

О ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТОВ

Г. П. Черепанов (Москва)

Композитами называют тела, составленные из разных материалов. Ниже рассмотрен класс композитов, для которых прочность контактного слоя между составляющими меньше прочности составляющих. Показано, что прочность таких материалов в определенных границах не зависит от размеров начального дефекта, а определяется формой и размерами наиболее опасного включения. Получена теоретическая зависимость прочности от размера наибольшего включения, хорошо согласующаяся с экспериментальными результатами Ставермана [1]. Представляется вероятным, что рассмотренный механизм разрушения композитов играет роль при разрушении стали и может служить одним из объяснений масштабного эффекта для стали.

§ 1. Масштабный эффект. Рассмотрим композиты, составленные из двух материалов: один из них (связующее) занимает сплошное связное множество, а другой материал занимает отдельные связные области тела (включения). На границе раздела материалов имеют место условия сцепления (в физическую природу которых не будем здесь вдаваться). Сделаем следующие основные предположения.

(1)° Прочность включений больше прочности связующего.

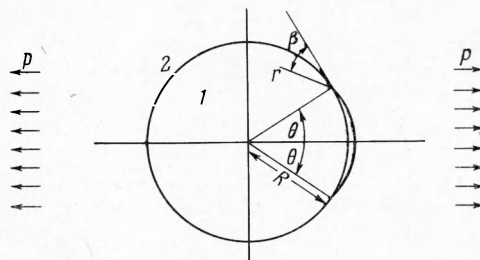
(2)° Прочность сцепления включений со связующим меньше прочности связующего и включения.

(3)° Характерный размер наиболее опасного дефекта в связующем (определяющий его прочность) мал по сравнению с характерным размером наибольшего включения.

Более точное содержание этих описательных предположений будет ясно из дальнейшего. Разумеется, они выполняются лишь для некоторого (по-видимому, весьма широкого) класса композитов.

Пусть композит подвержен одностороннему растяжению. Согласно современным представлениям, прочность тела определяется наиболее опасным дефектом (который обычно представляют в виде трещины или дислокации). Анализ напряженного состояния показывает, что если включение прочнее связующего, то концентрация растягивающих напряжений имеет место на той стороне границы включения, которая обращена к направлению растяжения. Например, в случае круглого включения (фиг. 1), — плоская задача, — наибольшее растягивающее напряжение достигается при $\theta = 0$ (коэффициент концентрации равен $3/2$ для жесткого круглого включения). В остальных областях возмущающее влияние более жесткого включения сказывается в уменьшении напряжения (и даже в перемене его знака).

В силу предположения (2)° наиболее благоприятной для разрушения будет граница раздела материалов; поэтому естественно ожидать, что трещина будет развиваться вдоль линии раздела включения и связующего, причем место зарождения трещины находится на части границы, обращенной к направлению растяжения, в наиболее опасной точке (на фиг. 1 при $\theta = 0$). Предполагается, что в опасной точке всегда имеется некоторая начальная трещина, характерная для прочности контактного слоя. Дальнейшее развитие трещины из начальной будет неустойчивым. Однако оказывается, что динамическое развитие трещины, вообще говоря, вскоре прекращается, и в дальнейшем с увеличением нагрузки происходит устойчивое распространение трещины вдоль линии раздела. Одновременно коэффициент интенсивности напряжений в связующем вблизи конца трещины возрастает. Устойчивое развитие трещины может продолжаться лишь до некоторого критического значения нагрузки, которое соответствует, согласно условию разрушения, предельному значению коэффициента интенсивности напряжений для связующего [2]. Дальнейшее развитие трещины (в связующем), очевидно, будет неустойчивым, если включение имеет выпуклую границу. Если включения распределены в теле достаточно равномерно, а рассматриваемое включение имеет размеры по порядку величины не менее других включений, то это критическое значение нагрузки будет предельной нагрузкой для всего тела и, следовательно, будет представлять собой прочность композита рассматриваемого типа. Подчеркнем, что указанные соображения не относятся к материалам с включениями в виде нитевидных волокон, если растяжение имеет место вдоль волокон. Замечательно, что прочность композитов, удовлетворяющих условиям (1)° — (3)°, вообще говоря, не зависит от размеров начальной трещины, а определяется формой и размерами наиболее опасного включения (своеобразный масштабный эффект).



