

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 539.421

ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ИЗОТРОПНОЙ ПОРОУПРУГОЙ СРЕДЕ

А. В. Азаров, М. В. Курленя, С. В. Сердюков, А. В. Патутин

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: antonazv@mail.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Представлены результаты численного моделирования развития осесимметричной трещины гидроразрыва в изотропной пороупругой среде вблизи свободной поверхности. Для решения задачи использовался расширенный метод конечных элементов, основанный на применении фантомных узлов и когезионной модели разрушения материала. Рассчитаны траектории распространения трещины на различных удалениях от свободной поверхности при закачке определенного объема рабочей жидкости с учетом ее утечек. Исследовано влияние непроницаемой границы на распространение разрыва.

Гидравлический разрыв, математическое моделирование, утечки рабочей жидкости, поровое давление

DOI: 10.15372/FTPRPI20190101

Гидравлический разрыв пласта (ГРП) — распространенный метод для решения различных задач горного дела. Шахтная модификация способа широко используется для определения действующих в массиве напряжений [1–4], применяется для разупрочнения пород кровли [5, 6], способствует повышению эффективности добычи углеметана за счет увеличения газоотдачи угольных пластов [7, 8] и постановки защитных противofильтрационных экранов вблизи борта выработки [9]. Опыт полевых работ показывает, что наибольший практический интерес при разработке месторождений твердых полезных ископаемых представляет создание поперечных трещин, направленных перпендикулярно оси скважины.

Основной проблемой при выполнении ГРП является формирование трещины с оптимальными геометрическими размерами и ориентацией, которые необходимы для решения конкретной задачи. Существует ряд факторов оказывающих значительное влияние на развитие разрыва. К их числу относятся напряженно-деформированное состояние массива горных пород и их свойства, направленность скважины и состояние ее стенок (наличие обсадки, перфорации и т. д.), характеристики реализуемого нагружения (конструкция и особенности скважинного

устройства, скорость закачки рабочей жидкости и ее свойства и т. д.). Главную роль играет напряженно-деформированное состояние, а управление траекторией разрыва возможно только за счет выбора места формирования трещины и начальной ориентации по отношению к ориентации скважины (продольный или поперечный разрыв).

Важный элемент создания эффективной технологии ГРП — разработка математической модели, описывающей распространение трещины с учетом особенностей горнотехнологических задач. В рамках данной работы численно исследовалось развитие осесимметричной трещины в изотропной пороупругой среде вблизи свободной поверхности с учетом утечек рабочей жидкости, а также влияние непроницаемой границы на траекторию разрыва. Это дает возможность оптимизировать состав и характеристики используемого оборудования, рассчитать объем закачиваемой рабочей жидкости и другие параметры гидроразрыва при проведении работ в шахтных условиях.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИНЫ

Для моделирования развития поперечного разрыва вблизи свободной поверхности рассмотрим модель осесимметричной трещины. Трещина распространяется в изотропной пороупругой среде, что позволяет учесть влияние порового давления на поле напряжений. Изменение деформаций среды рассчитывается в квазистатическом приближении на основе решения уравнений

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_0\delta_{ij} - \alpha p\delta_{ij}, \quad (1)$$

где σ_{ij} — тензор напряжений твердого тела; $\varepsilon_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ — тензор деформаций твердого тела; u_i — деформации тела; λ, μ — параметры Ламе; ε_0 — объемная деформация твердого скелета; α — коэффициент Био; p — давление жидкости внутри пороупругого тела; δ_{ij} — символ Кронекера.

