

ЛИТЕРАТУРА

1. H. F. Coward, G. W. Jones. U. S. Bureau of Mines Bull. 503, Washington, U. S. Government Printing Office, 1952.
2. В. Н. Кривулин, Л. А. Ловачев и др. ФГВ, 1975, **11**, 890.
3. L. A. Lovachev, V. S. Babkin a. o. Combustion and Flame, 1973, **20**, 259.
4. G. E. Andrews, D. Bradley. Fourteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh, Pa., 1973, p. 1119.
5. В. С. Бабкин, А. В. Вьюн. ФГВ, 1976, **12**, 222.
6. E. S. Starkman, L. P. Haxby, A. G. Cattaneo. Fourth Symposium (International) on Combustion, Williams and Wilkins, Baltimore, 1953, p. 670.
7. K. N. Palmer, P. S. Tonkin. J. Appl. Chem., 1961, **11**, 5.
8. S. Crescitelli, F. Napolitano a. o. Riv. Combust., 1974, **28**, 210.
9. R. V. Wheeler. J. Chem. Soc., 1919, **115**, 81.
10. В. Т. Монахов. Методы исследования пожарной опасности веществ. М., «Химия», 1972.
11. Указания по определению категории производств по взрывной, взрывопожарной и пожарной опасности СН 463-74. М., Стройиздат, 1975.
12. А. С. Соколик, В. П. Карпов. Докл. АН СССР, 1959, **129**, 168.
13. В. П. Карпов, А. С. Соколик. Докл. АН СССР, 1961, **141**, 393.
14. A. L. Fugno, E. B. Cook a. o. Thirteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh, Pa., 1971, p. 593.
15. В. С. Бабкин, А. В. Вьюн.— В сб.: Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
16. В. Н. Гудкович, Э. А. Грановский, Б. Г. Пискунов. ФГВ, 1975, **11**, 251.
17. А. Д. Марголин, В. П. Карпов, Е. С. Северин. ФГВ, 1973, **9**, 862.

ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА ОБ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ ПЛАМЕНИ

Б. В. Новожилов, В. С. Посвянский

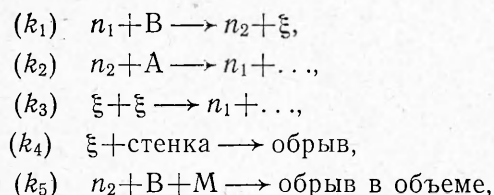
(Москва)

Проблема вычисления пределов горения, обусловленных конечностью диаметра трубы, по которой распространяется пламя, чрезвычайно трудна. Это двумерная задача теории диффузии и теплопроводности, осложненная узостью зоны химических реакций, движением газа и необходимостью нахождения собственного значения скорости пламени. Однако потребности практики, в частности техники безопасности, требуют ее решения.

В предлагаемой работе в качестве первого шага проведено численное решение двумерной задачи теории горения, по-видимому, в простейшей постановке. Рассмотрено изотермическое пламя, которое распространяется из-за концентрационной нелинейности скорости химического превращения. Отсутствие разогрева и, следовательно, расширения газа позволяет не рассматривать уравнение движения газа. С другой стороны, слабая (степенная в отличие от аррениусовской) нелинейность скорости химической реакции не приводит к узким зонам пламени, что упрощает численный счет. Неоднородность задачи связана с гибелью промежуточного вещества на стенках. Найдены пределы и скорость горения в зависимости от характера и величины гетерогенного обрыва. Рассмотрена возможность перехода к одномерному приближению.

Постановка задачи. Рассмотрим одну из простейших кинетических схем, которая приводит к режиму распространения холодного пламени. Так же, как и в [1], предположим, что реакция между исходными веществами А и В идет цепным путем через два активных центра n_1 и n_2 , причем имеется квадратичное разветвление цепей через некоторый

промежуточный продукт ξ . Реакция зарождения не учитывается, так как, во-первых, интерес представляют холодные пламена в условиях вне полуострова самовоспламенения и, во-вторых, стационарный режим распространения может быть получен лишь при отсутствии зарождения. Обозначим через k_i константы скоростей элементарных стадий реакции. Кинетическая схема имеет вид



где M — любая молекула.

Запишем кинетические уравнения в предположениях, принятых в [1, 2]:

- а) смесь бедна горючими — исходная концентрация $[A]_0$ во много раз меньше, чем концентрация окислителя B . Считаем $[B] = \text{const}$;
- б) концентрации активных центров n_1 и n_2 квазистационарны;
- в) реакция обрыва активного центра идет медленнее, чем реакция продолжения цепи.

