НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ДРЕНЫ ПРИ ОСУШЕНИИ ТОРФЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НАПОРНО-ГРУНТОВОГО ПИТАНИЯ

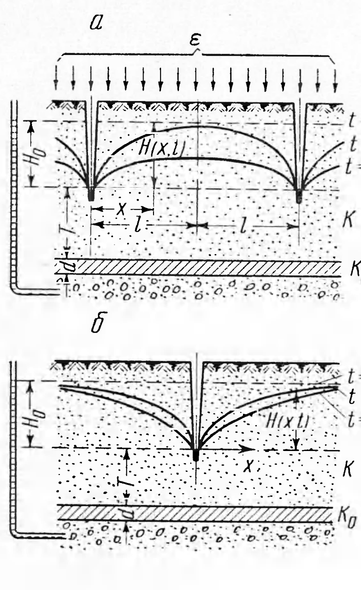
Б. С. Шержуков

(Москва)

Напорно-грунтовый режим питания характерен для ряда торфяников Западной Сибири, подстилаемых хорошо проницаемыми породами, вмещающими достаточно мощный бассейн или поток грунтовых вод, в частности, для притеррасных месторождений первых и вторых надпойменных террас, а также месторождений склонов водоразделов, широко распространенных в пределах Обь-Иртышского междуречья. В таких случаях связь водоносных горизонтов в торфяной залежи и подстилающих породах осуществляется через суглинистые пропластки или через слабопроницаемый слой сильно гумифицированного и насыщенного минеральными включениями торфа.

С учетом этого расчетная схема дренажа отвечает случаю слабопроницаемого водоупора при наличии инфильтрации атмосферных осадков на свободную поверхность грунтовых вод.

Впервые учет слабой проницаемости водоупора произведен П. Я. Полубариновой-Кочиной [1, 2, 3] для случаев фильтрации из водохранилища, полосообразного полива и растекания бугра грунтовых вод.



Фиг. 1

1. Систематический дренаж (фиг. 1, *а*). При рассмотрении задачи в линеаризованной гидравлической постановке исходное дифференциальное уравнение имеет вид

$$a\,\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + b\,(H_0 - H) + \frac{\varepsilon}{\delta} = \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\left(a = \frac{kH^\circ}{\delta}\,, \quad b = \frac{k_0}{\delta d}\right) \tag{1.1}$$

Здесь $H = H(x,\ t)$ — глубина фильтрационного потока, отсчитываемая от горизонта воды в дренах; H_0 — естественный напор грунтовых вод в подстилающем водоносном горизонте при той же системе отсчета, H° — средняя глубина потока; k и δ — коэффициент фильтрации и водоотдача торфяной залежи; k_0 и d — коэффициент фильтрации и мощность слабопроницаемого водоупора; ε — интенсивность инфильтрации атмосферных осадков на свободную поверхность грунтовых вод; t — время.

Полагая $\eta = H_0 + \varepsilon d\,/\,k_0$, представим (1.1) в виде

$$a\,\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - b\,(H - \eta) = \frac{\partial H}{\partial t} \tag{1.2}$$

Задача рассматривается при следующих начальных и граничных условиях

$$H(x,\ 0) = H_0, \qquad H(0,\ t) = 0, \qquad \frac{\partial H(l,\ t)}{\partial x} = 0 \tag{1.3}$$

причем $2l$ — расстояние между дренами.

Осуществив преобразование Лапласа для уравнения (1.2), получим дифференциальное уравнение $U(x,\ p)$ — изображения функции $H(x,\ t)$

$$\frac{d^2 U(x,\ p)}{\partial x^2} - q^2\left[U(x,\ p) - \frac{b\eta}{p\,(b+p)} - \frac{H_0}{b+p}\right] = 0 \tag{1.4}$$

где

$$U(x,\ p) = \int_0^\infty H(x,\ t)\,e^{-pt}dt, \qquad q = \sqrt{\frac{b+p}{a}}$$

