

## ВЛИЯНИЕ ГАЗИФИЦИРУЮЩЕЙСЯ ИНЕРТНОЙ ДОБАВКИ НА ВОЛНУ САМОРАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИНТЕЗА

УДК 536.46

Э. Н. Руманов, А. Г. Мержанов

Институт структурной макрокинетики РАН, 142432 Черноголовка

*Инертная добавка, газифицируясь в волне самораспространяющегося высокотемпературного синтеза, образует вместе с жидкими компонентами (реагентами или продуктами реакции) пену. Изучена структура такой волны. Рассмотрена газификация в зоне реакции и в зоне прогрева. В последнем случае волна подвержена своеобразной неустойчивости.*

Получение высокопористых материалов — одна из областей применения самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС), развивающихся в последние годы [1–3]. Высокая пористость обеспечивается выделением газа в волне СВС, причем этот газ необходимо удержать в пределах системы. Если в месте выделения газа имеется жидкость, то образуется пена и газ удерживается. Образование пены возможно, прежде всего, в результате реакции разложения жидкости, когда хотя бы один из продуктов разложения — газ. Соответствующая волна горения рассматривалась в [4], причем газовыделение предполагалось мгновенным. Противоположный предельный случай — время выделения газа велико по сравнению с временем реакции — приводит к задаче о распаде пересыщенного раствора газа в жидкости, которая кратко рассмотрена в [5]. Когда среди продуктов реакции нет газа, образование пены можно обеспечить введением газифицирующейся инертной добавки. Такая волна СВС была экспериментально реализована в [1]. В данной работе горение СВС-системы с газифицирующейся инертной добавкой исследуется теоретически. Предполагается, что газификация идет как фазовый переход при определенной температуре  $T_s$ .

Эндотермический фазовый переход в структуре горения рассматривался в [6, 7]. Было показано, что если температура перехода  $T_s$  значительно ниже температуры горения  $T_b$ , т. е. попадает в зону прогрева, то переход является фронтальным и сопровождается скачком теплового потока на фронте. Этот случай впервые рассчитан (применительно к горению пороха) в [8]. Если же  $T_s$  приближается к температурам зоны реакции, волна перестраивается, формируется температурное плато ( $T(x) = T_s$ ), где местная скорость фазового перехода определяется тепловыделением от реакции в соответствующей точке. Превращение структуры со скачком теплового потока в структуру с температурным плато описано в [7] в общем виде, причем изменение плотности не было предметом особого внимания, так как работа ориентирована на системы с плавлением одного из компонентов (металла). Поэтому сначала мы дадим упрощенное описание волны с фазовым переходом инертной добавки, а затем воспользуемся выписанными соотношениями при анализе динамики расширения и ее следствий.

## УПРОЩЕННОЕ ОПИСАНИЕ ВОЛНЫ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ ИНЕРТНОЙ ДОБАВКИ

Пусть плотность всех конденсированных (твёрдых и жидких) компонентов одинакова и равна  $\rho_s$ . Температура горения  $T_b$  подчиняется соотношению

$$c(T_b - T_0) = Q(1 - a_0) - Q_s a_0, \quad (1)$$

где  $a_0$  — концентрация добавки в исходной смеси;  $c$  — теплоемкость, одинаковая для всех фаз реагентов, продуктов и добавки;  $T_0$  — начальная температура;  $Q$  — теплота реакции;  $Q_s$  — теплота испарения добавки (плавление добавки и других компонентов рассматривать не будем, чтобы не загромождать записи; эти процессы не оказывают качественного влияния на эффекты, которые будут обсуждаться ниже). Термовая структура стационарной волны подчиняется уравнениям

$$\lambda T'' - U c T' + Q \rho \Phi(\eta, T) = 0, \quad U \eta' = \rho \Phi,$$

из которых можно получить [9] «фазовое» уравнение, связывающее  $T$  и  $\eta$ . С учётом инертной добавки, испытывающей фазовый переход, это уравнение принимает вид

$$\frac{dT}{d\eta} = \frac{U^2}{\lambda \rho \Phi} [c(T - T_0) + Q_s a_0 \Theta(T - T_s) - Q(1 - a_0)\eta]. \quad (2)$$