Для решения задачи необходимо выполнение уравнения равновесия $\sigma_{ij,j} = 0$. Изменение объема жидкости в теле при его деформации описывается соотношением

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial t} + v_{k,k} = 0, \quad (2)$$

где M — модуль Био; v_k — скорость просачивания жидкости. Скорость течения жидкости через пороупругое тело определяется законом Дарси

$$v_i = -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x_i}, \quad (3)$$

где k — проницаемость среды; η — динамическая вязкость жидкости. Для моделирования потока жидкости в трещине и среде будем пользоваться следующим уравнением неразрывности:

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{q} + v_t + v_b = 0, \quad (4)$$

где d — раскрытие трещины; $\vec{q} = (q_1, q_3, q_2)$; $q_i = dk(\partial p / \partial x_i)$; k — эффективная проницаемость трещины в i -м направлении; v_t, v_b — скорости нормального потока к верхней и нижней поверхности трещины. В рамках рассматриваемой задачи считаем, что течение жидкости внутри трещины является течением Пуазейля (ламинарное течение между двумя параллельными пластинами). В случае рассмотрения ньютоновской жидкости эффективная проницаемость трещины определяется как

$$k = -\frac{d^2}{12\eta}. \quad (5)$$

Скорость потока (скорость утечек) через поверхность трещины определяется по закону Дарси

$$v_t = -\frac{k}{\eta}(p_f - p_t), \quad v_b = -\frac{k}{\eta}(p_f - p_b), \quad (6)$$

где p_f — давление жидкости в трещине; p_t , p_b — поровое давление жидкости на верхней и нижней поверхности трещины. Модель трещины гидроразрыва приведена на рис. 1.

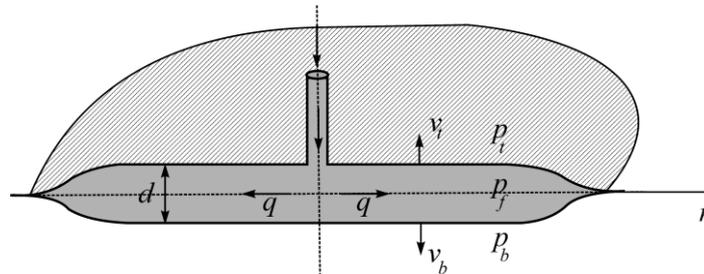


Рис. 1. Модель трещины гидроразрыва с учетом утечек

Для численного решения уравнений (1)–(4) будем использовать метод конечных элементов. В рамках данного метода существующие подходы моделирования развития трещины можно разделить на две основные группы. К первой группе относятся способы, основанные на технологиях перестроения расчетных сеток, что делает их сложными в реализации и требовательными к вычислительным ресурсам. Ко второй группе — способы, позволяющие вычислять распространение разрыва без перестроения сетки, например моделирование развития трещины с использованием специального слоя, по которому происходит процесс разрушения [10, 11]. Однако в этом случае траектория трещины predetermined, следовательно, такой метод хорошо подходит только для реализации одномерных моделей [12]. Более совершенным методом моделирования ГРП без перестроения сеток является расширенный метод конечных элементов (XFEM — eXtended Finite Element Method) [13–15]. Метод XFEM позволяет получать решения, содержащие скачок перемещений, с помощью разрывных функций, а решения вблизи вершины трещины — с помощью специальных асимптотических функций. Этим методом можно моделировать процесс инициации и распространения трещины в направлении, которое определяется из анализа напряженного состояния в окрестности ее вершины и может быть любым.

В данной работе будем применять реализацию XFEM, основанную на использовании фантомных узлов [15] и когезионного закона разрушения [16]. В этом случае общее решение для перемещений $u(x)$, содержащее разрыв, запишется

$$u(x) = \sum_{i=1}^N [N_i(x)u_i + H(x)a_i], \quad (7)$$

где $N_i(x)$ — интерполяционные функции; N — число узлов в элементе; u_i — узловые перемещения; a_i — добавочные узловые перемещения; $H(x)$ — функция Хевисайда. Первый член в сумме описывает непрерывную часть решения, второй — часть решения, связанную с разрывом.

Для моделирования процесса разрушения используем когезионную модель (CZM — Cohesive Zone Model), которая учитывает существование зоны разупрочнения материала перед кончиком трещины [11]. В зоне разупрочнения возникают напряжения σ , которые связаны с деформациями u по некоторому закону (рис. 2а). При таком подходе не требуется определение критического коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} . Вместо него задаются два независимых параметра σ_c и G_{Ic} . Параметр σ_c является критическим напряжением, а G_{Ic} — критической энергией, высвобождаемой при разрушении, которая вычисляется как $G_{Ic} = \int_0^{u_f} \sigma du$. В случае, когда зона когезионного разрушения мала по сравнению с длиной трещины, коэффициент интенсивности напряжений и критическая энергия, высвобождаемая при разрушении, связаны формулой [17]

$$K_{Ic} = \sqrt{G_{Ic} \frac{E}{1-\nu^2}}, \quad (8)$$

где E — модуль упругости материала.

