УДК 534.22.2+621.7.044.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕРМОПАРАХ В УСЛОВИЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ

В. В. Пай, И. В. Яковлев, Г. Е. Кузьмин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Исследуются электромагнитные процессы в плоских термопарах, выполненных из металлов с изменяющейся проводимостью в условиях динамического нагружения, под действием бегущей нагрузки. Показано, что распределение электрического потенциала на поверхности термопары содержит информацию о поле скоростей и напряженном состоянии материалов, составляющих термопару. Предложен экспериментальный метод, позволяющий проверить адекватность теоретических моделей среды в условиях высокоскоростной деформации. В качестве иллюстрации проведены численные эксперименты на примере течения идеальной несжимаемой жидкости.

Динамические методы воздействия на материалы привлекают большое внимание, поскольку позволяют создавать новые материалы и улучшать свойства существующих металлов и сплавов. Импульсное приложение нагрузки приводит к изменениям структуры и физико-механических характеристик нагружаемых материалов. Механизмы деформации материалов при динамическом нагружении и в квазистатических условиях, определяемые как исходной структурой, так и напряженным состоянием вещества в нагруженной области, значительно различаются. В этой связи актуальным является развитие методов исследования напряженного состояния материалов в процессе динамического нагружения.

Известно использование термопарного эффекта для измерения температуры при одноосном сжатии металлов ударными волнами, при плоском установившемся течении, возникшем под действием импульсных нагрузок, и в условиях кумуляции [1–3]. В данной работе обсуждается принципиальная возможность применения термопарного эффекта для получения информации о поле скоростей и напряженном состоянии металлов при динамическом нагружении.

Будем изучать поведение плоской термопары толщиной h_0, состоящей из слоев металлов 1 и 2. По поверхности термопары с постоянной скоростью u распространяется не меняющаяся во времени распределенная нагрузка (рис. 1). Коэффициенты термоЭДС металлов $S_1(T)$ и $S_2(T)$ зависят только от температуры, а коэффициенты электропроводности $\sigma_1 = \sigma_1(p)$ и $\sigma_2 = \sigma_2(p)$ определяются давлением p. Чтобы выделить принципиально важные моменты и не усложнять изложения, считаем толщины слоев и механические характеристики металлов одинаковыми. Течение рассматривается в декартовых координатах x, y, z. Тогда в системе отсчета, связанной с нагрузкой, течение двухслойной неограниченной струи можно считать плоским и установившимся. Границы струи обозначим G_1, G_2, границу раздела слоев — Г, элементы длин границ — dg_1; dg_2, $d\gamma$ соответственно.

В результате воздействия нагрузки $p(g_1)$ на термопару произойдет ее неоднородный нагрев, который приведет к появлению вихревых токов и магнитного поля во всем объеме термопары. Распределение электрического потенциала на границах G_1 и G_2 будет связано как

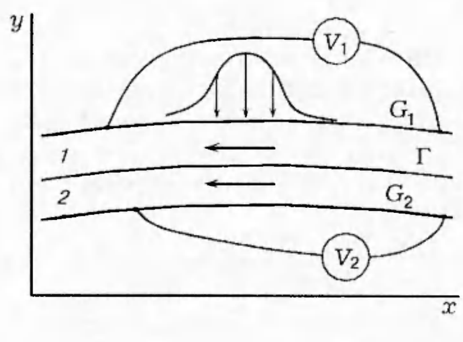

Рис. 1. Схема течения двуслойной струи, нагружаемой распределенным импульсом давления: *1, 2* — области, занятые металлами 1 и 2

с распределением $T(\gamma)$ температуры на границе Г, так и с полем скоростей и напряженным состоянием металлов в струе. Действительно, для частицы металла, движущейся со скоростью $\mathbf{u}$, дифференциальный закон Ома с учетом термоэлектрического эффекта имеет вид