Здесь  $\eta$  — глубина превращения в трехкомпонентной системе (исходная смесь, продукты реакции, инертная добавка);  $U$  — массовая скорость горения;  $\lambda$  — теплопроводность;  $\rho$  — плотность;  $\Phi = f(\eta)k \exp(-E/RT)$ ;  $\Theta$  — функция Хевисайда,  $\Theta(x < 0) = 0$ ,  $\Theta(x > 0) = 1$ . Границные условия к (2):

$$T = T_0, \quad \eta = 0; \quad T = T_b, \quad \eta = 1 \quad (3)$$

— позволяют наряду с функцией  $T(\eta)$  определить скорость  $U$ . При интегрировании (2) необходимо также иметь в виду скачок  $\lambda$  и  $\rho$  при  $T = T_s$ , обусловленный расширением.

Если разность  $T_b - T_s$  достаточно велика, поверхность раздела фаз для инерта оказывается в зоне прогрева,  $\eta(T_s) \approx 0$ . Будем уменьшать  $T_0$  (или увеличивать  $a_0$ ) так, чтобы  $T_b$  приближалась к  $T_s$ . Согласно (2) на кривой  $T(\eta)$  имеется излом в точке  $T_s$ , которая делит зону реакции на две части. Пока

$$c(T_s - T_0) > Q(1 - a_0)\eta_s,$$

где  $\eta_s = \eta(T_s)$ , тепла реакции в первой части недостаточно для движения волны. Реакция во второй части не только обеспечивает фазовый переход, но и подпитывает теплом первую часть. Но при

$$\eta_s = \eta_c = c(T_s - T_0)Q^{-1}(1 - a_0)^{-1} \quad (4)$$

интенсивность подпитки падает до нуля, первая часть зоны реакции становится ведущей, скорость волны определяется равенством

$$U^{-2} \approx \int_0^{\eta_c} [c(T_s - T_0) - Q(1 - a_0)\eta] \frac{d\eta}{f(\eta)} \left[ \int_{T_s}^{T_b} \lambda \rho k \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) dT \right]^{-1} \quad (5)$$

и не зависит от  $T_b$  (волна 2-го рода). Фронтальный фазовый переход «растягивается» в температурное плато  $T = T_s$ , скорость перехода определяется теплом, которое дает

реакция в данной точке. Глубина превращения в конце плато

$$\eta_M = \eta_c + Q_s a_0 Q^{-1} (1 - a_0)^{-1}, \quad (6)$$

а ширина плато

$$l_M = U \int_{\eta_c}^{\eta_M} \frac{d\eta}{\rho \Phi(T_s, \eta)}. \quad (7)$$

Здесь и далее индекс  $s$  соответствует фазовому переходу,  $c$  — критическому эффекту (переходу от фронтального фазового перехода к объемному),  $M$  — температурному плато ( $M$ -зона).

Условие перестройки волновой структуры находится из соотношения (4). Второе соотношение между величинами  $\eta_c$  и  $T_s$  следует из (5) и равенства

$$\lambda \rho k N (T_b - T_s) \exp \left( - \frac{E}{RT_b} \right) = U^2 \int_{\eta_c}^1 [c(T_b - T_0) + Q_s a_0 - Q(1 - a_0)\eta] \frac{d\eta}{f}, \quad (8)$$

полученного приближенным интегрированием (2) от точки  $T = T_s$ ,  $\eta = \eta_c$  до  $T = T_b$ ,  $\eta = 1$ ;  $N \approx 1$  — численный множитель. Исключив  $U$  из (5) и (8), имеем

$$\frac{EN}{RT_s^2} (T_b - T_s) \approx \int_{\eta_c}^1 (1 - \eta) \frac{d\eta}{f} \left[ \int_0^{\eta_c} (\eta_c - \eta) \frac{d\eta}{f} \right]^{-1} < 1. \quad (9)$$

Таким образом, температурное плато формируется при условии  $T_b - T_s \leq RT_b^2/E$ . Ввиду малости этого температурного интервала можно переписать (4) в виде

$$\eta_c \approx 1 - Q_s a_0 [Q(1 - a_0)]^{-1}. \quad (10)$$

Выписав формулы, характеризующие тепловую структуру волны горения для рассматриваемой простой модели, исследуем влияние расширения на свойства волны. Обратимся сначала к случаю температурного плато.