Общее решение уравнения (1.4) имеет вид

$$U(x,\ p) - \frac{b\eta}{p\,(b+p)} - \frac{H_0}{b+p} = C\,\mathrm{ch}\,qx + C_1\,\mathrm{sh}\,qx \tag{1.5}$$

Постоянные C и C_1 определяются из граничных условий для изображения; вычисления дают

$$C = -\left[\frac{b\eta}{p\,(b+p)} + \frac{H_0}{b+p}\right], \qquad C_1 = \left[\frac{b\eta}{p\,(b+p)} + \frac{H_0}{b+p}\right]\frac{\mathrm{sh}\,ql}{\mathrm{ch}\,ql}$$

Окончательное выражение для $U(x,\ p)$ примет вид

$$U(x,\ p) = \left[\frac{b\eta}{p\,(b+p)} + \frac{H_0}{b+p}\right]\left[1 - \frac{\mathrm{ch}\,q\,(l-x)}{\mathrm{ch}\,ql}\right] \tag{1.6}$$

После перехода от изображения к оригиналу получим уравнение депрессионной поверхности грунтовых вод

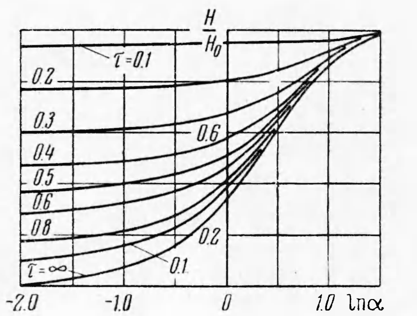
$$H(x,\ t) = \eta\left\{1 - \frac{\mathrm{ch}\,\alpha\,[(l-x)/l]}{\mathrm{ch}\,\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2\mu_n\cos\mu_n\,[(l-x)/l]}{\mu_n^2+\alpha^2}\exp\times\right.$$

$$\left.\times\left[-(\mu_n^2+\alpha^2)\,\tau\right] - (\eta - H_0)\,e^{-bt}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{\mu_n}\cos\mu_n\frac{l-x}{l}\exp\left(-\mu_n^2\tau\right)\right\} \tag{1.7}$$

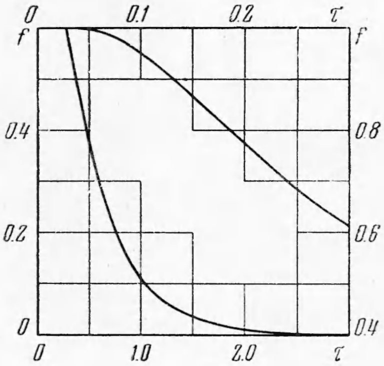
где

$$\mu_n = \frac{\pi\,(2n-1)}{2}, \qquad \alpha = \sqrt{\frac{b}{a}}\,l, \qquad \tau = \frac{at}{l^2}$$

Практически наиболее интересной является задача определения изменений



Фиг. 2



Фиг. 3

уровня грунтовых вод посередине между дренами, поэтому, положив $x = l$, представим (1.7) в удобном для расчетов виде

$$H(l,\ t) = \eta F(\alpha,\ \tau) - (\eta - H_0)\,e^{-bt} f(\tau) \tag{1.8}$$

Вспомогательные функции $F(\alpha,\ \tau)$ и $f(\tau)$ определяются из выражений

$$F(\alpha,\ \tau) = 1 - \frac{1}{\mathrm{ch}\,\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2\mu_n}{\mu_n^2+\alpha^2}\exp\left[-(\mu_n^2+\alpha^2)\,\tau\right]$$

$$f(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{\mu_n}\exp\left(-\mu_n^2\tau\right)$$

Графики функций представлены на фиг. 2 и 3.

При осушении торфяных месторождений в некоторых районах можно принять равенство суточных значений интенсивности осадков и испарения. Это дополнительно оправдывается весьма существенной влагоемкостью верхних слоев торфяной залежи. Тогда можно положить $\varepsilon \simeq 0$, и расчетное уравнение для определения превышения уровня грунтовых вод посередине между дренами примет вид $H(l,\ t) = H_0 F(\alpha,\ \tau)$.

