УДК 532.591

О СУЩЕСТВОВАНИИ СХОДЯЩИХСЯ ВОЛН ДЕТОНАЦИИ ЧЕПМЕНА — ЖУГЕ В ЗАПЫЛЕННОМ ГАЗЕ

В. А. Куликовский

(Москва)

В отличие от детонационных волн (ДВ) в «чистых» газах в газовзвесях энергия и импульс газовой фазы могут передаваться не только к стенке, но и в конденсированную фазу.

Если размеры частиц много меньше ширины зоны, расположенной между инициирующей ударной волной (УВ) и плоскостью Чепмена — Жуге, то потери импульса и энергии газа в этой зоне ведут к уменьшению скорости стационарной детонации и увеличению ее ширины [1, 2]. Влияние частиц одного и того же вещества тем заметнее, чем они мельче (при фиксированной объемной концентрации) и чем больше их объемная концентрация (при постоянном диаметре d частиц). Для распылов, содержащих значительное количество мелких частиц стационарная детонация оказывается невозможной [1, 3]. Согласно расчетам, проведенным в [1], для быстрореагирующей смеси (ацетилен — кислород) наличие частиц карбида вольфрама становится заметным при $d \leqslant 0.1$ мкм и массовом содержании частиц свыше 0,5 кг/м^3, а для смесей с большой задержкой воспламенения (пропано-воздушная смесь) наличие частиц существенно при $d \leqslant 10$ мкм при массовом содержании свыше 0,35 кг/м^3.

Если частицы не слишком мелкие, а объемная концентрация их мала, то в детонационном слое влиянием частиц на параметры газа можно пренебречь, учитывая это влияние на расстояниях, много больших ширины зоны до плоскости Чепмена — Жуге, т. е. в течении за ДВ. Для таких смесей волну детонации можно рассматривать как бесконечно тонкую поверхность разрыва, на которой для параметров газа выполняются обычные соотношения на скачке с тепловыделением. Если плотность вещества частиц много больше плотности несущей фазы (это верно для всех практически важных случаев), то можно пренебречь изменением скорости и температуры частиц на ДВ, считая параметры дисперсной фазы непрерывными.

В газовой динамике доказано, что режим Чепмена — Жуге может существовать только в расходящихся ДВ [4], а в случае пространственно-искривленных волн лишь тогда, когда средняя кривизна ДВ отрицательна [5]. Как только средняя кривизна детонационного фронта становится положительной, что характерно для сходящихся волн, режим Чепмена — Жуге невозможен.

В горючих смесях, содержащих мелкие химически инертные частицы, взаимодействием которых с газом в детонационном слое можно пренебречь, сходящиеся цилиндрические и сферические волны могут распространяться в режиме Чепмена — Жуге до тех пор, пока расстояние до оси или центра симметрии превосходит критическое r_* [6]. Величина r_* может быть довольно малой: например, для взвеси капель воды размером 10 мкм (туман) в гремучем газе при массовой концентрации капель в исходной смеси, равной 1, для сходящейся сферической волны $r_* = 1{,}2$ см [6]. После достижения критического расстояния сходящиеся волны распространяются ускоренно, в пересжатом режиме.

В настоящей работе построено асимптотическое решение задачи о течении вблизи пространственно-искривленной волны Чепмена — Жуге, распространяющейся в полидисперсной смеси горючего газа и химически инертных частиц. Показано, что в запыленном газе волны детонации могут распространяться в этом режиме до тех пор, пока их средняя кривизна не превосходит критического значения $H_* > 0$, для которого приведено точное выражение. Участки детонации, где $H > H_*$, движутся ускоренно, в пересжатом режиме.