### «ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ» РАСШИРЕНИЕ

В этой структуре ведущая зона расположена впереди плато, скорость волны определяется равенством (5) и не зависит от тепловых процессов в пределах плато. Поэтому остается найти профиль давления и другие параметры зоны расширения. Эту зону можно изучить с помощью уравнений

$$\frac{dv}{dx} = \mu^{-1} (p - p_0), \quad (11)$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{k}{v} f(\eta) \exp \left( - \frac{E}{RT_s} \right) \quad (12)$$

с граничными условиями

$$x = 0, \quad v = U/\rho_s = u, \quad \eta = \eta_c. \quad (13)$$

Здесь  $v$  — скорость расширения (в системе отсчета, связанной с волной),  $p$  — давление,  $p_0$  — его «внешнее» значение,  $\mu$  — вторая вязкость. Конкретный вид функции  $f(\eta)$  обычно играет существенную роль лишь вблизи  $\eta = 1$ . Так как расширение заканчивается раньше

этой точки, далее положим  $f = 1$ . Динамическое уравнение (11) есть следствие уравнения Навье — Стокса, если предположить одномерный характер расширения. Как сказано выше, плотности всех конденсированных фаз приняты одинаковыми, соответствующая величина в (13) обозначена как  $\rho_s$ .

Чтобы замкнуть задачу (11)–(13), необходимо исключить давление. Для этого используем уравнение непрерывности

$$\rho v = \rho_s u, \quad (14)$$

где

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1-a}{\rho_s} + \frac{a}{\rho_g}, \quad (15)$$

$a$  — массовая доля добавки, претерпевшая к данному моменту газификацию. Плотность газа пропорциональна давлению,

$$\rho_g = p u_s^{-2}, \quad (16)$$

где постоянная выражена через величину  $u_s$ , имеющую порядок скорости звука в газе. Удобно перейти от  $\eta$  к  $a$  в качестве зависимой переменной с помощью соотношения

$$Q d\eta = Q_s da, \quad (17)$$

справедливого в пределах плато. Соответствующее граничное условие —

$$x = 0, \quad a = 0. \quad (18)$$

Выписанных равенств достаточно для расчета расширения при заданной скорости  $u$ . Приступая к расчету, введем новые (безразмерные) переменные  $\xi$  и  $w$ :

$$x = \xi \rho_s u_s^2 u \mu p_0^{-2}, \quad v = w \rho_s u_s^2 u p_0^{-1}. \quad (19)$$

После несложных преобразований приходим к задаче

$$\frac{dw}{d\xi} = a[w - \varepsilon(1-a)]^{-1} - 1, \quad (20)$$

$$\frac{da}{d\xi} = \delta w^{-1}, \quad (21)$$

$$\xi = 0, \quad w = \varepsilon, \quad a = 0, \quad (22)$$

содержащей параметры

$$\varepsilon = \frac{p_0}{\rho_s u_s^2}, \quad \delta = \frac{Q_r \mu}{Q_s p_0 \tau}, \quad (23)$$

где  $\tau^{-1} = k \exp(-E/RT_s)$ . Малость параметра  $\varepsilon$  очевидна: обычно масштаб давления  $\sim \rho_g u_s^2$ , а  $\rho_g \ll \rho_s$ . Что касается величины  $\delta$ , то она существенно зависит от  $\mu$  и  $\tau$ . В опытах [1] роль  $\mu$  должна играть вязкость супензии мелкодисперсной сажи в жидком титане, предполагаемая достаточно большой. Выберем  $\mu = 0,1$  Па·с (что в 100 раз больше вязкости воды),  $\tau = 10^{-3}$  с,  $Q/Q_s = 10$ ,  $p_0 = 10^5$  Па. Тогда  $\delta \sim 10^{-2}$ .

