\left\{\left(H_2-h_0-\frac{\alpha}{b}\right)\exp(bt)-\Phi_1(L,t)\right\};$$

$$\nu_{32}(t)=c\left\{\frac{\alpha-\varepsilon}{2a^2}\chi^2(t)-\Phi_2[\chi(t),t]\right\};$$

$$\nu_{42}(t) = -c\left\{H_2 - h_0 + \frac{\alpha - \varepsilon}{2a^2}L^2 - \Phi_2(L, t)\right\};$$

$$(c = [2a\sqrt{\pi}]^{-1}).$$

Подставляя функцию $v_1(t)$ из первого уравнения системы (1.13) во второе и пользуясь формулой Дирихле, получим для функции $v_2(t)$ линейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода с сингулярным ядром типа $K(t, \tau) = G(t, \tau)/\sqrt{t-\tau}$ [7], где $G(t, \tau)$ — регулярная функция

$$v_2(t) = f(t) + \int_0^t Q(t, \tau)\, v_2(\tau)\, d\tau. \tag{1.15}$$

Здесь обозначено

$$Q(t, \tau) = R(t, \tau) + c^2 \int_\tau^t \frac{\chi(t) - \chi(\tau)}{[(t-\sigma)(\sigma-\tau)]^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{4a^2}\left[\frac{\chi^2(t)}{t-\sigma} + \frac{\chi^2(\tau)}{\sigma-\tau}\right]\right\} d\sigma;$$

$$f(t) = \nu_2(t) + \int_0^t S(t, \tau)\, \nu_1(\tau)\, d\tau.$$

Аналогичным образом для функций $v_{3i}(t)$ получим интегральное уравнение того же типа

$$v_{3i}(t) = \varphi_i(t) + \int_0^t W(t, \tau)\, v_{3i}(\tau)\, d\tau; \tag{1.16}$$

$$W(t, \tau) = -R(t, \tau) + c^2 \int_\tau^t \frac{[L - \chi(t)][L - \chi(\tau)]}{[(t-\sigma)(\sigma-\tau)]^{3/2}} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{1}{4a^2}\left[\frac{\{\chi(t) - L\}^2}{t-\sigma} + \frac{\{\chi(\tau) - L\}^2}{\sigma-\tau}\right]\right\} d\sigma;$$

$$\varphi_i(t) = \nu_{3i}(t) + \int_0^t U(t, \tau)\, \nu_{4i}(\tau)\, d\tau.$$

Таким образом, в предположении, что функция $\chi(t)$ известна, задача сводится к решению уравнений (1.15) и (1.16), после чего функции $v_1(t)$ и $v_{4i}(t)$, $(i=1,2)$ определяются из уравнений (1.13)

Подставляя вместо $v_2(\tau)$ и $v_{3i}(\tau)$ в (1.15) и (1.16) правые части этих уравнений, сведем эти уравнения к уравнениям Вольтерра с регулярным ядром

$$v_2(t) = \psi(t) + \int_0^t V_1(t, \tau)\, v_2(\tau)\, d\tau, \tag{1.17}$$

$$v_{3i}(t) = \psi_i(t) + \int_0^t G_1(t, \tau)\, v_{3i}(\tau)\, d\tau,$$

$$\psi(t) = f(t) + \int_0^t Q(t, \tau)\, f(\tau)\, d\tau,$$

$$V_1(t, \tau) = \int_\tau^t Q(t, \sigma)\, Q(\sigma, \tau)\, d\sigma,$$

$$\psi_i(t) = \varphi_i(t) + \int_0^t W(t, \tau)\, \varphi_i(\tau)\, d\tau,$$

$$G_1(t, \tau) = \int_\tau^t W(t, \sigma)\, W(\sigma, \tau)\, d\sigma, \quad (i = 1, 2).$$

Решение уравнений (1.17) принимает вид

$$v_2(t) = \psi(t) + \int_0^t F(t, \tau)\psi(\tau)\, d\tau,$$

$$v_{3i}(t) = \psi_i(t) + \int_0^t F(t, \tau)\psi_i(\tau)\, d\tau,$$

где

$$F(t, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} V_m(t, \tau);$$

$$V_{m+1}(t, \tau) = \int_\tau^t V_1(t, \sigma) V_m(\sigma, \tau)\, d\sigma;$$

$$E(t, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} G_m(t, \tau);$$

$$G_{m+1}(t, \tau) = \int_\tau^t G_1(t, \sigma) G_m(\sigma, \tau)\, d\sigma,$$

причем, если $|V_1(t, \tau)| \leqslant V_0$; $|G_1(t, \tau)| \leqslant G_0$, то имеют место оценки

$$|F(t, \tau)| \leqslant V_0 \exp[V_0(t-\tau)],$$
$$|E(t, \tau)| \leqslant G_0 \exp[G_0(t-\tau)].$$

Остается найти функцию $\chi(t)$.