Если предположить дополнительно, что водоупор непроницаем, то $\alpha = 0$ и $H(l, t) = H_0 f(\tau)$, что совпадает с решением С. Ф. Аверьянова [4], а при оставлении только первого члена разложения $f(\tau)$ — с решением Дамма [5].

В стационарном состоянии ($\tau \to \infty$) депрессионная поверхность описывается уравнением

$$H(x, t) = \eta\left(1 - \frac{\operatorname{ch}\alpha\,[(l-x)/l]}{\operatorname{ch}\alpha}\right)$$

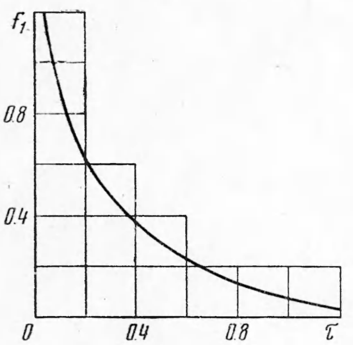
При расчетах водного баланса осушаемых территорий и гидравлического режима сборных коллекторов требуется определение зависимости дренажного стока от времени. Положим, что фильтрационный расход в сечении $x = 0$ равен

$$q = kH^\circ \left.\frac{\partial H}{\partial x}\right|_{x=0} \tag{1.9}$$

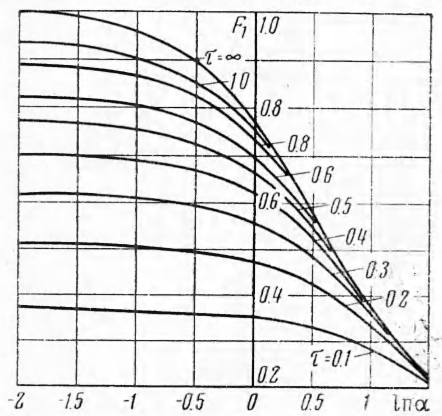
Из выражения (1.6) нетрудно получить

$$\left.\frac{dU(x, p)}{dx}\right|_{x=0} = \frac{l}{a}\left(\frac{b\eta}{p} + H_0\right)\frac{\operatorname{th}\sqrt{(b+p)/a}}{\sqrt{(b+p)/a}\,l}$$

После перехода к оригиналу и подстановки в формулу (1.9) выражение для



Фиг. 4



Фиг. 5

фильтрационного расхода будет иметь следующий вид

$$q = kH^\circ\left\{\frac{\alpha\eta}{l}\left(\frac{\operatorname{th}\alpha}{\alpha} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\exp[-(\mu_n^2+\alpha^2)\tau]}{\mu_n^2+\alpha^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{2H_0}{l}e^{-bt}\sum_{n=1}^{\infty}\exp(-\mu_n^2\tau)\right\}$$

После введения вспомогательных функций

$$F_1(\alpha, \tau) = \frac{\operatorname{th}\alpha}{\alpha} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\exp[-(\mu_n^2+\alpha^2)\tau}{\mu_n^2+\alpha^2}$$

$$f_1(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty}\exp(-\mu_n^2\tau)$$

выражение для определения фильтрационного расхода будет иметь следующий удобный для вычислений, вид

$$q = kH^\circ\left[\frac{\alpha\eta}{l}F_1(\alpha, \tau) + \frac{2H_0}{l}e^{-bt}f_1(\tau)\right]$$

Графики функций $f_1(\tau)$ и $F_1(\alpha, \tau)$ представлены на фиг. 4 и 5.

Приведенные выше рассуждения предполагают осушение торфяного месторождения совершенными дренами. В случае заложения дренажа на конечном расстоянии T от водоупора необходимо вводить поправку умножением величины τ на коэффициент «висячести» [4]. Среднюю мощность фильтрационного потока можно определять как $H^\circ = T + H_0/2$.

