Прикладная механика и техническая физика, 1997, т. 38, № 1

ХЕРСТОВСКАЯ СТАТИСТИКА ВРЕМЕННЫХ ПОТОКОВ СТРУКТУРНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ОЧАГА РАЗРУШЕНИЯ

УДК 541.64:539.3

В. В. Иванов, В. И. Климов, Т. М. Черникова

Кузбасский государственный технический университет, 650026 Кемерово

В основе общей термодинамической теории эволюции любых систем лежит критерий Пригожина [1]

$$\frac{d_X P}{dt} \leqslant 0, \tag{1}$$

где P — производство энтропии в системе;

$$\frac{d_X P}{dt} = \int\limits_V \sum_\alpha \left(J_\alpha \frac{dX_\alpha}{dt} \right) dV;$$

J_α, X_α — потоки и соответствующие им «силы» (согласно терминологии Онзагера); V — объем системы. Причем

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d_X P}{dt} + \frac{d_J P}{dt} \quad \left(\frac{d_J P}{dt} = \int\limits_V \Sigma \left(X_\alpha \frac{dJ_\alpha}{dt} \right) dV \right). \tag{2}$$

В линейной термодинамике необратимых процессов [1] Онзагера связь между «силами» и потоками имеет вид

$$J_\alpha = L_{\alpha\beta} X_\beta. \tag{3}$$

Здесь по повторяющемуся индексу β ведется суммирование; $L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha}$.

В силу соотношений (2), (3) уравнение (1) запишем как

$$\frac{d_X P}{dt} = \frac{d_J P}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dP}{dt} \leqslant 0. \tag{4}$$

Неравенство (4) является известной теоремой Пригожина о минимуме производства энтропии и вытекает из общего критерия эволюции (1) для линейных по Онзагеру систем.

Рассмотрим эволюцию очага разрушения в нагружаемых композитах, полагая, что при накоплении и быстром распространении микротрещин имеет место локальное равновесие малых объемов поверхности разрушения и частей объема вследствие того, что микроскопические части системы приходят в равновесное состояние значительно раньше, чем устанавливается равновесие между ними. В силу этого можно говорить о температуре, химическом потенциале и других термодинамических параметрах очага.

В данном случае уравнение Гиббса в приращениях координат системы примет вид

$$\delta e = T\delta S + \sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} - 2\gamma\delta\Sigma, \tag{5}$$

где e — внутренняя энергия единицы объема очага; σ_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензора напряжений и деформаций; T — абсолютная температура; S — энтропия единицы объема очага; γ — эффективная поверхностная энергия разрушения; $\delta\Sigma$ — приращение поверхности разрушения в очаге.

Используя (5) и некоторые известные соотношения теории упругости [2], можно по аналогии с работой [1] получить выражение для второго дифференциала энтропии, играющего большую роль в теории равновесия необратимых систем [1]:

$$\delta^2 S = -\frac{1}{T}\left[\frac{C_\varepsilon}{T}(\delta T)^2 + K(\delta\theta)^2 + 2\mu\delta\varepsilon^{c}_{ij}\delta\varepsilon^{c}_{ij} - 2\frac{\partial\gamma}{\partial\Sigma}(\delta\Sigma)^2\right] < 0. \tag{6}$$

Здесь C_ε — теплоемкость при постоянной деформации; K — объемный модуль упругости; μ — модуль сдвига; $\theta = \varepsilon_{ii}$ — объемная деформация; ε^{c}_{ij} — деформация чистого сдвига.

Поскольку в состоянии термодинамического равновесия энтропия максимальна [1], условие устойчивости равновесия очага $\delta^2 S < 0$ при наличии трещин будет выполнено для любых малых значений приращения параметров δT, $\delta\theta$, $\delta\varepsilon^{c}_{ij}$, $\delta\Sigma$ лишь в том случае, если $\partial\gamma/\partial\Sigma < 0$. Это известное условие устойчивого роста трещин [3], как видно из (6), вытекает из необходимости максимума энтропии в точке устойчивого равновесия очага разрушения.