В соответствии с принятой моделью разрушение начинается при достижении критического напряжения σ_c , после превышения которого вычисляют новые значения критического напряжения $\bar{\sigma}_c$ и модуля упругости \bar{E} согласно заданному характеру разрушения. Характер разрушения материала определяется переменной разрушения D , которая зависит от деформаций за пределом зоны линейной упругости. На рис. 2б приведен пример функции $D(u)$, где $D=0$ соответствует неразрушенному состоянию, а $D=1$ — полному разрушению.

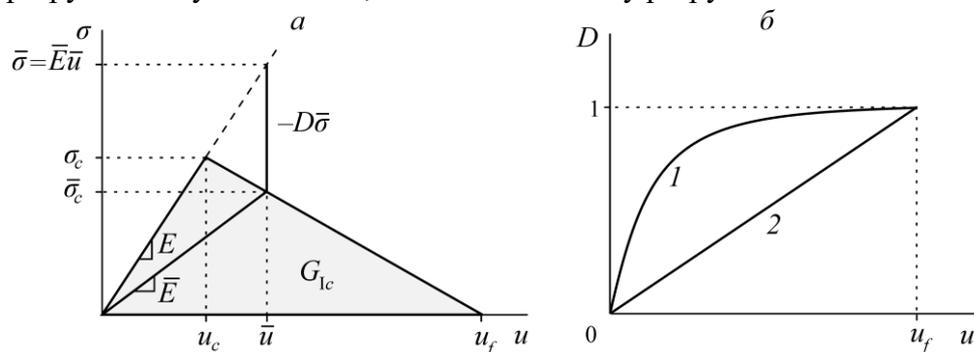


Рис. 2. Зависимость напряжений в материале σ от деформаций u (а) и функция разрушения $D(u)$ (б): 1 — экспоненциальный закон разрушения, 2 — линейный закон разрушения

Таким образом, расчет нового состояния происходит с учетом функции $D(u)$ по формулам $\bar{\sigma}_c = (1-D)\sigma_c$, $\bar{E} = (1-D)E$. Данный процесс выполняется до тех пор, пока не будет достигнуто состояние, при котором $\bar{\sigma}_c = 0$, $\bar{E} = 0$, что означает полное разрушение материала и образование трещины. При этом имеют место деформации u_f .

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача решалась в осесимметричной постановке в цилиндрической системе координат r, θ, z , где r и θ — радиальная и угловая координаты соответственно, z — ось симметрии, совпадающая с направлением скважины. В этом случае достаточно найти решение только в плоскости $r-z$, что приводит к двумерной задаче и снижает трудоемкость вычислений. Главное условие использования осесимметричной постановки — независимость свойств сплошной среды и

нагрузки от угла поворота θ . Для моделирования сплошной среды применялись осесимметричные элементы, имеющие 4 узла и три степени свободы: перемещение в радиальном направлении, перемещение в осевом направлении и поровое давление.

При численных расчетах использовалась область 100×100 м с минимальным размером элемента 10 см. Применение аппарата фантомных узлов позволяет трещине начинаться и заканчиваться в любой точке на границе элемента, поэтому нет необходимости сильно сгущать сетку. Направление скважины совпадало с осью z , ее устье находилось в точке A (рис. 3).