Для плоского слоя, бесконечного в двух измерениях ($-\infty < x < +\infty$, $-y_0 < y < y_0$, $-\infty < z < +\infty$), кинетические уравнения и граничные условия, отвечающие независимому от x и z решению, имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial [A]}{\partial t} &= D_A \frac{\partial^2 [A]}{\partial y^2} - \frac{[A][\xi]^2}{\tau [A]_0^2}, \\ \frac{\partial [\xi]}{\partial t} &= D_\xi \frac{\partial^2 [\xi]}{\partial y^2} + \frac{[A][\xi]^2}{\tau [A]_0^2}, \\ y=0 \quad \frac{\partial [A]}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial [\xi]}{\partial y} = 0, \\ y=y_0 \quad \frac{\partial [A]}{\partial y} &= 0, \quad D_\xi \frac{\partial [\xi]}{\partial y} = -h [\xi]. \end{aligned} \quad (1)$$

Поскольку задача симметрична относительно плоскости $y=0$, можно рассматривать интервал $0 < y < y_0$. В (1) D_A и D_ξ — коэффициенты диффузии, которые в дальнейшем будем считать одинаковыми: $D_A = D_\xi = D$; h — константа гетерогенного обрыва; $\tau = k_5[B][M]/k_2k_3$ — характерное время реакции.

Иследуем задачу о распространении изотермического пламени. При этом будем считать, что по z распределение концентраций однородно. В системе координат, где пламя покоится, а исходная смесь движется в положительном направлении оси x со скоростью u , уравнение диффузии и граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} D \left(\frac{\partial^2 [A]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [A]}{\partial y^2} \right) - u \frac{\partial [A]}{\partial x} - \frac{[A][\xi]^2}{[A]_0^2 \tau} &= 0, \\ D \left(\frac{\partial^2 [\xi]}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [\xi]}{\partial y^2} \right) - u \frac{\partial [\xi]}{\partial x} + \frac{[A][\xi]^2}{[A]_0^2 \tau} &= 0, \\ x = -\infty \quad [A] &= [A]_0, \quad [\xi] = 0, \\ x = \infty \quad \frac{\partial [A]}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial [\xi]}{\partial x} = 0, \\ y = 0 \quad \frac{\partial [A]}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial [\xi]}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$y = y_0 \quad \frac{\partial [A]}{\partial y} = 0, \quad D \frac{\partial [\xi]}{\partial y} = -h [\xi].$$

В безразмерных переменных

$$f = [A]/[A]_0, \quad \varphi = [\xi]/[A]_0, \quad \lambda = u\sqrt{D/\tau}, \\ \xi = x/\sqrt{D\tau}, \quad \eta = y/\sqrt{D\tau}, \quad \mu = h\sqrt{D/\tau}, \quad L = y_0/\sqrt{D\tau}.$$

Уравнение и граничные условия запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - \lambda \cdot \frac{\partial f}{\partial \xi} - f\varphi^2 &= 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} - \lambda \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + f\varphi^2 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \xi = -\infty \quad f = 1, \quad \varphi = 0, \quad \xi = +\infty \quad \frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = 0, \\ \eta = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0; \quad \eta = L \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = -\mu\varphi. \end{aligned}$$

Неизвестны в этой системе не только распределения концентраций f , φ , но и значение скорости λ . Краевая задача (3), (4) при любом λ всегда имеет тривиальное решение $f \equiv 1$, $\varphi \equiv 0$. Как будет показано ниже, решение, отличное от тривиального, существует лишь в определенной области изменения параметров L и μ , характеризующих ширину слоя и скорость гетерогенного обрыва.

Критические условия и метод решения. Система уравнений (3), (4) допускает аналитическое решение только при $\mu = 0$. В этом случае распределения концентраций f и φ не будут зависеть от переменной η , и задача сводится к одномерной. Используя закон сохранения $f + \varphi = 1$ (он выполнен при $\mu = 0$), получим для определения скорости пламени уравнение

$$\varphi'' - \lambda\varphi' + \varphi^2(1 - \varphi) = 0, \quad (4)$$

исследованное в [3], где показано, что $\lambda_0 = 1/\sqrt{2}$. Отсюда видно, что при $\mu = 0$ решение задачи существует при любом L .