Проанализируем «фазовую траекторию» расширения — интегральную кривую уравнения

$$\frac{dw}{da} = \frac{w}{\delta} \left[ \frac{a}{w - \varepsilon(1 - a)} - 1 \right], \quad (24)$$

выходящую из седловой точки ( $a = 0, w = \varepsilon$ ) под положительным углом (по мере газификации скорость  $w$  растет). Приближенная форма

$$w = \varepsilon + Ba, \quad B = \sqrt{(\varepsilon/2\delta)^2 + \varepsilon/\delta} - \varepsilon/2\delta, \quad (25)$$

пригодна для этой сепаратрисы, пока  $a < \varepsilon/B$ . При больших  $a$  уравнение (24) можно приближенно считать линейным и записать решение в виде

$$w \approx a - \delta(1 - \exp(-a/\delta)), \quad (26)$$

учитывающем требование сшивки с (25) при  $a \sim \varepsilon/B$ . Согласно (21), (25), (26) зависимость  $a(\xi)$  во всем интервале изменения  $\xi$  аппроксимируется (качественно) простым выражением

$$a \approx \sqrt{2\delta\xi}. \quad (27)$$

Из (20), (25) и соответствующих размерных соотношений следует, что в начале расширения  $p \approx p_0/B$ . Эта величина не зависит от  $p_0$ , так как  $B$  пропорционально начальному давлению, и составляет (при  $\varepsilon < \delta$ )

$$p_1 = \sqrt{(Q/Q_s)\mu\rho_s u_s^2 \tau^{-1}}. \quad (28)$$

При численных значениях для  $(Q/Q_s)$ ,  $\mu$ ,  $\tau$ , упомянутых выше, и при  $\rho_s = 1 \text{ г}/\text{см}^3$ ,  $u_s^2 = 10^9 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-2}$  получим  $p_1 \approx 3 \text{ атм}$ . Но уже на весьма малых расстояниях давление падает и почти все расширение идет при  $p \approx p_0$ . Действительно, из (20), (26) видно, что разность давлений оказывается малой при  $a > \delta$ , а согласно (27) это значение  $a$  достигается при  $\xi \sim \delta$  или с учетом (19) — при

$$x = x_1 \sim (Q/Q_s)\rho_s u_s^2 u \mu^2 \tau^{-1} p_0^{-3}, \quad (29)$$

численные значения, использованные выше, дают  $x_1 \sim 10^{-5} \text{ см}$ . Постоянство давления почти во всей зоне расширения служит оправданием использованного представления о температурном плато (и соответственно о постоянстве  $\mu$  и  $u_s$ ). В действительности температура  $T_s$  зависит от давления, и эта зависимость в случае испарения достаточно существенна. Как видим, изменение  $T_s$  вместе с  $p$  сосредоточено в тонком слое вблизи  $x = 0$ , так что описанную выше структуру «изотермического» расширения можно считать качественно правильной. Вместе с тем, динамическое повышение давления при образовании пены приходится как раз на окрестность точки  $x = 0$ , где расположена ведущая зона реакции. Поэтому при вычислении скорости горения  $U$  в (5) температуру  $T_s$  нельзя считать заданной ( $T_s(p_0)$ ); согласно (28) нужно брать величину  $T_s(p_1)$ . Понятие ведущей зоны [10–12] отвечает тепловому взаимодействию в волне горения, тепловые потоки из тыловой части волны не могут «догнать» ведущую зону. Но динамическое воздействие «тыла» возможно, как описано выше. Другой пример такого воздействия — детонационная волна, скорость которой не может быть меньше скорости звука в продуктах детонации, иначе волна разгрузки догонит и разрушит детонационный фронт [13].