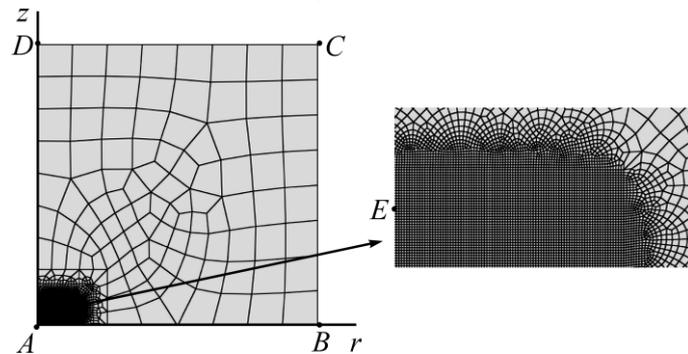


Рис. 3. Расчетная сетка, используемая при моделировании развития трещины

Граничные условия задавались следующим образом: AB — свободная граница, на границах BC и CD перемещения запрещены и равны нулю ($u_x = u_z = 0$), на AD разрешены только осевые перемещения u_z ; на элементе, расположенном в точке E , прикладывается поток жидкости с расходом q . Внутри области главные напряжения и поровое давление равны нулю. Среда считается полностью насыщенной. Дополнительно рассматривались два случая: поровое давление на границе AB равное нулю, т. е. граница пропускает жидкость, и когда граница AB непроницаема. Основные параметры модели приведены ниже и соответствуют данным, полученных при лабораторных и натуральных исследованиях образцов угля [18–20]:

Размер области, м	100×100
Модуль упругости материала, Па	$4 \cdot 10^9$
Коэффициент Пуассона	0.3
Проницаемость, мД	0.01
Пористость	0.1
Расход жидкости, м ³ /с	$8 \cdot 10^{-4}$
Динамическая вязкость жидкости, Па·с	10^{-3}
Критическое нормальное напряжение, Па	$0.8 \cdot 10^6$
Коэффициент Био	0.2
Модуль Био, Па	$17.5 \cdot 10^9$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В ходе выполнения численных экспериментов задавалась инициирующая трещина длиной 10 см на удалениях 2, 5 и 8 м от свободной поверхности. Сначала проводилось моделирование роста трещины в упругой среде (рис. 4, траектории 1, 2). В первом случае (траектории 1) принималась модель пластического разрушения. Рассчитанные траектории согласуются с экспериментальными данными, полученными при формировании разрывов в блоках полиметилметакрилата (оргстекло) [21]. Во втором случае (траектории 2) использовалась модель хрупкого разрушения. При этом трещина, созданная на расстоянии 2 м от свободной поверхности, не выходит на нее, а начинает распространяться параллельно границе. Подобный результат полу-

чен при численных экспериментах в [22], а также согласуется с данными по разрушению стеклянных образцов с помощью гидроразрыва [21]. Это подтверждает, что предложенный в настоящей работе численный метод и выбранная дискретизация области могут быть использованы для моделирования ГРП вблизи свободной поверхности.

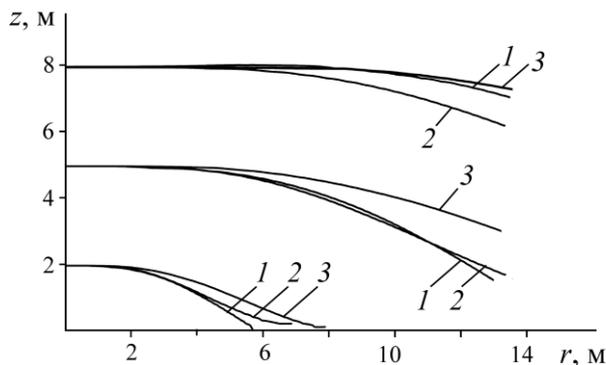


Рис. 4. Расчетные траектории трещин: 1 — упругая среда, пластическое разрушение; 2 — упругая среда, хрупкое разрушение; 3 — пороупругая среда, пластическое разрушение

Дополнительно проводилось численное моделирование гидроразрыва вблизи свободной поверхности в пороупругой среде с проницаемостью 0.01 мД (рис. 4, траектории 3). При этом наблюдалось максимальное отклонение траектории трещин от свободной границы за счет роста порового давления в процессе закачки рабочей жидкости. Дальнейшие исследования выполнялись для данной модели.