Перейдем к анализу общего критерия эволюции очага разрушения (1). По аналогии с [1] общий критерий эволюции очага разрушения может быть записан в виде

$$-\int\limits_V \frac{1}{T}\left[C_\varepsilon\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 + K\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 + 2\mu\frac{\partial\varepsilon^{c}_{ij}}{\partial t}\frac{\partial\varepsilon^{c}_{ij}}{\partial t} + 2\gamma\frac{\partial T^{-1}}{\partial t}\frac{\partial\Sigma}{\partial t}\right]dV =$$

$$= \frac{d_X P}{dt} = \int\limits_V \left[W_j\frac{\partial T^{-1}_{,j}}{\partial t}\right]dV \leq 0, \tag{7}$$

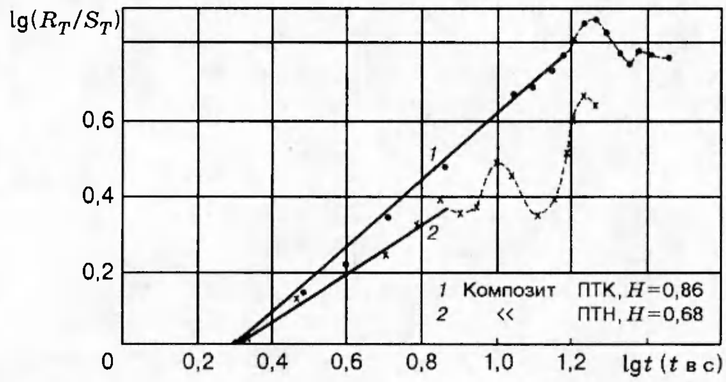
где W_j — j-я компонента теплового потока; $T^{-1}_{,j} = \partial T^{-1}/\partial x_j$; x_j — декартова координата.

Данный критерий вытекает лишь из допущения о наличии локального равновесия в очаге и не накладывает никаких ограничений на величины первых производных по времени от параметров очага. Общий критерий эволюции (7) указывает на направление эволюции очага как неравновесной необратимой термодинамической системы. При рассмотрении эволюции очага, однако, необходимо знать точки перехода системы из одного стационарного состояния в другое, в которых система ведет себя хаотичным образом (точки бифуркации). Именно в этих точках эволюция системы в зависимости от малых флуктуаций ее параметров может пойти в дальнейшем качественно различными путями [1]. Экспериментальному поиску показателя эволюции очага и посвящена настоящая работа.

Для изучения временных потоков микротрещин при нагружении композитов использовался метод регистрации радиоимпульсов, обусловленных разделением зарядов на берегах трещин [4]. Известно, что при зарождении и быстром распространении трещин в твердых диэлектриках, включая и композиты, наблюдаются короткие радиоимпульсы (от $1\cdot 10^{-6}$ до $100\cdot 10^{-6}$ с) с амплитудами от $1{,}5\cdot 10^{-3}$ до $600\cdot 10^{-3}$ В в зависимости от размеров образующихся трещин. Импульсы радиоизлучения легко идентифицируются по характерной колоколообразной форме, а по амплитуде на несколько порядков превышают импульсы, обусловленные другими электромагнитными явлениями, сопровождающими деформацию и разрушение диэлектриков [4].

Изучение временных потоков трещин в композитах проводилось на лабораторной установке (см. [4]), которая позволяет записывать приложенное напряжение, запоминать и фотографировать форму импульсов излучения с экрана двухлучевого осциллографа С8-12, регистрировать общее число радиоимпульсов, накопленных к моменту времени t, определять их длительность и амплитуду.