Фиг. 1

Таким образом, встает задача определения прочности композита по заданным прочностным и упругим свойствам контактного слоя и связующего для включений различных размеров и форм. На основании вышеприведенного анализа и теории размерностей нетрудно установить общий вид зависимости прочности композита σ от характерного размера наиболее опасного включения d . Прочность σ , очевидно, зависит от модуля сцепления связующего K_2 , характерного линейного размера l_0 предельной трещины между включением и связующим, модулей сдвига μ_1 и μ_2 , коэффициентов Пуассона ν_1 и ν_2 , от относительного содержания связующего и включения q . Индекс 1 условимся относить к материалу включения, а индекс 2 — к материалу связующего. Величина l_0 полностью определяется модулем сцепления контактного слоя D между включением и связующим, характерным линейным размером включения d и постоянными $K_2, \mu_2, \mu_1, \nu_2, \nu_1, q$. На основании π -теоремы искомая зависимость

$$\frac{\sigma \sqrt{d}}{K_2} = F \left(\frac{\mu_1 \sqrt{d}}{K_2}, \frac{\mu_2 \sqrt{d}}{K_2}, \frac{D}{K_2}, \nu_1, \nu_2, q \right) \quad (1.1)$$

Из формулировки общей задачи в напряжениях следует, что напряжения зависят только от отношения μ_1 / μ_2 , так что в функцию F первый и второй аргументы входят в виде отношения. Окончательно получаем (в безразмерном виде)

$$\frac{\sigma \sqrt{d}}{K_2} = F \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{D}{K_2}, \nu_1, \nu_2, q \right) \quad (1.2)$$

Из формулы (1.2), в частности, вытекает, что при прочих равных условиях более опасно то включение, характерный размер которого больше. Сравним теоретическую зависимость (1.2) с экспериментально наблюдаемой. В статье Ставермана [1] приведены результаты опытов по растяжению резины с 42%-ным объемным содержанием кристаллов поваренной соли NaCl. Приводим данные, взятые из фиг. 79 работы [1]:

$d = 300-480$	$210-300$	$90-105$	$50-60$	$33-40$	ммм
$\sigma = 4$	5.2	9	12	13	кг/см ²
$\sigma \sqrt{d_{\max}} = 87.5$	90	92	93	82.5	

Отсюда видно, что значения $\sigma \sqrt{d_{\max}}$ отличаются от среднего значения 89 на 2—3% и лишь в одном случае — на 7%. Такое хорошее согласование с теорией показывает, что разрушаемый композит принадлежит к рассматриваемому типу.

Формула (1.2) справедлива пока размеры наиболее опасных включений не сравнимы с характерным размером наиболее опасных микротрещин в связующем. При дальнейшем уменьшении размеров включений прочность композита не будет зависеть от включений (за исключением, может быть, случая q , близкого к единице).

§ 2. Пример. Для иллюстрации изложенных качественных соображений рассмотрим простейший случай одного круглого включения в условиях плоской деформации (фиг. 1). Пусть изотропное упругое тело в комплексной плоскости z представляет собой внешность разреза ($e^{i\theta}, e^{-i\theta}$) окружности радиуса R . Упругие постоянные включения ($|z| < R$) и связующего ($|z| > R$) для простоты считаем одинаковыми, а прочность контактного слоя между включением и связующим ($|z| = R$) предполагаем меньшей прочности составляющих. Пусть поверхность трещины свободна от внешних нагрузок, а на бесконечности тело подвергается одноосному растяжению $\sigma_x = p$ (фиг. 1). На границе, разделяющей включение и связующее, вне трещины имеют место условия сцепления. Задача о предельном равновесии тела с дугообразной трещиной рассмотрена в работе [3]. Возьмем полярную систему координат $r\beta$ с центром в конце трещины $z = e^{i\theta}$ ($\beta = 0$ соответствует продолжению трещины по касательной к ее контуру).

Напряжения σ_r, σ_β и $\tau_{r\beta}$ на продолжении трещины при $r \ll R$ имеют вид [3]

$$\begin{aligned} \sigma_r = \sigma_\beta &= \frac{k_1}{\sqrt{r}}, & k_1 &= \frac{p}{2\sqrt{2}} \sqrt{R \sin \theta} \left(\cos \frac{3}{2} \theta + \cos \frac{\theta}{2} \frac{1 - 1/4 \sin^2 \theta}{1 + \sin^2 1/2 \theta} \right) \\ \tau_{r\beta} &= \frac{k_2}{\sqrt{r}}, & k_2 &= \frac{p}{2\sqrt{2}} \sqrt{R \sin \theta} \left(\sin \frac{3}{2} \theta + \sin \frac{\theta}{2} \frac{1 - 1/4 \sin^2 \theta}{1 + \sin^2 1/2 \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

На начальной стадии развития трещины, когда направление ее распространения задано, определяющей характеристикой материала на разрушение будет [4] комбинация $\sqrt{\sigma_\beta^2 + \tau_{r\beta}^2}$, которая вблизи конца трещины на основании (2.1) имеет вид

$$\begin{aligned} |\sigma_\beta + i\tau_{r\beta}| &= \sqrt{\sigma_\beta^2 + \tau_{r\beta}^2} = \frac{p \sqrt{R}}{\pi f(\theta) \sqrt{r}} \\ f(\theta) &= \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \frac{3 - \cos \theta}{\sqrt{\sin \theta (44 + 12 \cos \theta + 12 \cos^3 \theta - 4 \cos^4 \theta + \sin^4 \theta)}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