Постановка задачи. Рассмотрим распространение ДВ Чепмена — Жуге в одномерной равновесной смеси, состоящей из горючего газа и химически инертных тяжелых пылевых частиц n различных сортов. Каждый сорт частиц характеризуется объемной концентрацией α_i, $i=1, \ldots, n$, $\alpha_1+\ldots+\alpha_n \ll 1$, скоростью $\vec{v}_i=(u_i, v_i, w_i)$, $i=1, \ldots, n$ и т. д. В отсутствие внешних силовых полей, химических реакций и фазовых переходов течение газовзвеси описывается системой уравнений

$$
\begin{gathered}
\frac{d\rho}{dt}+\rho \operatorname{div} \vec{v}=0, \quad \frac{d_i\alpha_i}{dt}+\alpha_i \operatorname{div} \vec{v}_i=0, \\
\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p=\vec{f}, \quad \frac{d_i\vec{v}_i}{dt}=\vec{f}_i, \\
\frac{dp}{dt}-\frac{\gamma p}{\rho}\frac{d\rho}{dt}=\rho(\gamma-1)k, \quad \frac{d_ie_i}{dt}=k_i, \\
k=\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i\rho_i}{\rho}[\vec{f}_i(\vec{v}-\vec{v}_i)-k_i], \quad k_i=\frac{6\lambda \mathrm{Nu}_i}{\rho_i d_i^2}(T-T_i), \\
\vec{f}=-\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i\rho_i}{\rho}\vec{f}_i, \quad \vec{f}_i=\frac{3C_i\rho}{4d_i\rho_i}|\vec{v}-\vec{v}_i|(\vec{v}-\vec{v}_i), \\
\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v} \operatorname{grad}, \quad \frac{d_i}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}_i \operatorname{grad}, \quad i=1, \ldots, n.
\end{gathered} \tag{1}
$$

Здесь $\vec{v}=(u, v, w)$, p, ρ, λ, γ, T — скорость, давление, плотность, коэффициент теплопроводности, показатель адиабаты и температура газа; T_i, α_i, d_i и ρ_i — температура, объемная концентрация, характерный размер и истинная плотность частиц ($\rho_i=\mathrm{const}$); $e_i=c_iT_i$ — удельная внутренняя энергия ($c_i=\mathrm{const}$); C_i и Nu_i — коэффициент сопротивления и число Нуссельта частиц i-го сорта. Предполагается, что C_i и Nu_i зависят от α_i, ρ, ρ_i, $\vec{v}$, $\vec{v}_i$, p, T, T_i и некоторых постоянных параметров, характеризующих смесь, но не зависят от градиентов этих величин.

Для межфазной силы такое предположение основано на ряде экспериментальных данных по ускорению мелких капель воды потоком газа, полученных для $\mathrm{Re} \leqslant 100$, согласно которым отличием полной силы, действующей на частицу i-го сорта, от квазистационарной можно пренебречь при малости величины $|d_i\vec{v}/dt|\, d_i/v_{ri}^2$ ($v_{ri}=|\vec{v}-\vec{v}_i|$) [7—9]. Тот же вывод можно сделать, рассматривая отношение квазистационарной силы взаимодействия, имеющей порядок $\rho C_i v_{ri}^2 d_i$ к нестационарной силе Архимеда $\sim \rho|d\vec{v}/dt|/d_i^3$. При $v_{ri} \sim |\vec{v}|$ это отношение имеет порядок C_il/d_i, где l — характерная длина газодинамического потока. Если l слабо зависит от d_i, то C_il/d_i можно сделать сколь угодно большим за счет уменьшения d_i.

Представим уравнение поверхности волны Чепмена — Жуге в виде $x_3=y(t, x_1, x_2)$ и выберем неподвижную декартову систему координат таким образом, чтобы координатная плоскость Ox_1x_2 в некоторый момент времени была параллельна касательной плоскости к поверхности волны в точке $x_3=y(t_0, 0, 0)$, а ось x_3 направлена в сторону движения волны. Так как скорость ДВ, распространяющейся в однородной смеси, одна и та же в любой ее точке, то касательная плоскость к поверхности волны в точке $(0, 0, x_3)$ параллельна плоскости Ox_1x_2 во все времена движения.