2. Одиночный осушитель (фиг. 1, *б*). При постановке настоящей задачи с учетом инфильтрации и напорного подпитывания из подстилающего торфяник водоносного горизонта необходимо располагать зависимостью суммарной интенсивности расхода грунтовых вод на испарение от глубины стояния грунтовых вод. Такой зависимости для торфяных месторождений не имеется. Применение же соотношений, полученных для минеральных почвогрунтов (например, М. М. Крыловым [6] и В. А. Ковда [7]), вряд ли целесообразно. Поэтому ниже рассматривается работа одиночного осушителя с учетом только фактора просачивания через слабопроницаемый водоупор.

В этом случае исходное дифференциальное уравнение (1.1) должно быть решено при условиях (1.3), причем $l = \infty$ и $\varepsilon = 0$.

Изображение решения, как можно показать, имеет вид

$$U(x,\ p) = \frac{H_0}{p}\left[1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{b+p}{a}}\,x\right)\right]$$

Переходя к оригиналу и выполнив некоторые преобразования, получим уравнение депрессионной поверхности в виде

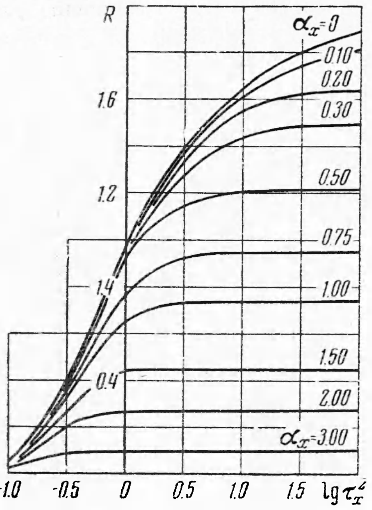
$$H(x,\ t) = H_0[1 - {}^1/_2\, R(\alpha_x,\ \tau_x)] \qquad (2.1)$$

Здесь

$$\alpha_x = \sqrt{\frac{b}{a}}\,x, \qquad \tau_x = \frac{\sqrt{at}}{x}$$

$$R(\alpha_x,\ \tau_x) = \left[\exp(-\alpha_x)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{1}{2\tau_x} - \alpha_x\tau_x\right) + \right.$$

$$\left. + \exp(\alpha_x)\,\mathrm{erfc}\left(\frac{1}{2\tau_x} + \alpha_x\tau_x\right)\right] \qquad (2.2)$$



Фиг. 6

График функции $R = R(\alpha_x,\ \tau_x)$ представлен на фиг. 6. При непроницаемом водоупоре ($k_0 = 0$) получаем решение П. Я. Полубариновой-Кочиной [1]

$$H(x,\ t) = H_0\,\mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) \qquad (2.3)$$

Расчеты дренажного стока могут производиться по формуле

$$q = \frac{2kH^\circ H_0}{\sqrt{\pi a t}}\left(e^{-b} + \sqrt{\pi b t}\,\mathrm{erf}\sqrt{bt}\right)$$

Интересно отметить, что при $t \to 0$ величиной $\sqrt{bt}$ можно пренебречь по сравнению с первым членом функции erfc (z). Кроме того, при малых значениях времени изменение горизонта грунтовых вод распространяется на незначительное расстояние, следовательно, $x/\sqrt{a}$ также мало. В этом случае экспоненциальные функции выражения (2.2) близки к единице, а решение (2.1) будет близко к решению (2.3). Это означает, что в начальный период работы дренажа влияние просачивания через водоупор практически не сказывается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехтеоретиздат, 1952.
2. Полубаринова-Кочина П. Я. О неустановившихся движениях грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ. ПММ, 1949, т. XIII, вып. 2.
3. Полубаринова-Кочина П. Я. О динамике групповых вод при поливах. ПММ, 1951, т. XV, вып. 6.
4. Аверьянов С. Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. Сб. «Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод», под ред. П. Я. Полубариновой-Кочиной. Изд. АН СССР, 1956.
5. Dumm L. D. Drain-spacing formula. Agric. Engng, 1954, vol. 35, № 1.
6. Крылов М. М. К изучению динамики баланса грунтовых вод в целях гидрогеологического прогноза. Изв. АН УзССР, 1947, вып. 2.
7. Ковда В. А. и др. Значение дренажа в повышении плодородия почв. Изд. АН СССР, М., 1956.