Иначе обстоит дело при $\mu > 0$. В Приложении показано: в этом случае есть такое значение $L_*(\mu)$, что при $L < L_*(\mu)$ режим стационарного распространения изотермического пламени не существует. Точнее, найдено, что при условии

$$L < \min(\mu/2, 1/\sqrt{2}) \quad (5)$$

краевая задача (3), (4) не имеет положительного решения. Оценка (5) грубая, и из нее следует существование критического значения L_* при каждом μ . Точную зависимость $L_*(\mu)$, учитывая нелинейный характер уравнений (3), получить аналитически невозможно. Значение критической толщины слоя в зависимости от скорости гибели промежуточного продукта на стенке может быть найдено только в результате численного решения задачи об определении скорости пламени.

Стационарная краевая задача (3), (4) решалась методом установления. Поэтому фактически считалась не двумерная, а трехмерная задача. Для определения скорости пламени λ использовалась идея модификации метода установления [2]. Поскольку требуется найти решение стационарной задачи, вычислительный метод должен позволять решать соответствующую нестационарную задачу с большим шагом интегрирования по времени. Поэтому при реализации метода установления использовалась неявная разностная схема. Для решения возникающей при этом алгебраической системы уравнений применялась матричная прогонка.

Решение краевой задачи (3), (4) зависит от двух параметров: L — безразмерная ширина слоя, μ — безразмерная скорость гетерогенного обрыва. Изменяя параметр L (при фиксированном μ), можно найти зависимость скорости пламени от L . При этом, как следует из

предыдущего пункта и численных расчетов, распространение пламени возможно только при L , удовлетворяющих неравенству $L > L_*(\mu)$. Проведенные численные эксперименты позволили в плоскости (L, μ) найти область существования режима стационарного пламени и вычислять в каждой точке этой области значение скорости пламени.

Результаты расчетов и их обсуждение. Одним из основных результатов численного решения задачи (3), (4) является определение функции $L_*(\mu)$ или

$$\mu_* = F(L), \quad (6)$$

где μ_* — критическое значение параметра μ , отвечающее данному L . На рисунке изображен график функции $\mu_* = F(L)$ (кривая S). Кривая S делит плоскость (L, μ) на две части: справа от нее — область Ω , где возможен режим стационарного распространения пламени, слева область, где распространение пламени невозможно. Точки кривой S отвечают пределам распространения пламени. Характерной особенностью кривой S является наличие вертикальной асимптоты при $L = L^*$ ($L^* \approx 7$). Это означает, что в слое шириной $L > L^*$ распространение пламени возможно при любом значении константы гетерогенного обрыва μ . Каждой точке области Ω отвечает некоторое значение скорости $\lambda(L, \mu)$. В таблице представлены значения λ в зависимости от параметров L, μ .

Аналитически легко показать, что скорость пламени, отвечающая точкам кривой S , при $L \rightarrow 0$ стремится к значению скорости изотермического пламени на пределе распространения в одномерной постановке [2], равному $\lambda \approx 0,320$. Оказалось, что во всех точках кривой S (а не только при малых L) скорость пламени мало отличается от этого значения (менее пяти процентов). Численное нахождение скорости и пределов распространения пламени затрудняется при приближении к кривой S .

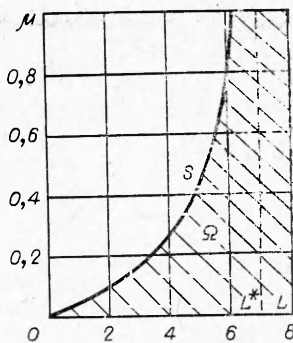
Скорость пламени на пределе распространения мало отличается от критической скорости одномерной задачи, поэтому можно свести двумерную задачу (3), (4) к одномерной, введя эффективную константу гибели. По приведенному ниже способу каждой точке (L, μ) области Ω ставится в соответствие такое значение константы гибели β , при котором скорость пламени двумерной задачи $\lambda(L, \mu)$ была близка к значению скорости пламени $\tilde{\lambda}(\beta)$ одномерной задачи. В [2] определено критическое значение $\beta = \beta_* = 0,0461$, при котором происходит срыв пламени, $\tilde{\lambda}(\beta_*) \approx 0,320$. Поэтому при сведении задачи (3), (4) к одномерной точкам кривой S естественно поставить в соответствие критическое значение параметра обрыва β_* . Прежде чем указать, как определять значение β для других точек плоскости (L, μ) , приблизим функцию (6) функцией вида

$$\mu_* = A \operatorname{tg} BL. \quad (7)$$

Такая интерполяция использована по аналогии с рассмотрением критических условий для цепной разветвленной реакции в плоском сосуде. При $A = 0,189$, $B = \pi/14$ кривые (6) и (7) совпадают с точностью, соответствующей точности счета.