На рис. 5 представлены результаты расчетов траекторий трещин без учета утечек и с ними; цифрами 1–5 обозначен объем закачиваемой жидкости. В случае создания трещины на расстоянии 2 м от свободной поверхности происходит ее выход на границу приблизительно в 6 м от устья скважины (рис. 5а). Для трещин, создаваемых на расстояниях 5 и 8 м от свободной поверхности, расчет останавливался при $r = 10$ м.

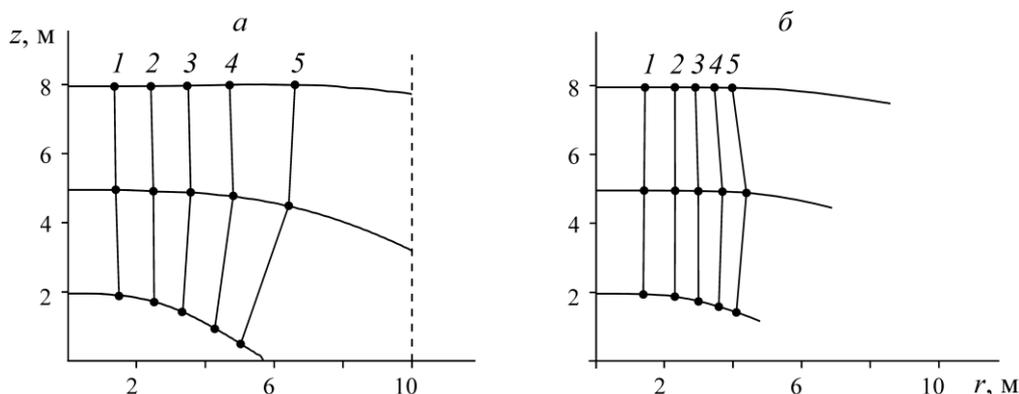


Рис. 5. Результаты расчета траектории трещин при отсутствии утечек (а) и с утечками (б) при закачке жидкости, м³: 1 — 0.0025; 2 — 0.0075, 3 — 0.015; 4 — 0.03, 5 — 0.06

Утечки в модели задавались по закону Дарси. При наличии утечек наступает момент, когда трещина перестает расти, т. е. весь расход рабочей жидкости уходит в породу (рис. 5б). При этом раскрытие трещины остается положительным и зависит от действующих сжимающих напряжений.

Траектории распространения трещины вблизи проницаемой и непроницаемой свободной поверхности при наличии утечек рабочей жидкости приведены на рис. 6. Искривление траектории в сторону свободной поверхности происходит тем сильнее, чем выше проницаемость среды. Такая тенденция наблюдается для трещин, расположенных на различных удалениях от границы (рис. 6а).

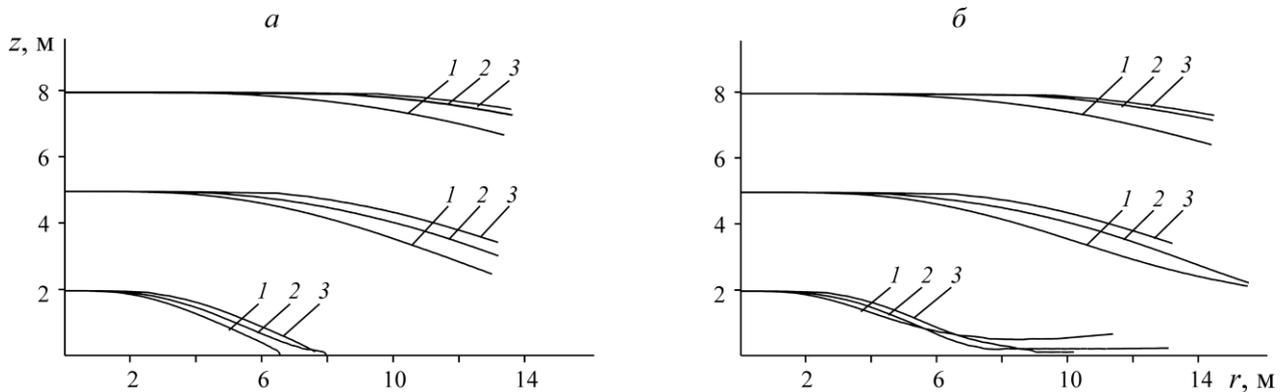


Рис. 6. Результаты расчета траектории трещин при проницаемой (а) и непроницаемой (б) границе для различной проницаемости среды, мД: 1 — 0.1; 2 — 0.01, 3 — 0.001