Введем вместо искомых функций p, ρ, $\vec{v}$, $\vec{v}_i$, T_i и вместо независимых переменных x_1, x_2, x_3 и t новые переменные:

$$
\begin{gathered}
p=p_JP, \quad \rho=\rho_JR, \quad T_i=\Theta_iT_J, \\
\vec{v}=v_J\vec{V}=v_J(U, V, W), \quad \vec{v}_i=v_J\vec{V}_i(U_i, V_i, W_i), \quad i=1, \ldots, n, \\
x_1=\zeta_1L, \quad x_2=\zeta_2L, \quad x_3-D_Jt=\zeta_3L, \quad t=\tau L/D_J.
\end{gathered}
$$

Здесь L — величина с размерностью длины; D_J — скорость детонационной волны. Индексом J здесь и далее будут обозначаться параметры на волне Чепмена — Жуге. Параметры частиц па волне детонации считаем непрерывными, а для параметров газа используем те же условия на разрыве, что и в отсутствие частиц, т. е. p_J, ρ_J, v_J и D_J определяются, как в газовой динамике:

$$\rho_J = \rho_0 \frac{\gamma+1}{\gamma+q}, \quad p_J = p_0 \frac{\gamma+q}{q(\gamma+1)}, \quad v_J = D_J \frac{1-q}{1+\gamma}, \quad D_J^2 = \frac{a_0^2}{q},$$

$$q^2 - 2q\left[\frac{\gamma^2-\gamma_0}{\gamma(\gamma_0-1)} + \frac{Q}{a_0^2}(\gamma^2-1)\right] + 1 = 0$$

(Q — тепло, выделяемое при сгорании единицы массы газа; индексом нуль здесь и далее отмечены параметры исходной смеси). Поскольку изменение показателя адиабаты газа на волне детонации эквивалентно дополнительному тепловыделению (теплопоглощению): $Q' = p_0(\gamma - \gamma_0)[\rho_0(\gamma_0-1)(\gamma-1)]^{-1}$, предполагается $Q + Q' > 0$, что обеспечивает наличие точки Чепмена — Жуге на соответствующей детонационной адиабате. Переписывая (1) в новых безразмерных переменных, получим

$$\begin{gathered}
\frac{dR}{d\tau} + R \operatorname{div} \vec{V} = 0, \quad \frac{d_i \alpha_i}{d\tau} + \alpha_i \operatorname{div} \vec{V}_i = 0, \\
\frac{d\vec{V}}{d\tau} + \frac{1}{\gamma R}\left(\frac{\gamma+q}{1-q}\right)^2 \operatorname{grad} P = -\vec{F}, \quad \frac{d_i \vec{V}_i}{d\tau} = \varkappa_i R \vec{F}_i, \\
\frac{dP}{d\tau} - \frac{\gamma P}{R}\frac{dR}{d\tau} - K, \quad \frac{d_i \Theta_i}{d\tau} = \varkappa_i \sigma_i K_i, \\
\frac{d}{d\tau} - \frac{\partial}{\partial\tau} + U\frac{\partial}{\partial\zeta_1} + V\frac{\partial}{\partial\zeta_2} + \left(W - \frac{\gamma+1}{1-q}\right)\frac{\partial}{\partial\zeta_2}, \\
\frac{d_i}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial\tau} + U_i\frac{\partial}{\partial\zeta_1} + V_i\frac{\partial}{\partial\zeta_2} + \left(W_i - \frac{\gamma+1}{1-q}\right)\frac{\partial}{\partial\zeta_2}, \\
\vec{F}_i = \frac{3C_i L}{4d_i}|\vec{V} - \vec{V}_i|(\vec{V} - \vec{V}_i), \quad K_i = \frac{6\gamma L \operatorname{Nu}_{iJ}}{d_i \operatorname{Re}_{iJ} \operatorname{Pr}_J}\cdot\frac{\lambda}{\lambda_J}\left(\frac{P}{R} - \Theta_i\right), \\
\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \vec{F}, \quad K = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i R\left[\frac{(\gamma-1)(1-q)^2}{(\gamma+q)^2} R\vec{F}_i(\vec{V} - \vec{V}_i) - K_i\right], \\
\varkappa_i = \rho_J/\rho_i, \quad \sigma_i = c_V/c_i, \quad \operatorname{Pr}_J = \mu_J c_p/\lambda_J, \quad \operatorname{Re}_{iJ} = \rho_J v_J d_i/\mu_J;
\end{gathered} \tag{2}$$