Из физических соображений ясно, что если можно ввести эффективную константу гибели β , то

$$\begin{aligned} \text{при } \mu \rightarrow 0 \quad \beta &\sim \mu/L, \\ \text{при } \mu \rightarrow \infty \quad \beta &\sim 1/L^2. \end{aligned} \quad (8)$$



L	μ	λ	β	$\tilde{\lambda}(\beta)$	Примечание
8	0,575	0,574	0,0254	0,574	
8	1,59	0,540	0,0311	0,539	
8	3,84	0,522	0,03345	0,520	
8	5,09	0,519	0,0338	0,518	
8	6,09	0,518	0,0339	0,517	
6	0,3	0,534	0,0307	0,542	
6	0,6	0,402	0,0433	0,408	
6	0,8	0,342	0,0457	0,341	
6	0,817	0,330	0,0460	0,326	Нет решения
6	0,833	—	0,0462	—	
5	0,360	0,376	0,0442	0,381	
5	0,376	0,346	0,0452	0,357	
5	0,384	0,321	0,0460	0,326	Нет решения
5	0,388	—	0,0461	—	
3	0,067	0,651	0,0117	0,650	
3	0,14	0,405	0,0434	0,407	
3*	0,153	0,321	0,0467	—	Нет решения
3	0,16	—	0,049	—	
2	0,02	0,654	0,0107	0,655	
2	0,04	0,600	0,021	0,604	
2	0,06	0,530	0,031	0,537	
2	0,08	0,432	0,041	0,434	
2	0,1	—	0,050	—	Нет решения
1	0,02	0,602	0,0215	0,601	
1	0,04	0,408	0,043	0,407	
1	0,043	0,312	0,046	0,326	

* Значение β оказалось больше β_* из-за неточности интерполяции.

Для определения β запишем трансцендентное уравнение

$$\sqrt{\beta_*/\beta} \cdot \mu = A \operatorname{tg}(\sqrt{\beta\beta_*/\beta_*} \cdot BL). \quad (9)$$

Ясно, что таким образом введенное β отвечает условиям (8). Действительно,

$$\begin{aligned} \text{при } \mu \rightarrow 0 \quad \beta &\sim \beta_*/AB \cdot \mu/L, \\ \text{при } \mu \rightarrow \infty \quad \beta &\sim \pi^2/4 \cdot \beta_*/B^2 \cdot 1/L^2. \end{aligned}$$

Кроме того, точкам кривой S по формуле (9) соответствует β . В таблице приведены значения параметра β для различных L, μ , найденные из уравнения (9). Там же представлены соответствующие значения $\tilde{\lambda}(\beta)$, найденные в [2]. Видно, что, вводя эффективную константу гибели β из (9), можно свести двумерную задачу (3), (4) к одномерной.

Приложение

Покажем, что при каждом μ существует критическое значение $L_*(\mu)$ такое, что при $L < L_*(\mu)$ задача (3), (4) не имеет положительного решения.

Предположим, что при некотором фиксированном $\mu > 0$ существует решение краевой задачи (3), (4). Записав формулу Грина, получим

$$\iint_G \varphi \Delta \varphi d\xi d\eta = - \iint_G \operatorname{grad}^2 \varphi d\xi d\eta + \int_{\Gamma} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} d\xi. \quad (I)$$

Здесь G — полоса ($-\infty < \xi < +\infty, 0 \leq \eta \leq L$); Γ — граница этой по-

лосы. С учетом граничных условий (I) переходит в

$$\int_G \int \varphi \Delta \varphi d\zeta d\eta = - \int_G \int \text{grad}^2 \varphi d\zeta d\eta - \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\zeta, L) d\zeta.$$

Используя второе уравнение системы (3), получаем

$$\lambda \int_G \int \varphi \varphi'_\zeta d\zeta d\eta - \int_G \int f \varphi^3 d\zeta d\eta = - \int_G \int \text{grad}^2 \varphi d\zeta d\eta - \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\zeta, L) d\zeta \quad (\text{II})$$

или

$$\int_G \int f \varphi^3 d\zeta d\eta = \int_G \int \text{grad}^2 \varphi d\zeta d\eta + \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\zeta, L) d\zeta$$

(первый интеграл в (II) равен нулю в силу (4)). Очевидно, что при $\mu > 0$ выполнено неравенство $f + \varphi < 1$. Отсюда, учитывая положительность f , φ , получаем

$$\int_G \int \varphi^2 d\zeta d\eta \geq \int_G \int \text{grad}^2 \varphi d\zeta d\eta + \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\zeta, L) d\zeta. \quad (\text{III})$$

Далее запишем тождество

$$\varphi(\zeta, \eta) = \varphi(\zeta, L) + \int_L^\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} d\eta.$$