В случае наличия непроницаемой поверхности происходит отклонение траектории трещины при приближении к этой границе, причем отклонение сильнее в высокопроницаемой среде. При значениях проницаемости 0.1–0.01 мД ближайшая к устью скважины трещина растет сначала в направлении свободной поверхности, а затем начинает распространяться вдоль нее. Такая особенность поведения трещины связана, по нашему мнению, с распределением поровых давлений по одну и другую сторону разрыва, что приводит к подобной траектории.

Результаты, полученные в ходе численных экспериментов, могут использоваться при проектировании работ, связанных с водоизоляцией подземных сооружений (горные выработки, тоннели с бетонной оболочкой, объекты промышленного и городского хозяйства) и барьерного экранирования дегазационных скважин [9, 23]. В настоящее время для защиты выработок от фильтрации пластовой воды и снижения подсосов воздуха в зону вакуумирования дегазационной скважины широко применяются герметизирующие покрытия, наносимые на стенки выработки, однако метод не всегда успешен ввиду постепенного разрушения затвердевшего состава и требует значительных затрат. Повысить эффективность данного способа можно с помощью заполненных специальным составом трещин ГРП, формируемых на небольшом удалении от выработки. Это соответствует рассмотренному случаю развития разрыва вблизи непроницаемой границы. Отметим, что несмотря на осесимметричную постановку задачи, не учитывающую влияние геометрии выработанного пространства на траекторию трещины, в результате численных исследований определены характерные особенности ее распространения в зоне влияния свободной границы.

ВЫВОДЫ

Выполнены численные исследования развития осесимметричной трещины гидроразрыва в изотропной пороупругой среде вблизи свободной поверхности. Результаты верификации расчетной схемы, полученные с помощью расширенного метода конечных элементов для простых моделей хрупкого и пластического разрушения, согласуются с известными численными и экспериментальными данными, что говорит о ее надежности.

Разработанная модель позволяет исследовать развитие трещины гидроразрыва в пороупругой среде. Полученные результаты показывают существенное влияние порового давления и его изменения на траекторию разрыва, что проявляется в уменьшении кривизны трещины в зоне влияния свободной границы, увеличивает расстояние между выходом трещины на поверхность и устьем скважины.

Установлено, что при распространении трещины в пороупругой среде с учетом утечек характер ее развития вблизи свободной границы зависит от проницаемости как границы, так и среды. В случае проницаемой границы разворот трещины с выходом на свободную поверхность сильнее в более проницаемой среде. При подходе трещины к непроницаемой границе она разворачивается параллельно границе и далее растет без выхода на свободную поверхность.