2. Функция $\chi(t)$ определяется из уравнения (1.4). Пользуясь формулами (1.5) и (1.8), получим условие для нахождения $\chi(t)$ при $b \neq 0$ в виде

$$\frac{\partial u[\chi(t), t]}{\partial x} = \exp(-bt)\frac{\partial w_1[\chi(t), t]}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{a^2}\chi(t). \tag{2.1}$$

Если $b=0$, это условие в силу (1.10) и (1.5) примет вид

$$\frac{\partial u[\chi(t), t]}{\partial x} = \frac{\partial w_2[\chi(t), t]}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{a^2}\chi(t). \tag{2.2}$$

Для нахождения производной $\partial u[\chi(t), t]/\partial x$ преобразуем интеграл

$$I = \int_0^t \frac{[x-\chi(t)]}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{[x-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\} v_2(\tau)\, d\tau,$$

входящий в формулу (1.7), следующим образом

$$I = I_1 + I_2,$$

$$I_1 = \int_0^t \frac{[x-\chi(t)]}{(t-\tau)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{[x-\chi(t)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\} v_2(t)\, d\tau, \tag{2.3}$$

$$I_2 = \int_0^t \frac{N(x, t, \tau)\, d\tau}{(t-\tau)^{3/2}},$$

$$N(x, t, \tau) = [x-\chi(\tau)] \exp\left\{-\frac{[x-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\} v_2(\tau) -$$

$$- [x-\chi(t)] \exp\left\{-\frac{[x-\chi(t)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\} v_2(t).$$

Тогда получим

$$I_1 = -2a\sqrt{\pi}v_2(t)\left[1 - \Phi\left(\frac{\chi(t) - x}{2a\sqrt{t}}\right)\right], \tag{2.4}$$

$$\left(\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z \exp(-s^2)\, ds\right),$$

причем

$$\frac{\partial I_1}{\partial x} = -\frac{2v_2(t)}{\sqrt{t}}\exp\left\{-\frac{[\chi(t) - x]^2}{4a^2 t}\right\}. \tag{2.5}$$

С учетом (2.3)—(2.5), пользуясь формулами (1.7), получим выражение для производной $\partial u[\chi(t),\ t]/\partial x$

$$\begin{aligned}\frac{\partial u[\chi(t),t]}{\partial x} &= \frac{\partial F[\chi(t),t]}{\partial x} - \frac{2v_2(t)}{\sqrt{t}} + \\ &+ \int_0^t \frac{\exp\left[-\frac{\chi^2(t)}{4a^2(t-\tau)}\right]v_1(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}} + \int_0^t \frac{v_2(\tau) - v_2(t)}{(t-\tau)^{3/2}}\,d\tau - \\ &- \frac{\chi^2(t)}{2a^2}\int_0^t \frac{\exp\left[-\frac{\chi^2(t)}{4a^2(t-\tau)}\right]v_1(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{5/2}} + \\ &+ \int_0^t \frac{\left\{\exp\left\{-\frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\} - 1\right\}}{(t-\tau)^{3/2}}\,v_2(\tau)\,d\tau - \\ &- \frac{1}{2a^2}\int_0^t \frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{(t-\tau)^{5/2}}\exp\left\{-\frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\}v_2(\tau)\,d\tau.\end{aligned} \tag{2.6}$$