$$\vec{V}_J = \vec{n}, \; P_J \equiv R_J \equiv 1, \; \vec{V}_{iJ} \equiv 0, \; \alpha_{iJ} = \alpha_{i0} > 0, \; \Theta_{iJ} \equiv \Theta_0 = T_0/T_J < 1. \tag{3}$$

Здесь $\vec{n}$ — вектор нормали к поверхности волны, направленный в сторону ее распространения. Выражения (2) с соотношениями (3) составляют постановку задачи Коши с начальными данными на поверхности волны Чепмена — Жуге.

Метод решения и результаты. Уравнения (2) разбиваются на две подсистемы: первая содержит производные от параметров газа, а вторая — от параметров частиц. Подсистемы связаны друг с другом только за счет недифференциальных членов. Газодинамическая подсистема, являясь гиперболической, может быть записана вдоль характеристических поверхностей $\varphi(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \tau) = \mathrm{const}$, которые находятся из выражения

$$\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + \vec{V}\operatorname{grad}\varphi\right)^2 - \frac{P}{R}\left(\frac{\gamma+q}{1-q}\right)^2(\operatorname{grad}\varphi)^2\right]\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} + \vec{V}\operatorname{grad}\varphi\right)^2 = 0. \tag{4}$$

Равенство нулю первой скобки в (4) определяет два акустических семейства характеристик C_+ и C_-, а второй — семейство характеристических поверхностей C_0, образуемых траекториями частиц газа. Характеристики C_+, C_0 — фиксированные гиперповерхности в четырехмерном пространстве $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \tau$.

Газодинамическая подсистема, приведенная $C_{\pm}$-характеристиками, имеет вид

$$\vec{n}\frac{d\vec{V}}{d\tau} \pm \frac{\gamma+q}{1-q}\sqrt{\frac{P}{R}}\operatorname{div}\vec{V} \pm \frac{\gamma+q}{\gamma(1-q)\sqrt{PR}}\left(\frac{dP}{d\tau} \pm \frac{\gamma+q}{1-q}\sqrt{\frac{P}{R}}\,\vec{n}\operatorname{grad}P\right) =$$
$$= -\vec{n}\vec{F} \pm \frac{K(\gamma+q)}{\gamma(1-q)\sqrt{PR}}, \quad \vec{n} = \operatorname{grad}\varphi/|\operatorname{grad}\varphi| \tag{5}$$

($\vec{n}$ — вектор нормали к поверхностям, образуемым $C_{\pm}$-характеристиками в физическом пространстве при фиксированном τ).

Вдоль характеристик третью семейства C_0 выполняется уравнение притока тепла для газа. Еще две формулы вдоль C_0 получаются доумножением уравнения движения газа на два линейно независимых вектора, перпендикулярных траекториям частиц газа.

Поскольку газодинамическая подсистема в (2) отличается от уравнений «чистого» газа лишь недифференциальными членами, то выражения характеристик (4) этой подсистемы совпадают с газодинамическими, однако соотношения вдоль характеристик при наличии пылевых частиц другие.