Статистическая обработка результатов наблюдения за электромагнитной эмиссией проводилась по следующей схеме. Фиксировался временной интервал $\Delta t = \mathrm{const}$ (10; 20; 30 с ...). На протяжении всего нагружения вплоть до разрушения образца на каждом



i-м интервале фиксировалось количество зарегистрированных импульсов N_i. Начиная с момента времени T (при $i > 1$) вычислялись следующие характеристики:

— среднее число импульсов

$$\overline{N}_T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i,$$

— накопившиеся отклонения

$$N_k(T) = \sum_{i=1}^{k}(N_i - \overline{N}_T) \quad (k = 1, \ldots, n),$$

— размах

$$R_T = \max_k N_k(T) - \min_k N_k(T),$$

— стандартное отклонение

$$S_T = \left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i^2(T)\right\}^{1/2}.$$

Зависимость накопленных отклонений для статистики импульсов R_T/S_T от времени строилась в логарифмических координатах $\lg(R_T/S_T) = f(\lg t)$.

Исследование случайных процессов типа обобщенного броуновского движения показало, что эти процессы хорошо описываются степенной зависимостью Херста для статистики нормированного размаха накопленных средних отклонений [5]:

$$R_T/S_T \sim t^H \tag{8}$$

(H — показатель Херста, t — время). Для случайных процессов с независимыми приращениями значение показателя Херста близко к 0,5 [5]. Скачкообразное изменение показателя Херста в этом случае должно характеризовать хаотическое поведение системы в точках бифуркации в процессе эволюционного развития очага.

На рисунке представлены типичные результаты изучения зависимости от времени накопленных отклонений для статистики импульсов электромагнитного излучения образцов из композитов ПТК и ПТН, полученные в процессе их нагружения отрывом вплоть до полного разрушения.

Как показывает анализ приведенных на рисунке зависимостей, статистика нормированного размаха накопленных средних отклонений до некоторого момента времени хорошо подчиняется уравнению Херста (8). В дальнейшем начинается хаотическое скачкообразное изменение показателя H, которое может быть обусловлено лишь переходом формирующегося в образцах из композитов очага разрушения в новое качественное состояние

Композит	σ_p, МПа	t_p, с	H	σ_1/σ_p	t_1, с	Композит	σ_p, МПа	t_p, с	H	σ_1/σ_p	t_1, с
ПТК	17,2	250	0,67	0,40	100	ПТН	7,0	180	0,67	0,42	70
ПТК	21,0	400	0,72	0,28	180	ПТН	8,0	240	0,69	0,67	165
ПТК	5,0	168	0,78	0,40	60	ПТН	3,4	280	1,08	0,52	130
ПТК	8,9	600	0,86	0,45	320	ПТН	4,6	280	0,70	0,35	110

(образование крупных трещин и их ансамблей, подготавливающих разрыв образца).

В таблице приведены напряжение и время, характеризующие момент первого перехода очага разрушения в качественно новое состояние в процессе эволюции очага разрушения для различных композитов (σ_p — плотность на отрыв, t_p — полное время до разрушения, σ_1/σ_p — напряжение в точке перехода, t_1 — момент первого перехода от начала нагружения). Из таблицы видно, что момент перехода может иметь место даже при напряжениях, составляющих лишь треть от разрушающей нагрузки и задолго до момента полного разрушения образца.

Таким образом, показатель Херста H (8) может служить надежным критерием эволюции очага разрушения, особенно в характерных точках перехода очага в новое состояние (точки бифуркации). Причем устойчивая стационарная стадия эволюции очага характеризуется линейным участком логарифмической кривой зависимости накопленных нормированных отклонений от времени с $H > 0{,}5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гленсдорф П., Пригожин И.** Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973.
2. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теория упругости. М.: Наука, 1965.
3. **Черепанов Г. П.** К математической теории равновесных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1967. № 6. С. 235–240.
4. **Иванов В. В., Егоров П. В., Климов В. И. и др.** Определение кинетических констант прочности и критического размера разрушения композиционных материалов на основе регистрации импульсного электромагнитного излучения при их разрушении // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 4. С. 153–159.
5. **Фракталы** в физике. М.: Мир, 1988.

Поступила в редакцию 22/VIII 1995 г.