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{e}\nabla\eta + \frac{1}{\sigma}\mathbf{j} + S\nabla T - \mu_0\mathbf{u}\times\mathbf{H}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ — векторы напряженности электрического и магнитного полей, $\mathbf{j}$ — плотность тока, η — химический потенциал, T — температура, e — заряд электрона, μ_0 — магнитная постоянная. Напряженность магнитного поля $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H$, где $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор оси z, H — z-составляющая магнитного поля. Применив операцию rot к (1) и учитывая, что в стационарном случае $\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0$, получим

$$\nabla\Big(\frac{1}{\mu_0\sigma}\nabla H\Big) - \operatorname{div}(H\mathbf{u}) = 0. \qquad (2)$$

На границах G_1, G_2 ввиду условия непротекания тока

$$H = 0. \qquad (3)$$

На границе металлов Г напряженность магнитного поля $\mathbf{H}$ непрерывна и связана с распределением температуры $T(\gamma)$ соотношением [2]

$$\frac{1}{\sigma_1}\frac{\partial H}{\partial n}\Big|_1 + \frac{1}{\sigma_2}\frac{\partial H}{\partial n}\Big|_2 = (S_1 - S_2)\frac{\partial T}{\partial\gamma}, \qquad (4)$$

где $\dfrac{\partial H}{\partial n}\Big|_k$ — производные по нормали, причем вектор нормали направлен от границы Г внутрь k-й области ($k = 1, 2$).

Показания вольтметров, каждый из которых одним концом подключен к точке с координатой g_k, а другим — к точке, бесконечно удаленной вверх по потоку, дается выражением [2] с учетом того, что $\mathbf{u}\cdot\mathbf{n} = 0$ на границе G_k:

$$V_k(g_k) = \int_{g_k}^{\infty}\frac{1}{\sigma_k}\nabla H\,\mathbf{n}\,dg_k, \qquad k = 1, 2,$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к G_k. Покажем, как по зависимости $V_2(g_2)$ определить значение H во всей области, занимаемой металлом 2. Пусть $H = H(\gamma, x, y)$ — решение уравнения (2) с граничными условиями $H = 0$ на границе G_2 и

$$\frac{1}{\sigma_2}\frac{\partial H}{\partial n}\Big|_2 = \alpha\delta(\gamma - \gamma_0)$$

на Г, где $\delta(\gamma - \gamma_0)$ — дельта-функция Дирака. Обозначим производную по нормали к G_2 в точке g_2 как

$$K(\gamma, g_2) = \frac{\partial H(\gamma, x, y)}{\partial n}.$$

Тогда при граничном условии на Г

$$\frac{1}{\sigma_2}\frac{\partial H}{\partial n}\Big|_2 = \alpha f(\gamma)$$

имеем

$$V_2(g_2) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\gamma, g_2) f(\gamma)\,d\gamma. \qquad (5)$$

Для определения $f(\gamma)$ получили некорректное уравнение Фредгольма 1-го рода, которое может быть решено методами регуляризации с использованием априорной информации о гладкости искомого решения [2]. Определив $f(\gamma)$, найдем $H(\gamma)$ и в области *1* (см. рис. 1) будем решать уравнение (2) с граничными условиями $H = H(\gamma)$ и $H = 0$ на границах Г и G_1 соответственно. Определив $H(x, y)$ во всей области *1*, найдем

$$V_1(g_1) = \int_{g_1}^{\infty}\frac{1}{\sigma_1(p)}\nabla H\,\mathbf{n}\,dg_1. \qquad (6)$$

Распределение температуры $T(\gamma)$ на границе Г можно найти из соотношения (4). Заметим, что при определении $K(\gamma, g_2)$ и, следовательно, $f(\gamma)$ используется информация только о поле скоростей в области *2*, но не о поле температур или напряженном состоянии металла 2.

Для вычисления $V_1(g_1)$ необходимо знание как поля скоростей, так и распределение давления в области *2*. Это обстоятельство позволяет предложить простой экспериментальный метод проверки адекватности той или иной модели среды. Суть метода заключается в том, что по экспериментально определенной зависимости $V_2(g_2)$ и рассчитанным полям скоростей и напряжений вычисляется $V_1(g_1)$. Путем сопоставления $V_1(g_1)$ с экспериментально определенным напряжением на границе G_1 можно сделать вывод о соответствии модели реальному поведению материала при динамическом нагружении.