Согласно условию Чепмена — Жуге, ДВ движется относительно продуктов детонации со звуковой скоростью. В то же время поверхность волны в общем случае не является характеристикой акустического семейства. Это вытекает из того, что значения параметров смеси на волне (3) в общем случае не удовлетворяют уравнению вдоль $C_{\pm}$-характеристик (5).

Поскольку волна Чепмена — Жуге имеет характеристическую скорость, а условия вдоль характеристики на ней не выполняются, то ее фронт не характеристика, а огибающая характеристические поверхности. Как показано в [10, 11], решение задачи (2), (3) либо существует при $x_3 > y(t, x_1, x_2)$, либо при $x_3 < y(t, x_1, x_2)$ является двузначной аналитической вектор-функцией, представимой сходящимися вблизи фронта волны степенными рядами:

$$R(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \tau) = R_J \pm R_1\eta^{1/2} + R_2\eta \pm R_3\eta^{3/2} + \ldots$$
$$L\eta = |x_3 - y(t, x_1, x_2)| \tag{6}$$

и аналогичных рядов для P, компонентов векторов $\vec{V}$ и $\vec{V}_i$, α_i, Θ_i, $i = 1, \ldots, n$. Коэффициенты в разложениях вида (6) есть функции точек фронта волны и однозначно определяются функциями R_J, P_J, $\vec{V}_J$ и т. д., заданными на поверхности волны равенствами (3).

Для определения коэффициентов разложений (6) следует подставить (6) в систему (2) и приравнять выражения, стоящие при одинаковых степенях η. Получающиеся при этом линейные неоднородные системы будут недоопределены. Недостающее соотношение для нахождения коэффициентов с индексом m следует брать из условия совместности системы для коэффициентов с индексом $m+1$, $m = 1, 2, \ldots$ [10, 11]. Этим способом решение построено в случае «чистого» газа [5]. При наличии пылевых частиц такой способ приводит к громоздким системам уже при нахождении коэффициентов с индексом 1. Однако, зная общий вид решения (6), можно использовать асимптотический подход, упрощая исходные уравнения (2), что позволит определить как главные члены в разложениях вида (6) для параметров течения, так и условия существования криволинейной волны Чепмена — Жуге.

Введем новые неизвестные функции:

$$J = W - 1 + \frac{\gamma+q}{\gamma(1-q)}(P-1), \quad I = W - 1 - \frac{\gamma+q}{\gamma(1-q)}(P-1),$$
$$S = P - 1 - \gamma(R-1). \tag{7}$$

J, I и S, очевидно, также представимы рядами вида (6), причем $S_J = 0$, а J_J, $I_J \sim \delta^2$ при $|\vec{\zeta}| \sim \delta$, $\delta \ll 1$. В случае течений с плоскими волнами J, I и S совпадают в первом приближении с переменными Римана.