Используя известные неравенства $(a+b)^2 \leq (a^2+b^2)$ и $\left(\int_0^L \psi g d\eta\right)^2 \leq \int_0^L \psi^2 d\eta \int_0^L g^2 d\eta$, получаем

$$\begin{aligned} \varphi(\zeta, \eta) &\leq \varphi(\zeta, L) + \int_0^L \left| \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right| d\eta, \\ \varphi^2(\zeta, \eta) &\leq 2 \left[\varphi^2(\zeta, L) + \left(\int_0^L \left| \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right| d\eta \right)^2 \right], \\ \varphi^2(\zeta, \eta) &\leq 2 \left[\varphi^2(\zeta, L) + L \int_0^L \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right)^2 d\eta \right], \end{aligned}$$

$$\int_G \int \varphi^2(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \leq 2L \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\zeta, L) d\zeta + 2L^2 \int_G \int \text{grad}^2 \varphi d\zeta d\eta. \quad (\text{IV})$$

Из (III) и (IV) найдем

$$(2L - \mu) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi^2(\zeta, L) d\zeta + (2L^2 - 1) \int_G \int \text{grad}^2 \varphi d\zeta d\eta \geq 0.$$

Отсюда видно, что если

$$L_1 < \min(\mu/2, 1/\sqrt{2}),$$

то задача (3), (4) не может иметь положительного решения. Таким образом, показано, что при каждом $\mu > 0$ существует такое значение $L_*(\mu)$, что при $L < L_*(\mu)$ режим стационарного распространения изотермического пламени не существует.

Поступила в редакцию
29/XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Воронков, Н. Н. Семенов. ЖФХ, 1939, XIII, 12, 1695.
2. Б. В. Новожилов, В. С. Посвянский. ФГВ, 1973, 9, 2, 225.
3. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. Докл. АН СССР, 1938, XIX, 9, 693.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НОРМАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ И КРИТИЧЕСКИХ ДИАМЕТРОВ ГАШЕНИЯ ПЛАМЕНИ АММИАЧНО-ВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ

В. Ф. Заказнов, Л. А. Куршева, З. И. Федина

(Москва)

Известно, что аммиачно-воздушные смеси горят медленно. Этим объясняется тот факт, что в стандартных условиях в атмосфере воздуха невозможно стационарное диффузионное горение аммиака, а также стационарное горение аммиачно-воздушной смеси без постоянного источника поджигания. Кроме того, при поджигании названной смеси у открытого конца трубы пламя сверху вниз не распространяется. Известно также, что при поджигании сверху у открытого конца трубы пламя начинает распространяться вниз по нагретой до 353 К смеси, содержащей 22—23% аммиака (здесь и далее указана объемная концентрация) [1].

Ранее при атмосферном давлении и температуре 423 К двумя методами определена максимальная величина нормальной скорости пламени ($u_{n\max}$) аммиачно-воздушной смеси. При определении методом бунзеновской горелки (при $T=423$ К возможно стационарное горение смеси на срезе горелки) величина $u_{n\max}=0,23$ м/с [2] при содержании аммиака в смеси 20%. Определенная при той же температуре методом плоскопламенной горелки величина $u_{n\max}$, соответствующая 22,5%-ному содержанию аммиака в смеси, оказалась равной 0,15 м/с [2]. Таким образом, значения $u_{n\max}$, определенные при $T=423$ К разными методами, существенно отличаются друг от друга.

В работе [3] при определении условий поджигания и распространения пламени аммиачно-воздушной смеси в стеклянной трубке диаметром 15 мм в условиях свободного истечения продуктов сгорания в атмосферу при $T=293$ К ориентировочно определена величина u_n смеси, содержащей 22% аммиака. Смесь в трубке двигалась сверху вниз, фронт пламени перемещался снизу вверх. Практически плоский фронт пламени оставался в трубке неподвижным при скорости потока смеси 0,06 м/с. Эта величина, по-видимому, несколько занижена, так как в трубке диаметром 15 мм на скорость горения оказывают заметное влияние тепловые потери в стенки трубки.

На основе предположения о решающей роли конвекции при затухании пламени на бунзеновской горелке в околопредельных смесях в результате подмешивания холодного газа окружающей атмосферы к продуктам сгорания на краю горелки вычислено значение предельной нормальной скорости, равное 0,066 м/с [4], при котором еще возможно устойчивое горение. Целесообразно было определить величину u_n аммиачно-воздушных смесей при $T=293$ К и $p=1$ атм в широком диапазоне содержания аммиака в смеси.