В тех случаях, когда поле скоростей может быть определено с достаточной точностью, например при условии $|\mathbf{u} - \mathbf{u}_0|/|\mathbf{u}_0| \ll 1$, зависимость $V_1(g_1)$ будет содержать информацию только о напряженном состоянии металла в области *1*. С другой стороны, хорошо известно, что результаты расчетов кинематических параметров для различных моделей сплошных сред наименее чувствительны к выбору определяющих соотношений среды по сравнению с другими механическими и термодинамическими величинами.

Для оценки величин V_1, V_2 с целью выяснения возможности их измерения рассмотрим термопару как струю идеальной несжимаемой жидкости, имеющую на бесконечности толщину h_0 и скорость U_0. К границе G_1 приложена распределенная сила. Введем функцию

$$\xi = \ln \frac{w}{U_0} = \ln \frac{V}{U_0} - i\theta,$$

где $w = V \exp(-i\theta)$ — комплексно-сопряженная скорость, V — модуль скорости течения, θ — угол между вектором скорости и осью x. Введем переменные

$$\varphi = \frac{\varphi'}{U_0 h_0}, \qquad \psi = \frac{\psi'}{U_0 h_0}.$$

Здесь φ', ψ' — обычные потенциал и функция тока, определяемые уравнениями

$$\frac{\partial\varphi'}{\partial x} = u, \quad \frac{\partial\varphi'}{\partial y} = v, \quad \frac{\partial\psi'}{\partial x} = -v, \quad \frac{\partial\psi'}{\partial y} = u,$$

где u, v — компоненты вектора скорости. Пусть

$$\Re(\xi) = \ln \frac{V_1(\varphi)}{U_0} \quad \text{на } G_1,$$
$$\Re(\xi) = 0 \quad \text{на } G_2.$$

С помощью интеграла Шварца определим аналитическую в полосе течения функцию $\xi(\varphi, \psi)$ с точностью до несущественной мнимой постоянной (поворот течения как целого). Интеграл Шварца для полосы единичной ширины имеет вид

$$\xi(\varphi, \psi) = = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Re(\xi(t)) \operatorname{cth} \frac{\pi(t - \varphi - i\psi)}{2}\, dt = = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \frac{V_1(t)}{U_0} \operatorname{cth} \frac{\pi(t - \varphi - i\psi)}{2}\, dt.$$

При этом

$$\Re[\xi(\varphi, \psi)] = \ln \frac{V(\varphi, \psi)}{U_0} = = \int_{-\infty}^{\infty} \ln \frac{V_1(t)}{U_0} \frac{\sin(\pi\psi)}{\operatorname{ch} \pi(t - \varphi) - \cos(\pi\psi)}\, dt.$$

Имеем $\psi = 1$ на G_1 и $\psi = 0$ на G_2. Если на G_1 задано $p_1(g_1)$, то из интеграла Бернулли находим

$$V_1(t) = U_0 \sqrt{1 - \frac{2p_1(g_1(\varphi))}{\rho U_0^2}},$$

причем вдоль линии тока

$$t = \int_0^{g_1} \sqrt{1 - \frac{2p_1(g_1)}{\rho U_0^2}}\, \frac{dg_1}{h_0}.$$

Подставив $V_1(t)$ в интеграл Шварца, получим

$$\frac{V(\varphi, \psi)}{U_0} = \exp[\Re(\xi(\varphi, \psi))].$$

Найдем давление из закона Бернулли:

$$p(\varphi, \psi) = \frac{\rho U_0^2}{2} \Big(1 - \frac{V^2(\varphi, \psi)}{U_0^2}\Big).$$

Теперь для произвольного $\sigma(p) = \sigma(p(\varphi, \psi))$ определим проводимость в любой точке течения. Уравнение (2) и граничные условия (3), (4) в переменных φ, ψ имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\Big(\frac{1}{\mu_0 \sigma U_0 h_0} \frac{\partial H}{\partial\varphi}\Big) + + \frac{\partial}{\partial\psi}\Big(\frac{1}{\mu_0 \sigma U_0 h_0} \frac{\partial H}{\partial\psi}\Big) + \frac{\partial H}{\partial\varphi} = 0, \quad (7)$$