Предположим, что в малой области $|\vec{\zeta}| \sim \delta$, $\delta \ll 1$ за ДВ J имеет порядок $\sqrt{\delta}$, а величины I, S, $\Theta_i - \Theta_0$, $\alpha_i - \alpha_{i0}$, $\vec{V}_i$, $i = 1, \ldots, n$ — порядок δ. Эти важные предположения подтвердятся в дальнейшем для течений, сосредоточенных вблизи точки $\vec{\zeta} = 0$. Согласно (6), в рассматриваемой области можно пренебречь производными от J, I, S и других неизвестных функций по τ, ζ_1 и ζ_2 по сравнению с членами порядка 1, которыми являются, например, $\partial J^2/\partial\zeta_3$, $\partial I/\partial\zeta_3$, $\partial S/\partial\zeta_3$ и т. д. Перепишем уравнения (2), где газодинамическая подсистема взята в характеристической форме, оставляя при этом лишь главные члены:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial J^2}{\partial \zeta_3} = -\frac{8}{\gamma+1}\left[F_J - \frac{\gamma+q}{1-q}\left(\frac{K_J}{\gamma} + 2LH\right)\right], \quad F_J = \vec{n}\vec{F}_J|_{\vec{\zeta}=0} \\
\frac{\partial I}{\partial \zeta_3} + \frac{(\gamma+1)(1-q)}{8(\gamma+q)} J \frac{\partial J}{\partial \zeta_3} - \frac{1}{2}\left(F_J \frac{1-q}{\gamma+q} + \frac{K_J}{\gamma} - 2LH\right), \\
\frac{\partial S}{\partial \zeta_3} - \frac{\gamma(\gamma-1)(1-q)^2}{4(\gamma+q)^2} J \frac{\partial J}{\partial \zeta_3} = -\frac{1-q}{\gamma+q} K_J, \quad \frac{\partial U}{\partial \zeta_3} = \frac{\partial V}{\partial \zeta_3} = 0, \\
\frac{\partial W_i}{\partial \zeta_3} = -\varkappa_i F_{iJ} \frac{1-q}{1+\gamma}, \quad \frac{\partial U_i}{\partial \zeta_3} = \frac{\partial V_i}{\partial \zeta_3} = 0, \quad F_{iJ} = \vec{n}\vec{F}_{iJ}|_{\vec{\zeta}=0} \\
\frac{\partial \Theta_i}{\partial \zeta_3} = -\sigma_i \varkappa_i K_{iJ} \frac{1-q}{1+\gamma}, \quad \frac{\partial \alpha_i}{\partial \zeta_3} = \alpha_{i0} \frac{1-q}{1+\gamma} \frac{\partial W_i}{\partial \zeta_3}, \quad i = 1, \ldots, n, \\
H = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2}\right)\Bigg|_{\vec{\zeta}=0} = \frac{k_1 + k_2}{2}.
\end{gathered} \tag{8}$$

В уравнениях (8) оставлены лишь члены порядка 1. Масштаб L следует выбирать так, чтобы первые два слагаемых в правых частях первых двух уравнений системы (8) имели порядок 1. Величина H обозначает среднюю кривизну волны детонации в начале координат $\vec{\zeta} = 0$; k_1 и k_2 — главные кривизны волны в этой точке.

Интегрируя (8) по ζ_3 с учетом (3), получпм главные члены асимптотики решения поставленной задачи

$$I = S = 0, \quad J = \pm\sqrt{-\frac{8\zeta_3}{\gamma+1}\left[F_J - \frac{\gamma+q}{\gamma-q}\left(\frac{K_J}{\gamma} + 2LH\right)\right]} =$$

$$= \pm\sqrt{+\frac{8(\gamma+q)\zeta_3}{(1-q)(1+\gamma)}\left\{\sum_{i=1}^{n} \alpha_{i0} \frac{L}{d_i}\left[(1-\Theta_0)\frac{6\,\mathrm{Nu}_{iJ}}{\mathrm{Pr}_J \mathrm{Re}_{iJ}} + C_{iJ}\frac{3(1-q)(\gamma q+1)}{4(\gamma+q)^2}\right] - 2LH\right\}}, \tag{9}$$

$$W_i = -\zeta_3 \varkappa_i F_{iJ} \frac{1-q}{1+\gamma}, \quad U_i = V_i = 0, \quad i = 1, \ldots, n,$$

$$\Theta_i = \Theta_0 - \zeta_3 \sigma_i \varkappa_i K_{iJ} \frac{1-q}{1+\gamma}, \quad \alpha_i = \alpha_{i0}\left[1 - \zeta_3 \varkappa_i F_{iJ}\left(\frac{1-q}{1+\gamma}\right)^2\right]. \tag{10}$$

Поскольку в рассматриваемом приближении (в области $|\vec{\zeta}| \sim \delta$) — $\zeta_3 \approx \eta$, то формулы (9), (10) представляют собой главные члены разложений (6) для параметров газа и частиц.