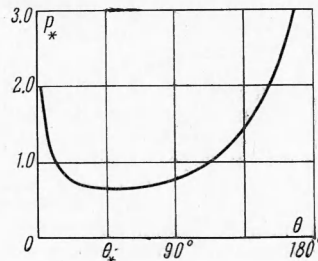
Условие предельного равновесия при этом должно быть записано так [4]:

$$|\sigma_\beta + i\tau_{r\beta}| \rightarrow D/\pi \sqrt{r} \quad \text{при } r \rightarrow 0 \quad (2.3)$$

Здесь D — постоянная контактного слоя, характеризующая его сопротивление разрушению и аналогичная модулю сцепления для однородного и изотропного тела [2].

На основании (2.2) и (2.3) связь параметра θ , определяющего размер трещины, с нагрузкой p может быть записана следующим образом:

$$p_* = f(\theta) \quad (p_* = p \sqrt{R}/D) \quad (2.4)$$



Фиг. 2

На фиг. 2 изображен график функции $p_* = f(\theta)$. Как видно, при $\theta < \theta_*$ кривая имеет убывающий, неустойчивый участок, а при $\theta > \theta_*$ происходит устойчивое развитие трещины ($\theta_* = 45^\circ$). Пусть точка $\theta = \theta_2$ кривой $f(\theta)$ соответствует тому значению θ , при котором коэффициент интенсивности напряжения σ_β в конце трещины нормального разрыва достигает предельного значения K (модуль сцепления связующего). Это значение $\theta = \theta_2$ и излом трещины $\beta = \beta_*$ находятся из следующих условий:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{r} \tau_{r\beta}(\theta_2, \beta_*) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{r} \sigma_\beta(\theta_2, \beta_*) = \frac{1}{\pi} K \quad (2.5)$$

В зависимости от размера начальной трещины $\theta = \theta_0$ упругая система ведет себя по-разному. Рассмотрим все возможные случаи. Разрушающую нагрузку будем обозначать буквой p_{**} .

1) Пусть $\theta_0 > \theta_1$ или $\theta_0 > \theta_2$, причем $f(\theta_1) = f(\theta_2) = f(\theta_0)$. Начальная трещина не развивается до тех пор, пока не будет достигнуто нагрузкой значение $f(\theta_0)$, после чего происходит катастрофическое развитие трещины и разрушение тела. Масштабный эффект отсутствует.

2) Пусть $\theta_1 < \theta_0 < \theta_2$, причем $p_{**} = f(\theta_2)$. Как только нагрузка достигнет величины $f(\theta_0)$, происходит динамическое развитие трещины до значения θ , соответствующего нагрузке $f(\theta_0)$, но находящегося на устойчивом участке кривой. После этого с увеличением нагрузки трещина устойчиво растет, пока не будет достигнуто критическое значение θ_2 и не произойдет разрушения тела.

3) Пусть $\theta_1 < \theta_0 < \theta_2$, причем $p_{**} = f(\theta_2)$. Начальная трещина устойчиво растет при изменении нагрузок от $f(\theta_0)$ до $f(\theta_2)$, после чего происходит разрушение.

Таким образом, когда начальная трещина удовлетворяет условию $\theta_1 < \theta < \theta_2$, имеет место масштабный эффект и предельная нагрузка не зависит от начального размера трещины. При этом, очевидно, чем больше отношение K/D , тем больше участок (θ_1, θ_2) и тем большую роль играет предложенный механизм разрушения, приводящий к масштабному эффекту. Если начальная трещина мала или, наоборот, сравнима с диаметром включения (случай (1)), то механизм разрушения композита связан уже с начальным разрушением связующего. Следует отметить, что варьировать длину начального дефекта можно лишь мысленно; на самом деле эта величина является некоторой характеристикой материала (контактного слоя или связующего) и приблизительно постоянна. Предыдущие рассуждения фактически показывают границы изменения диаметра включения, в пределах которых прочность композита зависит от размера включения. При $D \ll K$ можно указать простую ориентировочную формулу для этих границ

$$\frac{2K^2}{\pi^2 \sigma^2 \theta_2} < R < \frac{2K}{\pi^2 \sigma^2 \theta_1} \quad (2.6)$$

Здесь σ — временное сопротивление связующего.

Поступила 24 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Staverman A. I. Mechanical properties of polymers. Proc. Roy. Soc., A, 1964, vol. 282, No. 1388.
2. Баренблатт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, № 4, 1961.
3. Панасюк В. В., Бережницкий Л. Т. Определение предельных усилий при растяжении пластины с дугообразной трещиной. Сб. «Вопросы механики реального твердого тела», Изд. «Наукова думка», 1964, вып. 3.
4. Салганик Р. Л. О хрупком разрушении склеенных тел. ПММ, 1963, т. 27, вып. 5.