## РАСШИРЕНИЕ В ЗОНЕ ПРОГРЕВА

Фронт испарения под действием теплового потока из зоны реакции рассмотрен в [8]. В нашем случае, в отличие от [8], испаряется только инертная добавка, позади фронта испарения остается не газ, а двухфазная среда (пена). При этом строго фронтальное испарение неосуществимо: частица добавки размером  $d$  испаряется за время

$$\tau_1 \sim d^2 \chi^{-1} (\rho_s / \rho_g) Q_s [c(T_b - T_s)]^{-1}, \quad (30)$$

где  $\chi$  — температуропроводность газа; вместо фронта (поверхности) получается зона испарения шириной  $\pi \tau_1$ .

Если часть добавки испаряется позади зоны реакции, то температура в этой зоне  $T_m > T_b$ , а в зоне продуктов к концу испарения пена охлаждается до значения  $T_b$ . Повышение температуры реакции ускоряет волну, зона прогрева сужается, в ней успевает испариться еще меньшая доля добавки, что ведет к дальнейшему увеличению  $T_m$ . Такая обратная связь может стать причиной срыва для рассматриваемого режима.

Массовую долю газа в зоне реакции запишем в виде

$$a \approx a_0(1 - \varepsilon_1 z), \quad (31)$$

где

$$z = \left( \frac{u}{u_0} \right)^2, \quad \varepsilon_1 = \frac{\tau_1 u_0^2}{\chi} \frac{T_b - T_0}{T_b - T_s}, \quad (32)$$

$u_0$  — скорость волны при  $\tau_1 \rightarrow 0$ . Равенство (31) записано при условии, что время  $\tau_1$  хотя и не равно нулю, но достаточно мало,  $\varepsilon_1 \ll 1$ . В согласии с (31) вместо (1) запишем

$$c(T_m - T_0) = Q(1 - a_0) - Q_s a_0 (1 - \varepsilon_1 z) \quad (33)$$

и, вычитая (1) из этого равенства, получим

$$c(T_m - T_b) \approx Q_s a_0 \varepsilon_1 z. \quad (34)$$

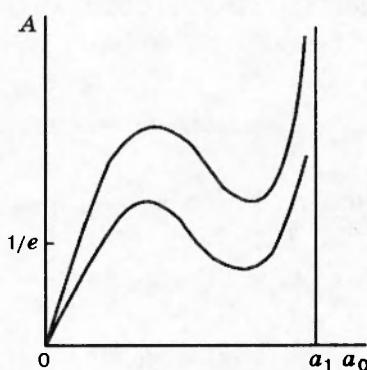
Предполагая, аналогично [14], экспоненциальную зависимость скорости горения от температуры в зоне реакции, получим второе соотношение между  $z$  и  $T_m$ :

$$z \approx \exp[(E/RT_b^2)(T_m - T_b)]. \quad (35)$$

Согласно (34), (35) поведение рассматриваемой волны зависит от параметра

$$A = \frac{Q_s a_0 E}{c \cdot R T_b^2} \varepsilon_1. \quad (36)$$

При  $A > 1/e$  решений нет, а при  $A < 1/e$  имеется два решения. Верхняя ветвь  $z(A)$  падающая, уменьшение затрат тепла на испарение замедляет волну. Такое нефизическое поведение отвечает, очевидно, неустойчивому решению. Слияние устойчивого и неустойчивого решений при  $A = 1/e$  означает срыв данного режима. На рисунке схематически показана зависимость  $A$  от концентрации добавки  $a_0$ . Согласно (32), (36) при малых  $a_0$  имеет место линейный рост, затем  $A$  убывает, поскольку температура горения (и вместе с нею  $u_0$ ) понижается по мере разбавления. Наконец, вблизи  $a_1$  параметр  $A$  растет неограниченно благодаря знаменателю в (32). Величина  $a_0 = a_1$  отвечает условию  $T_b(a_1) = T_s$ . Видно, что в зависимости от времени  $\tau_1$  и других параметров либо имеется одна область существования волн с фронтом испарения (при малых  $a_0$ ), либо появляется еще одна