$\psi = 1$, $H = 0$ на G_1, $\psi = 0$, $H = 0$ на G_2,

$$H\Big|_{\psi=0,5+0} = H\Big|_{\psi=0,5-0};$$

$$\frac{1}{\sigma_1} \frac{\partial H}{\partial\psi}\Big|_{\psi=0,5+0} - \frac{1}{\sigma_2} \frac{\partial H}{\partial\psi}\Big|_{\psi=0,5-0} = = (S_1 - S_2) \frac{\partial T}{\partial\varphi} \quad \text{на } \Gamma.$$

Для определенности выберем в качестве металла 1 константан, а металла 2 — манганин. Тогда $\rho \simeq 8{,}6$ г/см^3, $\sigma_1 = \mathrm{const}$, $\sigma_2 = \sigma_2(p)$. Зависимость проводимости манганина от давления возьмем из данных [4], полученных в экспериментах по измерению сопротивления R манганиновых датчиков в ударных волнах разной интенсивности (R_0 — сопротивление при атмосферном давлении):

$$p(R) = 356{,}2 \frac{\Delta R}{R_0} + 42{,}6 \Big(\frac{\Delta R}{R_0}\Big)^2.$$

В качестве модельного распределения давления по поверхности $p(g_1)$ возьмем гауссову кривую

$$p(g_1) = p_{\max} \exp\Big(-\frac{g_1}{m h_0}\Big)^2.$$

Распределение температуры рассчитаем по модели Ми — Грюнайзена. Для иллюстрации характерных величин сигналов на рис. 2 приведены зависимости $V_1(g_1)$, $V_2(g_2)$, рассчитанные по уравнениям (5), (6) после решения

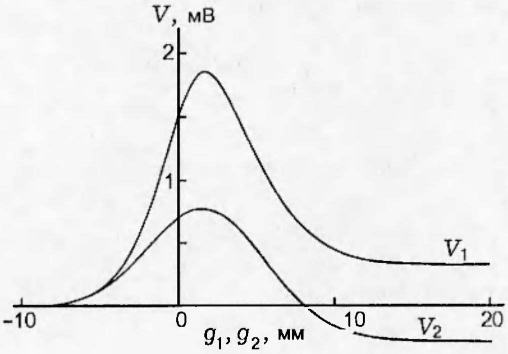

Рис. 2. Распределение электрических напряжений на границах биметаллической струи

уравнения (7) методом установления со следующими значениями параметров: $h_0 = 2$ мм, $U_0 = 3{,}5$ км/с, $p_{\max} = 30$ ГПа, $m = 5$. Как видно из рис. 2, характерные значения напряжений составляют $0{,}5 \div 2$ мВ во временно́м интервале ≈ 10 мкс, что вполне достаточно для их надежного экспериментального определения.

Таким образом, в работе показано, что в ряде практически важных случаев поле напряжений в плоской термопаре определяет распределение электрического потенциала на поверхностях металлов, составляющих термопару. Отсюда следует принципиальная возможность экспериментальной проверки адекватности определяющих уравнений той или иной модели сплошной среды на основе результатов измерений потенциала и сравнения с расчетными значениями, полученными с использованием данной модели среды.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-01072).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ишуткин С. Н., Кузьмин Г. Е., Пай В. В.** К термопарным измерениям температуры при ударном сжатии металлов // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22, № 5. С. 96–104.
2. **Ишуткин С. Н., Кузьмин Г. Е., Пай В. В., Фрумин Л. Л.** Об измерении поля температуры при плоском установившемся течении металла // ПМТФ. 1992. № 2. С. 157–165.
3. **Пай В. В., Кузьмин Г. Е.** Экспериментальное определение температуры металлической струи // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30, № 3. С. 92–95.
4. **Канель Г. И.** Применение манганиновых датчиков для измерения давлений ударного сжатия конденсированных сред. Черноголовка, 1973. (Препр. / АН СССР. Отд-ние ИХФ).

Поступила в редакцию 1/XII 1997 г.