Полученные результаты могут быть использованы при выборе параметров и технических средств шахтного гидроразрыва для проведения водоизоляционных работ подземных сооружений и барьерного экранирования дегазационных скважин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Cai M., Peng H., and Ji H.** New development of hydraulic fracturing technique for in-situ stress measurement at great depth of mines, *J. University of Sci. and Technol. Beijing, Mineral, Metallurgy, Material*, 2008, Vol. 15, No. 1. — P. 665 – 670.
2. **Сердюков С. В., Курленя М. В., Патутин А. В.** К вопросу об измерении напряжений в породном массиве методом гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2016. — № 6. — С. 6–14.
3. **Рубцова Е. В., Скулкин А. А.** О методах косвенного определения величины давления запираения трещины при измерительном гидроразрыве // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. Междунар. науч. конф. “Недропользование. Горное дело. Направления и технологии поиска, разведки и разработки месторождений полезных ископаемых. Геоэкология”: сб. материалов в 4 т. Т. 3. — Новосибирск: СГУГиТ, 2016. — С. 266–271.
4. **Pavlov V. A., Serdyukov S. V., Martynyuk P. A., Patutin A. V.** Optimisation of borehole-jack fracturing technique for in situ stress measurement, *Int. J. Geotech. Eng.*, 2017, DOI: 10.1080/19386362.2017.1363347.
5. **Леконцев Ю. М., Сажин П. В.** Технология направленного гидроразрыва пород для управления труднообрушающимися кровлями в очистных забоях и дегазации угольных пластов // ФТПРПИ. — 2014. — № 5. — С. 137–142.
6. **Fan J., Dou L., He H., Du T., Zhang S., Gui B., Sun X.** Directional hydraulic fracturing to control hard-roof rockburst in coal mines, *Int. J. Min. Sci. Technol.*, 2012, Vol. 22, No. 2. — P. 177–181.
7. **Jeffrey R., Mills K., and Zhang X.** Experience and results from using hydraulic fracturing in coal mining, *Proc. 3rd Int. Workshop on Mine Hazards Prevention and Control*, Brisbane, 2013. — P. 110–116.
8. **Родин Р. И., Плаксин М. С.** Особенности повышения газопроницаемости угольных пластов // Вестн. Научного центра по безопасности работ в угольной промышленности. — 2016. — № 1. — С. 42–48.
9. **Курленя М. В., Шилова Т. В., Сердюков С. В., Патутин А. В.** Герметизация дегазационных скважин угольных пластов методом барьерного экранирования // ФТПРПИ. — 2014. — № 4. — С. 189–194.
10. **Hillerborg A., Modéer M., Petersson P. E.** Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research*, 1976, Vol. 6, No. 6. — P. 773–781.
11. **Ortiz M., Pandolfi A.** Finite deformation irreversible cohesive elements for three dimensional crack propagation analysis, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 1999, Vol. 44, No. 9. — P. 1267–1282.

12. **Carrier B., Granet S.** Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model, *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, Vol. 79. — P. 312–328.
13. **Song J. H., Areias P. M. A., Belytschko T.** A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 2006, Vol. 67, No. 6. — P. 868–893.
14. **Sukumar N., Prévost J. H.** Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method Part I: Computer implementation, *Int. J. Solids and Structures*, 2003, Vol. 40, No. 26. — P. 7513–7537.
15. **Belytschko T., Chen H., Xu J., Zi G.** Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 2003, Vol. 58, No. 12. — P. 1873–1905.
16. **Salimzadeh S., Khalili N.** A three-phase XFEM model for hydraulic fracturing with cohesive crack propagation, *Computers and Geotechnics*, 2015, Vol. 69. — P. 82–92.
17. **Irwin G. R.** Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *SPIE Milestone Series*, 1997, Vol. 137. — P. 167–170.
18. **Zhao H., Wang X., Liu Z., Yan Y., Yang H.** Investigation on the hydraulic fracture propagation of multi-layers-commingled fracturing in coal measures, *J. Petroleum Sci. and Engineering*, 2018, Vol. 167. — P. 774–784.
19. **Gray I., Zhao X., Liu L.** Mechanical properties of coal measure rocks containing fluids at pressure, *Coal Operators' Conf.*, Wollongong, Australia, 2018. — P. 195–204.
20. **Fan C., Li S., Luo M., Yang Z., Lan T.** Numerical simulation of hydraulic fracturing in coal seam for enhancing underground gas drainage, *Energy Exploration & Exploitation*, 2019, Vol. 37, No. 1. — P. 166–193.
21. **Bunger A. P.** Near-surface hydraulic fracture, University of Minnesota, 2005.
22. **Шер Е. Н., Михайлов А. М.** Моделирование роста осесимметричных трещин при взрыве и гидро-разрыве вблизи свободной поверхности // *ФТПРПИ*. — 2008. — № 5. — С. 53–61.
23. **Сердюков С. В., Шилова Т. В., Дробчик А. Н.** Полимерный изоляционный состав для создания противодиффузионных экранов в породном массиве // *ФТПРПИ*. — 2016. — № 4. — С. 196–203.

Поступила в редакцию 21/1 2019

После доработки 21/1 2019

Принята к публикации 29/1 2019