Примеры зависимости  $A(a_0)$  для двух значений  $\tau_1$ 

область — вблизи  $a_0 = a_1$ . Однако в этой области  $T_s \approx T_b$  и согласно [7] реализуется режим с температурным плато. Не исключено, что в результате срыва на границе области устойчивости при малых концентрациях добавки также формируется режим с температурным плато. Таким образом, фронтальное испарение возможно лишь при малых  $a_0$  и, следовательно, малом расширении.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подытожим основные результаты данного исследования. Когда температуры горения и газификации близки, пена образуется позади ведущей зоны реакции. В самом начале выделения газа (т. е. вблизи ведущей зоны) имеет место пик давления и, следовательно, перегрев фазового перехода. Однако давление релаксирует на расстояниях, малых по сравнению с шириной волны, так что практически все расширение идет в изотермических условиях. Согласно (28) пик не зависит от внешнего давления  $p_0$ . Поэтому от  $p_0$  не зависят ни перегрев ведущей зоны, ни скорость горения.

Режим с фронтальной газификацией впереди зоны реакции в большинстве случаев неустойчив. Поэтому образование пены отстает от реакции, за исключением смесей с малой концентрацией газифицирующейся добавки. Можно сказать, что инерционность испарения частиц добавки размывает фронт газификации. В результате процессы образования пены попадают в зону догоорания. Пока концентрация добавки мала, скорость волны падает по мере разбавления смеси. Но затем происходит трансформация в волну 2-го рода, как это описано в предыдущем параграфе, и скорость перестает зависеть от  $a_0$ . Наконец, при  $a_0 > a_1$  температура горения ниже  $T_s$  и скорость вновь падает.

Работа выполнена в рамках программы сотрудничества РКА — НАСА (договор № 920/5208/95).

### ЛИТЕРАТУРА

- Штейнберг А. С., Щербаков В. А., Мартынов В. В. и др. Самораспространяющийся высокотемпературный синтез высокопористых материалов в невесомости // Докл. АН СССР. 1991. Т. 318, № 2. С. 337–341.

2. Merzhanov A. G. Combustion and structure formation in SHS processes for microgravity conditions // Third Intern. Microgravity Combust. Workshop. NASA Conf. Publ. 10174. 1995. P. 159.
3. Moor J. Combustion synthesis of ceramic-metal composite materials in microgravity // Ibid. P. 165.
4. Максимов Э. И., Мержанов А. Г. К теории горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. 1966. Т. 2, № 1. С. 47–58.
5. Руманов Э. Н., Мержанов А. Г. Эволюция пены в невесомости // Докл. РАН. 1996. Т. 347, № 3.
6. Мержанов А. Г. Новые элементарные модели горения второго рода // Докл. АН СССР. 1977. Т. 233, № 6. С. 1130–1133.
7. Алдушин А. П., Мержанов А. Г. Безгазовое горение с фазовыми превращениями // Докл. АН СССР. 1977. Т. 236, № 5. С. 1133–1136.
8. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // ЖЭТФ. 1942. Т. 12. С. 498–524.
9. Новожилов Б. В. Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Докл. АН СССР. 1961. Т. 141. С. 151–154.
10. Мержанов А. Г. О роли диспергирования при горении порохов // Докл. АН СССР. 1960. Т. 135, № 6. С. 1439–1441.
11. Мержанов А. Г., Руманов Э. Н., Хайкин Б. И. Многозонное горение конденсированных систем // ПМТФ. 1972. № 6. С. 99–105.
12. Мержанов А. Г., Руманов Э. Н. Нелинейные эффекты в макроскопической кинетике // Успехи физ. наук. 1987. Т. 151. С. 553–593.
13. Jouguet E. Mecanique des Explosifs. Paris: Delagrave, 1917.
14. Зельдович Я. Б. Теория предела распространения тихого пламени // ЖЭТФ. 1941. Т. 11. С. 159–167.

Поступила в редакцию 3/VI 1996 г.,  
в окончательном варианте — 15/X 1996 г.

---