Используя преобразования, аналогичные (2.3)—(2.5), из формул (1.12) найдем выражение для производных $\partial w_i[\chi(t),\ t]/\partial x$

$$\begin{aligned}\frac{\partial w_i[\chi(t),t]}{\partial x} &= \frac{\partial \Phi_i[\chi(t),t]}{\partial x} - \frac{2v_{3i}(t)}{\sqrt{t}} + \\ &+ \int_0^t \frac{\exp\left\{-\frac{[L-\chi(t)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\}v_{4i}(\tau)\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}} + \int_0^t \frac{[v_{3i}(\tau) - v_{3i}(t)]\,d\tau}{(t-\tau)^{3/2}} - \\ &- \frac{1}{2a^2}\int_0^t \frac{[L-\chi(t)]^2}{(t-\tau)^{5/2}}\exp\left\{-\frac{[L-\chi(t)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\}v_{4i}(\tau)\,d\tau + \\ &+ \int_0^t \frac{\left[\exp\left\{-\frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\} - 1\right]}{(t-\tau)^{3/2}}\,v_{3i}(\tau)\,d\tau - \\ &- \frac{1}{2a^2}\int_0^t \frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{(t-\tau)^{5/2}}\exp\left\{-\frac{[\chi(t)-\chi(\tau)]^2}{4a^2(t-\tau)}\right\}v_{3i}(\tau)\,d\tau.\end{aligned} \tag{2.7}$$

Подставляя выражения (2.6) и (2.7) в уравнения (2.1) и (2.2) и умножая полученные уравнения на $\sqrt{t}$, получим нелинейные интегральные уравнения для нахождения функции $\chi(t)$. Эти уравнения можно для краткости записать в виде

$$\Omega_i[\chi(t), t] = \int\limits_0^t \psi_i[\chi(t), t, \chi(\tau), \tau]\,d\tau, \quad (i = 1, 2), \tag{2.8}$$

где введены обозначения

$$\Omega_1[\chi(t), t] = -2\nu_2(t) + 2\exp(-bt)\,\nu_{31}(t) + \\ + \sqrt{t}\left\{\frac{\partial F[\chi(t), t]}{\partial x} - \frac{\alpha\chi(t)}{a^2} - \exp(-bt)\frac{\partial \Phi_1[\chi(t), t]}{\partial x}\right\};$$

$$\Omega_2[\chi(t), t] = -2\nu_2(t) + 2\nu_{32}(t) + \sqrt{t}\left\{\frac{\partial F[\chi(t), t]}{\partial x} - \right. \\ \left. - \frac{\partial \Phi_2[\chi(t), t]}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{a^2}\chi(t)\right\}.$$

Уравнение (2.8) можно записать также одним из двух следующих способов:

$$\chi(t) = \nu_1(t) Q_{1i}[\chi(t), t] \tag{2.9}$$

или

$$L - \chi(t) = \nu_{4i}(t) Q_i[\chi(t), t]. \tag{2.10}$$

Здесь Q_{1i} и Q_i ($i=1, 2$) — некоторые нелинейные операторы. Применяя к (2.9) и (2.10) метод последовательных приближений

$$\chi_{m+1}(t) = \nu_1(t) Q_{1i}[\chi_m(t), t], \quad \chi_0(t) = 0; \tag{2.11}$$

$$L - \chi_{m+1}(t) = \nu_{4i}(t) Q_i[\chi_m(t), t], \quad \chi_0(t) = L,$$

получим неравенства ($\|\chi\| = \max|\chi(t)|$)

$$\|\chi_{m+1} - \chi_m\| \leqslant q\|\chi_m - \chi_{m-1}\|. \tag{2.12}$$

Последовательные приближения $\chi_m(t)$ сходятся, если $q < 1$. Из формул (2.11), (2.12) и (1.14) ясно, что этому неравенству можно удовлетворить по крайней мере при некоторых ограничениях, наложенных на константы, входящие в условия задачи, и на функцию $\varphi(x)$.

Поступила 20 IX 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. **Веригин Н. Н.** Нагнетание вяжущих растворов в целях повышения прочности и водонепроницаемости оснований гидротехнических сооружений.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1952, № 5.
2. **Камынин Л. И.** Об одной задаче гидротехники.—«Докл. АН СССР», 1962, т. 143, № 4.
3. **Рубинштейн Л. И.** Проблема Стефана. Рига, «Звайгзне», 1967.
4. **Бегматов А.** О фильтрации вблизи новых каналов и водохранилищ.—«Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа», 1974, № 1.
5. **Кочина Н. Н.** Об одном решении уравнения диффузии с нелинейной правой частью.— ПМТФ, 1969, № 4; ПМТФ, 1974, № 4.
6. **Тихонов А. Н., Самарский А. А.** Уравнения математической физики. М.— Л., Гостехиздат, 1951.
7. **Мюнтц Г.** Интегральные уравнения, ч. 1. Линейные уравнения Вольтерра. М.— Л., Гостехиздат, 1934.