Заметим, что средняя кривизна H волны Чепмена — Жуге — величина, инвариантная относительно выбора системы координат. Заменяя в (9), (10) — ζ_3 на η — расстояние по нормали до поверхности волны, получим асимптотику решения поставленной задачи в произвольной точке вблизи поверхности криволинейной волны.

Обсуждение результатов и выводы. Согласно (9), за криволинейной волной в запыленном газе возможны только два течения: сжатия — при выборе в (9) верхнего знака и разрежения — при выборе в (9) нижнего знака. Оба течения целиком определяются химической энергией, выделяющейся в ДВ, и параметрами фона. Если $k_1 = k_2 = 0$, то в первом приближении эти течения стационарны.

Для волн, у которых $k_1 \leqslant 0$, $k_2 \leqslant 0$, подкоренное выражение в (9) все время остается положительным, а если у волн в некоторый момент времени одна из главных кривизн положительна, средняя кривизна H с течением времени будет нарастать и при $H = H_* > 0$ подкоренное выражение в (9) обратится в нуль, а в дальнейшем станет отрицательным. Это означает отсутствие решения за волнами Чепмена — Жуге, средняя кривизна которых превосходит H.

Участки волны, где $H < H_*$, являются огибающими характеристических поверхностей C_+; в точках, где $H = H_*$, выполняется характеристическое соотношение (5) [11]; участки ДВ с $H > H_*$ распространяются в пересжатом режиме со скоростью больше D_J. Пользуясь (9), получим

$$H_* = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_{i0}}{d_i} \left[(1 - \Theta_0) \frac{6\,\mathrm{Nu}_{iJ}}{\mathrm{Pr}_J \mathrm{Re}_{iJ}} + C_{iJ} \frac{3(1-q)(\gamma q + 1)}{4(\gamma + q)^2} \right]. \tag{11}$$

Для течений с цилиндрическими ($\nu = 1$) и сферическими ($\nu = 2$) сходящимися волнами из (11) можно определить предельный радиус $r_* = \nu/2H_*$, до которого сходящиеся ДВ распространяются в режиме Чепмена — Жуге. В случае монодисперсной смеси ($n = 1$) полученное таким образом значение r_* совпадает с результатом [6].

Согласно (9), первые коэффициенты разложений (6) для параметров газа тем больше соответствующих коэффициентов для «чистого» газа, чем бóльшая поверхность частиц каждого сорта, пропорциональная α_{i0}/d_i, приходится на единицу объема исходной смеси и чем интенсивней межфазный обмен импульсом и теплом (т. е. чем больше C_{iJ} и Nu_{iJ}). По мере запыления все более возрастают градиенты давления, скорости и плотности газа за волной по сравнению со случаем «чистого» газа.

Главные члены выражений для параметров частиц в потоке за волной Чепмена — Жуге (10) не содержат членов, характеризующих ее кривизну, изменяясь так же, как за плоской волной, совпадающей с касательной плоскостью, проведенной в точке $\vec{\zeta} = 0$. Искривленность сказывается на поведении параметров частиц лишь в членах высшего порядка малости ($\sim \eta^{3/2}$).

Подчеркнем, что основную роль в изменениях течения газа, обусловленных запыленностью, играют не массовые концентрации $\alpha_{i0}\rho_{i0}/\rho_0$ пылевых частиц в исходной смеси, как это обычно имеет место в динамике запыленного газа, а их объемные концентрации α_{i0} ($i = 1, \ldots, n$). Это обстоятельство связано с принятым предположением о непрерывности параметров частиц на ДВ, в результате чего не только первые коэффициенты (P_1, R_1, W_1, ...), но и вторые (P_2, R_2, ...) в разложениях вида (6) для параметров газа определяются, как если бы частицы покоились и имели бы исходную температуру T_0, причем в выражения для этих коэффициентов входят лишь геометрические характеристики частиц, определяющие их размер и форму.

Согласно расчетам, проведенным в [6], для монодисперсной ($n = 1$) взвеси сферических капель воды в гремучем газе при реальном запылении ($\alpha_{10}\rho_{10}/\rho_0 \approx 1$, $d \approx 100 \div 10$ мкм), предельный радиус $r_* = 1/H_*$, до которого сходящаяся сферическая волна может распространяться в режиме Чепмена — Жуге, имеет порядок нескольких сантиметров. Таким образом, от малой добавки ($\alpha_{10} \ll 1$) пылевых частиц получен конечный эффект. Дело заключается в том, что в задачах о распространении искривленных ДВ Чепмена — Жуге в запыленном газе имеется два малых безразмерных параметра — объемная доля пылевых частиц и произведение средней кривизны волны H на характерный размер частиц d. В том случае, если объемная доля пылевых частиц много меньше Hd, их существованием можно пренебречь, но если она сравнима или больше Hd, то наличие пылевых частиц в газе начинает играть важную роль, существенно изменяя характер течения за волнами Чепмена — Жуге и пределы их существования.

Формулы (9) и (11) легко обобщаются на случай, когда содержание в газе частиц различных форм и размеров подчиняется соответствующей функции распределения ψ. Если частицы сферические, то численная концентрация частиц с радиусом в интервале от r до $r+dr$ равна $\psi(r)dr$. Заменяя в (11) $2\alpha_{i0}/d_i$ на $4\pi\psi(r)dr/3$, величины Nu_{iJ}, Re_{iJ}, C_{iJ} на $\mathrm{Nu}_J(r)$, $\mathrm{Re}_J(r)$ и $C_J(r)$, а знак суммирования на знак интегрирования по всем возможным размерам частиц, получим значение H для бесконечного количества сортов частиц, характеризуемых функцией распределения $\psi(r)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. А. Борисов, Б. Е. Гельфанд и др.** ФГВ, 1975, 11, 6, 909.
2. **В. А. Копотев, И. М. Кузнецов.** Докл. АН СССР, 1985, 282, 4, 865.
3. **P. Laffite, K. Bonsef.** 7-th Intern. Symp. on Combust., 1958.
4. **К. П. Станюкович.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.
5. **А. М. Свалов.** Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1976, 6, 71.
6. **В. А. Куликовский.** МЖГ, 1985, 4, 111.
7. **S. Temkin, S. S. Kim.** J. Fluid Mech., 1980, 96, 1, 133.
8. **М. Е. Дейч, Г. А. Филиппов.** Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981.
9. **Н. Н. Яненко, Р. И. Солоухин и др.** Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.
10. **В. А. Левин, А. М. Свалов.**— В кн.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978.
11. **В. А. Куликовский.** ПММ, 1985, 49, 2, 258.

Поступила в редакцию 27/III 1986

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ПЛАМЕНИ ПО ГАЗОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В ТРУБАХ

А. Г. Абинов, В. М. Плотников, Ю. Н. Шебеко, О. Я. Еременко, Б. С. Фиалков, В. К. Муравлев, А. Л. Абрамович, А. М. Чеховских

(Караганда)

С точки зрения обеспечения взрывобезопасности ряда технологических процессов представляет интерес исследование параметров ударных волн (УВ), образующихся при быстром дефлаграционном горении газовоздушных смесей, а также возможности перехода горения в детонацию. Хотя закономерности быстрого дефлаграционного горения со скоростями, близкими или даже превышающими скорость звука, исследуются уже давно (см., например, классические работы [1—3]), тем не менее до сих пор не удается с достаточной точностью описать зависимость видимой скорости пламени от состава смеси, геометрии объема, по которому распространяется пламя, наличия препятствий. В силу этого не удается предсказать и динамические характеристики взрыва (давление, импульс УВ, длительность положительной фазы), а также возможность перехода горения в детонацию в каждом конкретном случае.

Как показали проводимые в этой области физики горения и взрыва исследования [4—10], для получения правильных количественных данных, описывающих закономерности быстрого дефлаграционного